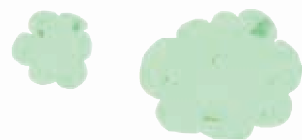
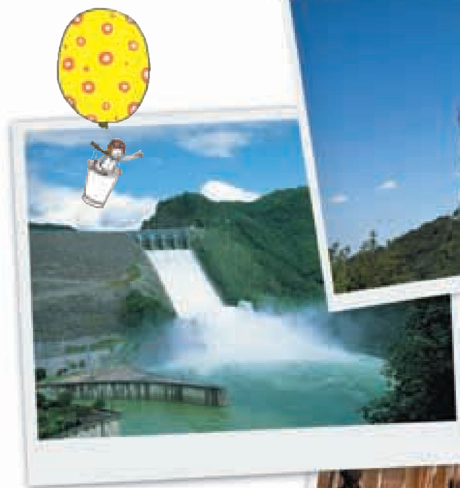
중 학 교

수학 ①

(주)지학사





22
45

머/리/말

수학은 오랜 옛날부터 문명의 발달에 핵심적인 역할을 해왔으며 앞으로도 이와 같은 수학의 역할은 더욱 확대될 것입니다. 특히 현재의 지식 정보화 사회에서의 신기술은 수학의 뒷받침 없이는 얻어질 수 없습니다. 따라서 수학을 열심히 공부하는 일은 개인의 발전뿐만 아니라 나아가 국가 경쟁력을 높이는 일이 됩니다.

이 책은 전인적 성장의 기반 위에 개성의 발달과 진로를 개척하는 사람, 기초 능력의 바탕 위에 새로운 발상과 도전으로 창의성을 발휘하는 사람, 문화적 소양과 다원적 가치에 대한 이해를 바탕으로 품격 있는 삶을 영위하는 사람, 세계와 소통하는 시민으로서 배려와 나눔의 정신으로 공동체 발전에 참여하는 사람을 육성하려는 마음가짐으로 새롭게 개정된 교육과정에 맞게 만들었습니다.

특히 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었습니다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 학생의 추론 능력, 문제 해결 능력 그리고 의사소통 능력을 발달시킬 수 있도록 하였습니다.

둘째, 창의력 기르기를 통하여 자신을 둘러싼 세계에 대한 경험을 토대로 다양한 문화와 가치에 대한 이해를 넓히고, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험함으로써 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해할 수 있도록 하였습니다.

셋째, 심신의 건강하고 조화로운 발달을 추구하며, 다양한 분야의 경험과 지식을 익혀 적극적으로 진로를 탐색할 수 있도록 하였으며, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였습니다.

고대 그리스의 수학자였던 유클리드는 '수학에는 왕도가 없다.'라고 하였습니다. 이는 수학이 한순간에 이룩되는 것이 아니고 기초 개념과 기본 원리를 터득하고 지속적으로 공부해 나가야 하는 학문이라는 뜻입니다.

이 교과서를 통하여 학생들이 수학에 흥미를 가지고 실력을 키워 정보화와 세계화 시대에 걸맞은 창조적이고 지혜로운 사람으로 성장하기 바랍니다.

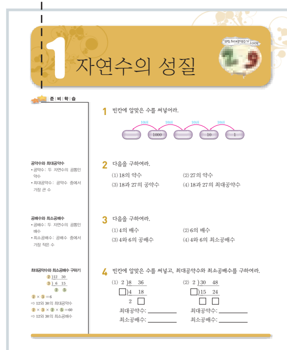
지은이 씀

이 책의 / 구성과 특징

단원 소개 단원과 관련된 사진과 이야기를 소개함으로써 흥미를 불러일으키도록 하였습니다.

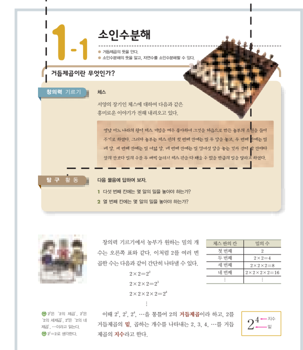
대단원 학습 목표 단원에서 배울 학습의 방향을 이해하고, 자기 주도적인 학습을 해 나갈 수 있게 하였습니다.

단원의 연계성 단원에서 공부할 내용과 관련하여 이전에 학습한 내용, 이후에 학습할 내용을 제시함으로써 내용의 흐름을 알 수 있게 하였습니다.



준비 학습 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고, 학습의 위계를 알 수 있도록 문제를 제시하였습니다.

창의력 기르기 실생활이나 타 교과와 관련된 내용을 소개하여 흥미를 유발하고 내용 전개의 실마리를 제공하였습니다. 또 스토리텔링 형식을 통하여 수학의 가치와 유용성을 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 하였습니다.

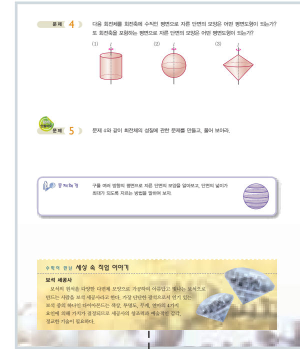


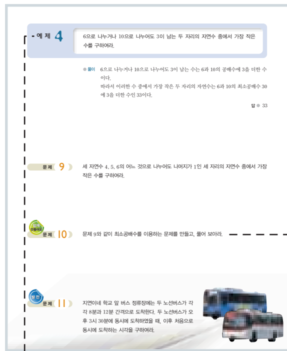
탐구 활동 창의력 기르기와 관련되거나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였습니다.

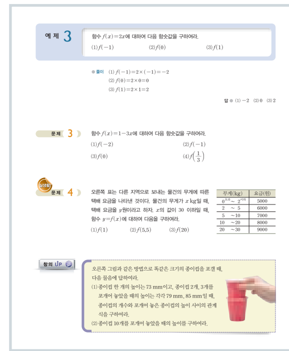
예제 학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 풀이를 함께 제시함으로써 개념 이해를 탄탄히 하고, 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였습니다.

함께 만들어요 학생들 스스로 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들이 학습한 내용에 대한 문제 해결 방법과 과정을 보다 잘 이해할 수 있도록 하였습니다.

창의 UP 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각하여 표현해 봄으로써 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였습니다.

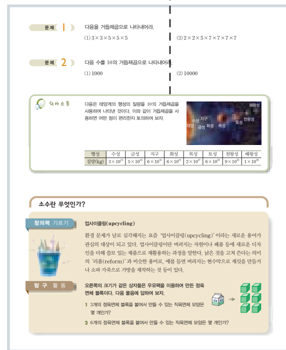






수학이 만난 세상 속 직업 이야기

단원과 관련된 직업을 소개함으로써 수학의 유용성을 일깨워 주고, 학생들이 진로를 선택하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



수학적 능력 관련(문제 해결, 추론, 의사소통)

창의적인 문제 해결 능력, 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력, 수학적 개념을 말로 표현하고 토의하는 과정을 통하여 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

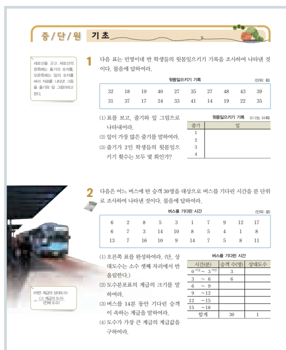
문제, 발전 문제, 실생활 문제

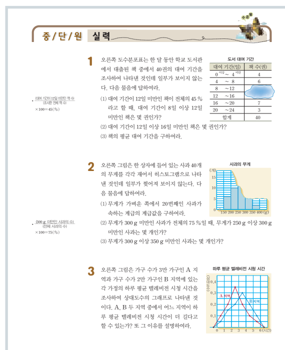
학생들이 공부한 내용을 스스로 점검할 수 있도록 학습 내용을 확인하는 다양한 문제를 제시하였습니다.

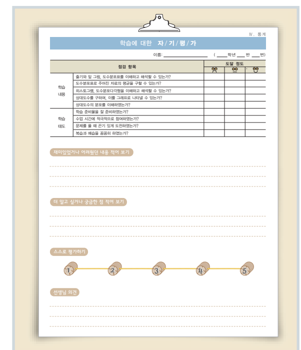
학습에 대한 자기 평가 대단원 학습을 마친 후 학습 목표에 도달하였는지 스스로 점검해 보고, 자신이 이 단원의 수업에 얼마나 열심히 참여했는지를 반성하게 하여 보다 나은 학습 태도를 유도함으로써 자기 주도 학습이 가능하도록 하였습니다.

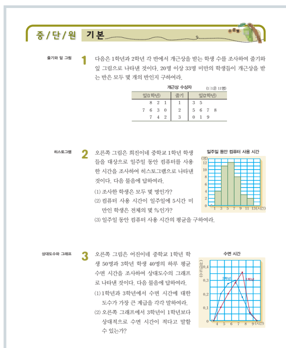
중단원 기초 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

중단원 실력 중단원 학습 내용 중 난이도 높은 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

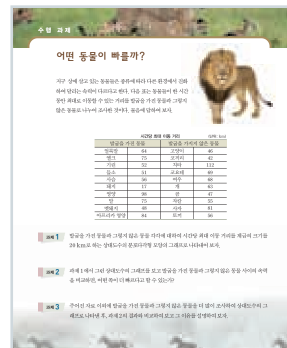






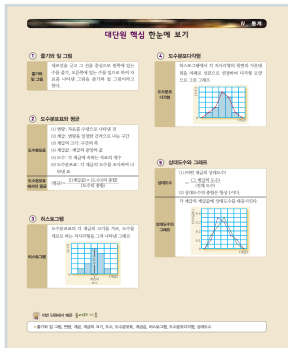


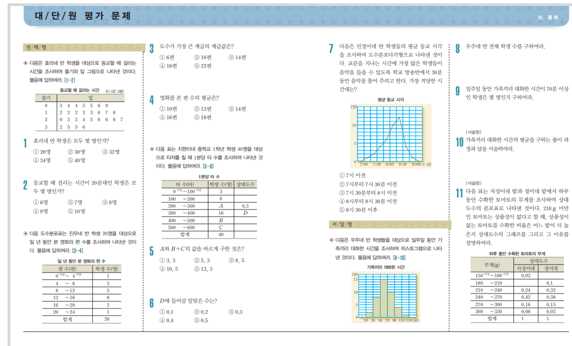
중단원 기본 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공함으로써 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



수행 과제 단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 · 분석 · 조사 · 관찰한 후 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

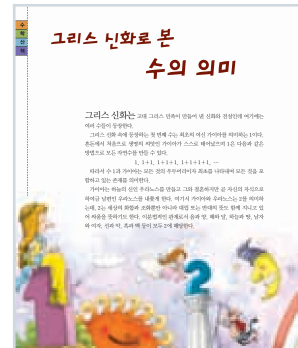
대단원 핵심 한눈에 보기 대단원 학습을 마친 후 그 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 상기할 수 있도록 하였습니다.



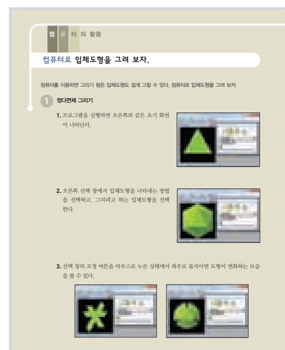


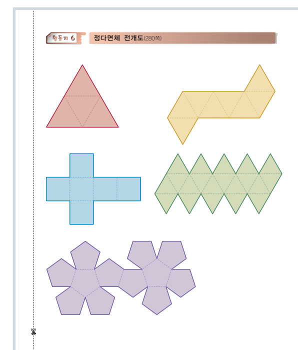
대단원 평가 문제 대단원 학습 내용을 총망라한 다양한 평가 문항들을 제시하였습니다. 또 서술형 문제를 통해 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였습니다.

수학 산책 실생활에서 수학이 활용되는 예, 그 내용이 등장하게 된 계기 등 이 단원과 연관이 있는 이야기를 소개하여 수학에 흥미를 불러일으킬 수 있도록 하였습니다.



만화로 보는 수학 이야기 단원과 관련된 내용을 만화로 보여 줌으로써 친근하게 학습 내용의 필요성을 느낄 수 있도록 하였고, 생각 키우기에서 다양한 아이디어를 산출할 수 있도록 열린 반응을 요구하는 수학적 과제를 제시하였습니다.





공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용 단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였습니다.

활동지 수업에서 직접 활용할 수 있는 활동지를 제공하여 학생 스스로 조작해 봄으로써 활동적인 수학 수업이 가능하도록 하였습니다.

차 례

Ⅰ. 수와 연산

Ⅱ. 방정식

Ⅲ. 함수

Ⅳ. 통계

I 수와 연산

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 거듭제곱의 뜻을 안다.
2. 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.
3. 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
4. 정수와 유리수의 개념과 대소 관계를 이해한다.
5. 정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

사람이 거주하고 있는 지역 중에서 2010년까지 가장 낮은 기온을 기록한 곳은 동부 시베리아 고원의 오이먀콘으로 1933년 2월 6일에 영하 68 ℃를 기록하였다. 그렇다면 가장 더운 곳은 어디일까? 기온의 측정이 정기적으로 이루어지는 지역 중에서 가장 높은 기온을 기록한 곳은 1921년 여름 영상 58.8 ℃를 기록한 이라크 남동부의 바스라이다.

또 하루 중 가장 큰 기온 차를 보인 곳은 미국 몬태나 주의 브라우닝이라는 지역으로 1916년 1월에 영상 6.7 ℃에서 영하 48.8 ℃까지 하루 중에 55 ℃ 이상 내려간 기록이 있다. 영상 6.7 ℃와 영하 48.8 ℃를 각각 +6.7 ℃와 −48.8 ℃로 나타내기도 하는데, 이와 같이 수에 부호 +, −를 붙여서 나타내면 편리할 때가 많다.

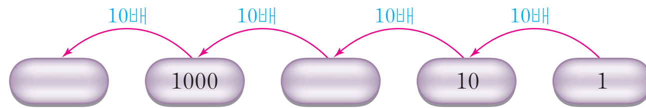
단원의 연계성

이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[초3~4학년군] 자연수의 혼합 계산 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈 [초5~6학년군] 약수와 배수 분수의 덧셈과 뺄셈 분수와 소수 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈	1. 자연수의 성질 소인수분해 최대공약수와 최소공배수 2. 정수와 유리수 정수와 유리수 정수와 유리수의 대소 관계 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈	[중1~3학년군] 문자와 식 유리수와 순환소수 식의 계산 제곱근과 실수 다항식의 인수분해 [수학 I] 다항식의 연산 인수분해 복소수

1 자연수의 성질

준 | 비 | 학 | 습

1 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.



공약수와 최대공약수

- 공약수: 두 자연수의 공통인 약수
- 최대공약수: 공약수 중에서 가장 큰 수

2 다음을 구하여라.

(1) 18의 약수　　(2) 27의 약수

(3) 18과 27의 공약수　　(4) 18과 27의 최대공약수

공배수와 최소공배수

- 공배수: 두 자연수의 공통인 배수
- 최소공배수: 공배수 중에서 가장 작은 수

3 다음을 구하여라.

(1) 4의 배수　　(2) 6의 배수

(3) 4와 6의 공배수　　(4) 4와 6의 최소공배수

최대공약수와 최소공배수 구하기

2) 12　30
3) 6　15
　　2　5

$2 \times 3 = 6$
⇨ 12와 30의 최대공약수

$2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60$
⇨ 12와 30의 최소공배수

4 빈칸에 알맞은 수를 써넣고, 최대공약수와 최소공배수를 구하여라.

(1)
2) 8　36
☐) 4　18
　　2　☐

최대공약수: ________

최소공배수: ________

(2)
2) 30　48
☐) 15　24
　　☐　☐

최대공약수: ________

최소공배수: ________

1-1 소인수분해

● 거듭제곱의 뜻을 안다.
● 소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있다.

거듭제곱이란 무엇인가?

창의력 기르기

체스

서양의 장기인 체스에 대하여 다음과 같은 흥미로운 이야기가 전해 내려오고 있다.

> 옛날 어느 나라의 왕이 체스 게임을 매우 좋아하여 그것을 처음으로 만든 농부의 소원을 들어 주기로 하였다. 그러자 농부는 체스 판의 첫 번째 칸에는 밀 두 알을 놓고, 두 번째 칸에는 밀 네 알, 세 번째 칸에는 밀 여덟 알, 네 번째 칸에는 밀 열여섯 알을 놓는 것과 같이 각 칸마다 앞의 칸보다 밀의 수를 두 배씩 늘려서 체스 판을 다 채울 수 있을 만큼의 밀을 달라고 하였다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다섯 번째 칸에는 몇 알의 밀을 놓아야 하는가?

2 열 번째 칸에는 몇 알의 밀을 놓아야 하는가?

창의력 기르기에서 농부가 원하는 밀의 개수는 오른쪽 표와 같다. 이처럼 2를 여러 번 곱한 수는 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

체스 판의 칸	밀의 수
첫 번째	2
두 번째	$2\times2=4$
세 번째	$2\times2\times2=8$
네 번째	$2\times2\times2\times2=16$
⋮	⋮

$$2\times2=2^2$$
$$2\times2\times2=2^3$$
$$2\times2\times2\times2=2^4$$
$$\vdots$$

이때 2^2, 2^3, 2^4, …을 통틀어 2의 **거듭제곱**이라 하고, 2를 거듭제곱의 **밑**, 곱하는 개수를 나타내는 2, 3, 4, …를 거듭제곱의 **지수**라고 한다.

2^4 ← 지수(4), 밑(2)

● 2^2은 '2의 제곱', 2^3은 '2의 세제곱', 2^4은 '2의 네제곱', …이라고 읽는다.
● $2^1=2$로 생각한다.

문제 1 다음을 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $3\times3\times5\times5\times5$ (2) $2\times2\times5\times7\times7\times7\times7$

문제 2 다음 수를 10의 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) 1000 (2) 10000

의사소통

다음은 태양계의 행성의 질량을 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것이다. 이와 같이 거듭제곱을 사용하면 어떤 점이 편리한지 토의하여 보자.

행성	수성	금성	지구	화성	목성	토성	천왕성	해왕성
질량(kg)	3×10^{23}	5×10^{24}	6×10^{24}	6×10^{23}	2×10^{27}	6×10^{26}	9×10^{25}	1×10^{26}

소수란 무엇인가?

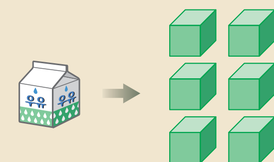
창의력 기르기

업사이클링(upcycling)

환경 문제가 날로 심각해지는 요즘 '업사이클링(upcycling)'이라는 새로운 용어가 관심의 대상이 되고 있다. 업사이클링이란 버려지는 자원이나 폐품 등에 새로운 디자인을 더해 쓸모 있는 제품으로 재활용하는 과정을 말한다. 낡은 것을 고쳐 쓴다는 의미의 '리폼(reform)'과 비슷한 용어로, 예를 들면 버려지는 현수막으로 재킷을 만들거나 소파 가죽으로 가방을 제작하는 것 등이 있다.

탐구 활동

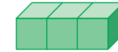
오른쪽의 크기가 같은 상자들은 우유팩을 이용하여 만든 정육면체 블록이다. 다음 물음에 답하여 보자.

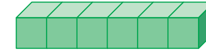


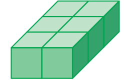
1 3개의 정육면체 블록을 붙여서 만들 수 있는 직육면체 모양은 몇 개인가?

2 6개의 정육면체 블록을 붙여서 만들 수 있는 직육면체 모양은 몇 개인가?

오른쪽 그림과 같이 3개의 정육면체 블록으로 직육면체 모양을 만드는 방법은 1×3의 한 가지 뿐이고, 6개의 정육면체 블록으로는 1×6, 2×3의 두 가지 직육면체 모양을 만들 수 있다.


1×3


1×6


2×3

이때 $3=1\times3$으로 나타낼 수 있으며 3의 약수는 1과 3뿐이다. 또한 $6=1\times6=2\times3$으로 나타낼 수 있으며 6의 약수는 1, 2, 3, 6으로 4개가 있다.

소수의 약수의 개수는 2개이고, 합성수의 약수의 개수는 3개 이상이다.

3과 같이 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수를 **소수**라고 한다. 또 6과 같이 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수를 **합성수**라고 한다.

주의 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니다.

문제 3 다음 수를 소수와 합성수로 구분하여라.

(1) 15 (2) 17

(3) 21 (4) 31

0.3, 0.05, …와 같은 소수를 한자로 나타내면 小數이고, 2, 3, 5, …와 같은 소수를 한자로 나타내면 素數이다.

1에서 50까지의 자연수 중에서 소수를 다음과 같은 방법으로 찾아보자.

❶ 1은 소수가 아니므로 지운다.
❷ 소수 2는 남기고, 2의 배수를 모두 지운다.
❸ 소수 3은 남기고, 3의 배수를 모두 지운다.
❹ 소수 5는 남기고, 5의 배수를 모두 지운다.
❺ 소수 7은 남기고, 7의 배수를 모두 지운다.

이와 같은 과정을 계속하면

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

의 소수만 남게 된다.

오른쪽 방법은 그리스의 수학자 에라토스테네스(Eratosthenes ; B.C. 275~B.C. 194)가 발견한 것으로 마치 체를 사용하여 소수를 걸러 내는 것과 같아서 '에라토스테네스의 체'라고 한다.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~

문제 4 에라토스테네스의 체를 이용하여 1에서 100까지의 자연수 중에서 소수를 모두 찾아라.

추론 에라토스테네스의 체에서 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운 이유를 설명하여 보자.

소인수분해란 무엇인가?

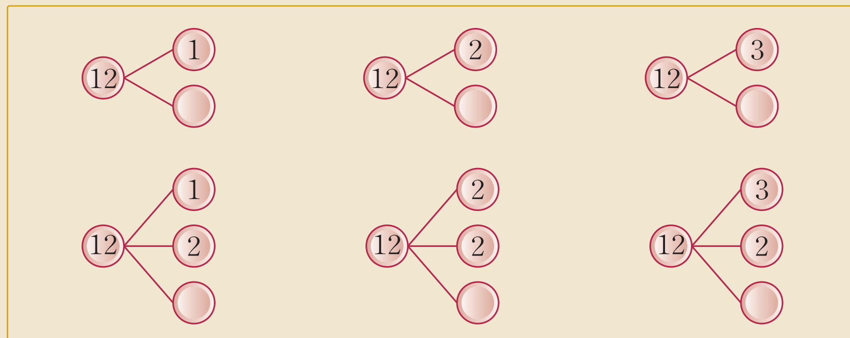
창의력 기르기

수 12

일 년을 나타내는 12개월, 시계에서 가장 큰 수는 12, 띠를 나타내는 십이지, 그리스 신화에 등장하는 올림포스의 12신, 연필 한 다스는 12자루 등 우리 주변에는 수 12가 많이 사용되고 있다.

탐구 활동

다음과 같이 12를 자연수들의 곱으로 나타내려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

자연수 a, b, c에 대하여 $a=b\times c$일 때, b, c를 a의 약수(인수)라고 한다.

12를 $12=3\times4$와 같이 나타내었을 때, 3과 4를 12의 약수 또는 인수라고 한다. 특히 3은 12의 인수이면서 소수이다. 이와 같이 인수이면서 소수인 수를 주어진 수의 **소인수**라고 한다.

예 28의 약수 1, 2, 4, 7, 14, 28은 모두 28의 인수이다. 또 이 중에서 소수인 2와 7은 28의 소인수이다.

문제 5 다음은 30의 약수이다. 이 중에서 30의 소인수를 모두 찾아라.

1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

일반적으로 소인수분해한 결과는 크기가 작은 소인수부터 나타내고, 같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

12는 $2\times2\times3$, 즉 $2^2\times3$과 같이 소인수들만의 곱으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 **소인수분해**한다고 한다.

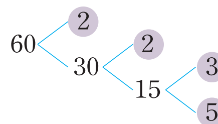
예제 1 60을 소인수분해하여라.

2)60
2)30
3)15
5

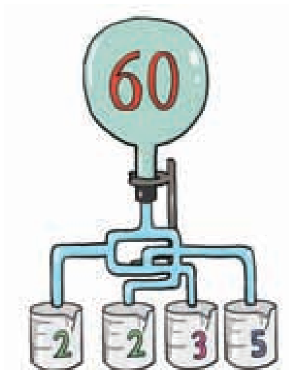
$60=2^2\times3\times5$

풀이 60을 소인수분해하면 다음과 같다.

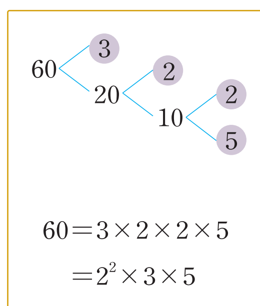
$$\begin{aligned}60&=2\times30\\&=2\times2\times15\\&=2\times2\times3\times5\\&=2^2\times3\times5\end{aligned}$$



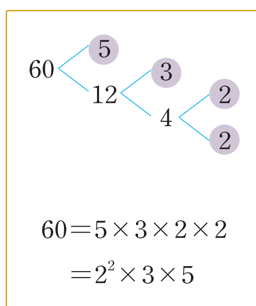
답 $2^2\times3\times5$



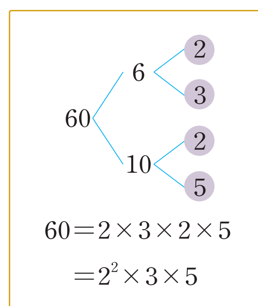
60을 소인수분해하는 순서는 다음과 같이 여러 가지로 생각할 수 있다.



$60=3\times2\times2\times5$
$=2^2\times3\times5$



$60=5\times3\times2\times2$
$=2^2\times3\times5$



$60=2\times3\times2\times5$
$=2^2\times3\times5$

그러나 60을 어떤 순서로 소인수분해하여도 그 결과는 $2^2\times3\times5$로 모두 같다.

이와 같이 자연수를 소인수분해한 결과는 소인수들의 순서를 생각하지 않으면 오직 한 가지뿐이다.

문제 6

다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 54 (2) 98

(3) 105 (4) 220

문제 7

다음 수를 소인수분해하고, 소인수를 각각 말하여라.

(1) 24 (2) 84 (3) 210

소인수분해를 이용하여 약수를 어떻게 구하는가?

예를 들어 27을 소인수분해하면 3^3이므로 27의 약수는

$$1,\ 3,\ 3^2,\ 3^3$$

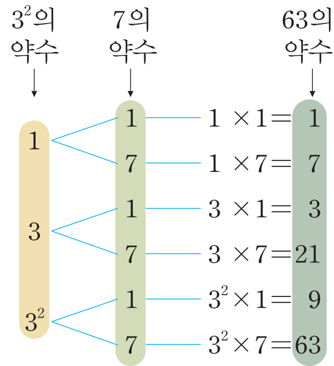
임을 알 수 있다.

이와 같이 어떤 자연수의 약수를 모두 구하려고 할 때, 소인수분해를 이용하면 편리한 경우가 있다.

예제 2

소인수분해를 이용하여 63의 약수를 모두 구하여라.

● 풀이 63을 소인수분해하면 $63=3^2\times7$



×	1	7
1	$1\times1=1$	$1\times7=7$
3	$3\times1=3$	$3\times7=21$
3^2	$3^2\times1=9$	$3^2\times7=63$

따라서 63의 약수는 1, 3, 7, 9, 21, 63이다.

답 ● 1, 3, 7, 9, 21, 63

문제 8

다음 수의 약수를 모두 구하여라.

(1) $3^2\times11$ (2) $2^2\times5^2$

(3) 40 (4) 175

추론 다음은 진성이와 혜수의 대화이다. 혜수의 생각이 옳은지를 판단하고, 그 이유를 설명하여 보자.

1-2 최대공약수와 최소공배수

- 최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 구할 수 있다.
- 최대공약수와 최소공배수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

최대공약수의 성질은 무엇인가?

탐구 활동

윤호는 과일 가게를 운영하시는 아버지를 도와서 사과 18개와 귤 24개를 남김없이 몇 개의 바구니에 똑같이 나누어 담아 과일 바구니를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 사과 18개를 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.

2 귤 24개를 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.

3 사과와 귤을 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 개수를 모두 구하여 보자.

4 사과와 귤을 똑같이 나누어 담을 때 필요한 바구니의 최대 개수는 3에서 구한 수와 어떤 관계가 있는가?

18의 약수는

1, 2, 3, 6, 9, 18

이고, 24의 약수는

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

이다. 이 중에서 18과 24의 공약수는 1, 2, 3, 6이고, 최대공약수는 6이다.

여기서 18과 24의 공약수 1, 2, 3, 6은 최대공약수인 6의 약수임을 알 수 있다.

두 개 이상의 자연수의 공통인 약수를 공약수라 하고, 공약수 중에서 가장 큰 수를 최대공약수라고 한다.

일반적으로 최대공약수에는 다음과 같은 성질이 있다.

최대공약수의 성질

두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.

```
3)30  45
5)10  15
   2   3
3×5=15
```

보기 30과 45의 최대공약수는 15이고, 30과 45의 공약수는 15의 약수인 1, 3, 5, 15이다.

문제 1 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라. 또 이를 이용하여 공약수를 구하여라.

(1) 12, 18　　　　(2) 25, 75

두 수 4와 9의 최대공약수는 1이다. 이와 같이 최대공약수가 1인 두 자연수를 **서로소**라고 한다.

문제 2 다음 중에서 두 수가 서로소인 것을 모두 찾아라.

㉠ 15, 16	㉡ 21, 49	㉢ 9, 19

의사소통 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다. 그렇다면 두 수가 서로소일 때, 두 수 중에서 어느 하나는 반드시 소수인지 토의하여 보자.

소인수분해를 이용하여 최대공약수를 어떻게 구하는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 18과 30을 각각 소인수분해하여 보자.

2 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수를 찾아 모두 곱하여 보자.

3 18과 30의 최대공약수를 구하여 **2**에서 구한 값과 비교하여 보자.

2) 24　60
2) 12　30
3) 6　15
　2　5
서로소
2×2×3=12

두 수 24와 60을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$24=2\times2\times2\times3,\quad 60=2\times2\times3\times5$$

이때 24와 60의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수는 2, 2, 3이고, 이 수들의 곱 2×2×3=12가 두 수 24와 60의 최대공약수이다.

이와 같이 두 개 이상의 자연수의 최대공약수는 각 수를 소인수분해한 후 공통으로 있는 소인수를 모두 곱하여 구할 수 있다.

예제 1

소인수분해를 이용하여 28, 56, 84의 최대공약수를 구하여라.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 28 & 56 & 84 \\ \hline 2 & 14 & 28 & 42 \\ \hline 7 & 7 & 14 & 21 \\ \hline & 1 & 2 & 3 \end{array}$$

$2\times2\times7=28$

풀이 28, 56, 84를 각각 소인수분해하면 오른쪽과 같다. 따라서 28, 56, 84에 공통으로 있는 소인수는 2, 2, 7이므로 구하는 최대공약수는

$$2\times2\times7=28$$

$$\begin{array}{rl} 28= & 2\times2 \qquad\qquad\quad \times7 \\ 56= & 2\times2\times2 \qquad \times7 \\ 84= & 2\times2 \qquad\ \times3\times7 \\ \hline & 2\times2 \qquad\qquad\quad \times7 \end{array}$$

답 ● 28

문제 3

다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

(1) $2^2\times3^2$, $2^4\times5$

(2) $2\times5^2\times7$, $3^2\times5^4$, $2^2\times5^4\times7^3$

(3) 54, 72

(4) 96, 108, 150

문제 4

세 자연수 a, b, c가 있다. a와 b의 최대공약수는 12이고 b와 c의 최대공약수는 18일 때, a, b, c의 최대공약수를 구하여라.

창의 UP

a는 50보다 큰 두 자리의 자연수이고, a와 15의 최대공약수는 5이다. a가 될 수 있는 자연수를 모두 구하는 방법을 설명하여라.

최소공배수의 성질은 무엇인가?

창의력 기르기

화상 회의

화상 회의는 멀리 떨어져 있는 사람들끼리 회의를 할 때, 각각의 회의실에 텔레비전, 카메라, 모니터, 마이크, 스피커 등을 갖추고 이들을 통신 회선으로 연결한 뒤 서로 얼굴을 보면서 진행하는 회의 방식으로, 영상 회의라고도 한다.

탐구 활동

한국의 K 회사는 일본의 J 회사와 2일에 한 번, 중국의 C 회사와 3일에 한 번 정기적으로 화상 회의를 하기로 하였다. K 회사가 3월 31일에 J, C 두 회사와 화상 회의를 하였을 때, 오른쪽 달력에 4월의 화상 회의 날짜를 각각 표시하고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 4월 한 달 동안 K 회사가 J, C 두 회사와 화상 회의를 각각 할 때, 겹치는 날짜를 모두 구하여 보자.

2 K 회사가 J, C 두 회사와 화상 회의를 할 때, 겹치는 날짜는 며칠에 한 번꼴인가?

3 **1**에서 구한 수와 **2**에서 구한 수 사이의 관계를 말하여 보자.

2의 배수는

$$2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16,\ 18,\ \cdots$$

이고, 3의 배수는

$$3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ \cdots$$

이다. 이 중에서 2와 3의 공배수는 6, 12, 18, …이고, 최소공배수는 6이다. 여기서 2와 3의 공배수 6, 12, 18, …은 최소공배수인 6의 배수임을 알 수 있다.

두 개 이상의 자연수의 공통인 배수를 공배수라 하고, 공배수 중에서 가장 작은 수를 최소공배수라고 한다.

일반적으로 최소공배수에는 다음과 같은 성질이 있다.

> **최소공배수의 성질**
>
> 두 개 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

3)6 9
　2 3
$3\times2\times3=18$

보기 6과 9의 최소공배수는 18이고, 6과 9의 공배수는 18의 배수인 18, 36, 54, …이다.

문제 5 다음 두 수의 최소공배수를 구하여라. 또 이를 이용하여 공배수를 구하여라.

(1) 4, 6 (2) 12, 15

소인수분해를 이용하여 최소공배수를 어떻게 구하는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수를 찾아보자.

2 18과 30의 소인수 중에서 공통으로 있지 않은 소인수를 찾아보자.

3 **1**과 **2**에서 구한 수를 모두 곱하여 보자.

4 18과 30의 최소공배수를 구하여 **3**에서 구한 값과 비교하여 보자.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 8 & 10 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

$2\times4\times5=40$

두 수 8과 10을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$8=2\times2\times2,\quad 10=2\times5$$

이때 8과 10의 소인수 중에서 공통으로 있는 소인수 2와 공통으로 있지 않은 소인수 2, 2, 5를 모두 곱한 수 $2\times2\times2\times5=40$이 두 수 8과 10의 최소공배수이다.

이와 같이 두 개 이상의 자연수의 최소공배수는 각 수를 소인수분해한 후 공통으로 있는 소인수와 공통으로 있지 않은 소인수를 모두 곱하여 구할 수 있다.

예제 2 소인수분해를 이용하여 30, 45, 60의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 30 & 45 & 60 \\ \hline 5 & 10 & 15 & 20 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 4 \\ \hline & 1 & 3 & 2 \end{array}$$

$3\times5\times2\times3\times2=180$

풀이 30, 45, 60을 각각 소인수분해하면 오른쪽과 같다. 따라서 30, 45, 60에 공통으로 있는 소인수는 3, 5이고, 공통으로 있지 않은 소인수는 2, 2, 3이므로 구하는 최소공배수는

$$2\times2\times3\times3\times5=180$$

$$\begin{array}{rccccccccc} 30= & 2 & & & \times & 3 & & & \times & 5 \\ 45= & & & & & 3 & \times & 3 & \times & 5 \\ 60= & 2 & \times & 2 & \times & 3 & & & \times & 5 \\ \hline & 2 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 3 & \times & 5 \end{array}$$

답 ● 180

문제 6 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

(1) 2×3^3, $3^2\times7$ (2) 2×3^2, 3×5, $2^2\times3\times5^2$

(3) 48, 72 (4) 16, 24, 40

의사소통 두 수 a, b가 서로소인 경우 두 수의 최소공배수는 어떻게 구하는지 말하여 보자.

최대공약수와 최소공배수를 활용하면 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

예제 3

어떤 수로 40을 나누면 나누어떨어지고, 66을 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

풀이 어떤 수로 40을 나누면 나누어떨어지므로 어떤 수는 40의 약수이다.
또 어떤 수로 66을 나누면 2가 남으므로 어떤 수는 66에서 2를 뺀 수, 즉 64의 약수이다.
따라서 어떤 수는 40과 64의 공약수이므로 이러한 수 중에서 가장 큰 수는 40과 64의 최대공약수인 8이다.

답 8

문제 7 어떤 수로 137을 나누면 5가 남고, 88을 나누면 4가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

문제 8 운성이네 반 학생들은 홍수 피해를 입은 지역에 비누 140개, 치약 180개, 칫솔 240개를 보내기로 하였다. 이것들을 될 수 있는 대로 많은 상자에 똑같이 나누어 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 필요한 상자의 수를 구하여라.

(2) 한 상자에 담을 비누, 치약, 칫솔은 각각 몇 개씩인가?

예제 4

6으로 나누거나 10으로 나누어도 3이 남는 두 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

풀이 6으로 나누거나 10으로 나누어도 3이 남는 수는 6과 10의 공배수에 3을 더한 수이다.
따라서 이러한 수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수는 6과 10의 최소공배수 30에 3을 더한 수인 33이다.

답 33

문제 9

세 자연수 4, 5, 6의 어느 것으로 나누어도 나머지가 1인 세 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

함께 만들어요

문제 10

문제 9와 같이 최소공배수를 이용하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

발전

문제 11

지연이네 학교 앞 버스 정류장에는 두 노선버스가 각각 8분과 12분 간격으로 도착한다. 두 노선버스가 오후 3시 30분에 동시에 도착하였을 때, 이후 처음으로 동시에 도착하는 시각을 구하여라.

중/단/원 기초

1 다음을 거듭제곱으로 나타내고, 밑과 지수를 각각 말하여라.

(1) $2\times2\times2\times2$ (2) $5\times5\times5$

> 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다.

2 다음 수 중에서 소수를 모두 찾아라.

㉠ 1	㉡ 5	㉢ 13	㉣ 27

> 어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

3 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 20 (2) 30

(3) 68 (4) 96

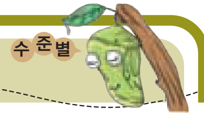
4 다음 수들의 최대공약수를 구하여라.

(1) 2×5, $2^2\times3\times5$ (2) 45, 72

5 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

(1) 2×3, 3×5 (2) 21, 28

중/단/원 기본



소수

1 다음 수 중에서 소수와 합성수는 각각 몇 개씩인지 구하여라.

1, 3, 9, 19, 27, 39, 51, 53, 61, 77

소인수분해

2 다음 수를 소인수분해하고, 약수를 모두 구하여라.

(1) 27 (2) 32

(3) 48 (4) 250

최대공약수

3 두 자연수 a와 b의 최대공약수가 10일 때, a와 b의 공약수를 모두 구하여라.

최대공약수와 최소공배수

4 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 구하여라.

(1) 30, 45, 75

(2) $2\times3^2\times5$, $3^2\times7$, $2\times3\times5\times7$

최대공약수와 최소공배수의 활용

5 가로의 길이가 135 cm이고, 세로의 길이가 75 cm인 직사각형 모양의 벽면에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 가장 큰 정사각형 모양의 타일을 붙일 때, 필요한 타일의 개수를 구하여라.

중/단/원 실력

• $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, $3^7=2187$, …

1 3^{99}의 일의 자리 숫자를 구하여라.

• X가 $a^m \times b^n$으로 소인수분해될 때, X의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$개이다.

2 $2^3\times\square$는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수라고 할 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.

3 28에 자연수 a를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. a가 될 수 있는 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

• 81을 소인수분해하여 본다.

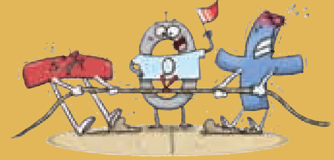
4 81보다 작은 자연수 중에서 81과 서로소인 자연수는 몇 개인지 구하여라.

5 어느 학교 1학년 학생들을 위하여 급식을 준비하였다. 생선전 970개, 호박전 650개를 만들어 300명이 넘는 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 생선전과 호박전이 모두 10개씩 남았다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 생선전과 호박전을 받은 학생 수를 구하여라.

(2) 한 학생에게 나누어 준 생선전과 호박전은 각각 몇 개씩인지 구하여라.

2 정수와 유리수



준 | 비 | 학 | 습

자연수의 혼합 계산
- 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈은 나중에 한다.
- 괄호가 있는 경우 괄호 안을 먼저 계산한다.

1 다음을 계산하여라.

(1) $7\times4-6\div2$　　(2) $24-3\times2+10$

(3) $90-(2+3)\times4$　　(4) $(5-3)\div2+8$

소수와 분수의 크기 비교
소수를 분수로 고치거나 분수를 소수로 고쳐서 크기를 비교한다.

2 다음 두 수의 크기를 비교하여라.

(1) $\frac{3}{4}$, 0.7　　(2) 2.6, $\frac{8}{3}$

(3) 2, $\frac{8}{5}$　　(4) $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$

분수의 사칙계산
- 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈은 통분하여 계산한다.
- 분수의 곱셈은 분모는 분모끼리, 분자는 분자끼리 곱하여 계산한다.
- 분수의 나눗셈은 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$　　(2) $\frac{4}{5}-\frac{3}{10}$

(3) $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$　　(4) $\frac{8}{5}\div\frac{16}{7}$

분수와 소수의 혼합 계산
- 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈은 나중에 한다.
- 괄호가 있는 경우 괄호 안을 먼저 계산한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $8.5\div\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\times10$　　(2) $3+\left(6.5-\frac{5}{2}\right)\times2$

2-1 정수와 유리수

● 정수와 유리수의 개념을 이해한다.

부호 +, −는 어떻게 사용하는가?

창의력 기르기

지구 온난화

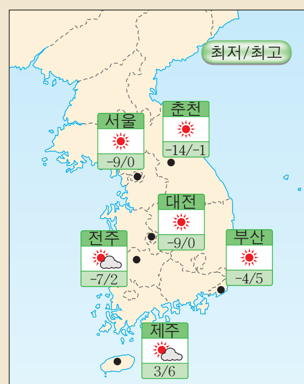
과학자들은 우리나라의 기온이 상승하여 앞으로 산림 생태계가 크게 변화될 것으로 예측하고 있다. 실제로 강원도 계방산, 경기도 광릉 지역의 산림을 관찰한 결과, 온난화가 지속될 경우 100년 후에는 한반도에서 아열대림을 보게 될지도 모른다고 한다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 1월 어느 날 우리나라 각 지역의 최저 기온과 최고 기온을 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 오른쪽 그림에서 − 부호로 나타낸 것은 무엇을 뜻하는가?

2 부산의 최저 기온과 최고 기온은 몇 도인가?



탐구 활동과 같이 온도를 나타낼 때, 0 ℃의 눈금을 기준으로 0 ℃보다 높은 영상의 온도에는 + 부호, 0 ℃보다 낮은 영하의 온도에는 − 부호를 붙여서 나타낼 수 있다.

또 동쪽으로 5 m 이동한 것을 +5 m로 나타내면 서쪽으로 5 m 이동한 것을 −5 m로 나타낼 수 있다.

이와 같이 서로 반대의 성질을 가지는 수량을 부호 +나 −를 사용하여 나타낼 수 있다.

+2와 −7의 부호 +, −는 덧셈, 뺄셈의 기호와 모양은 같지만 그 의미는 다르다.

여기서 **+를 양의 부호**, **−를 음의 부호**라 하고, +2는 '양의 2', −7은 '음의 7'이라고 읽는다.

보기 (1) 300원의 이익을 +300원이라고 할 때, 300원의 손해는 −300원이다.
(2) 5개 부족한 것을 −5개라고 할 때, 5개 남는 것은 +5개이다.

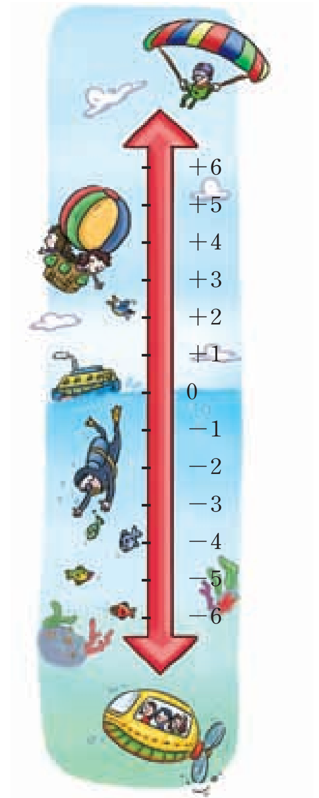
문제 1

다음을 부호 +, −를 사용하여 나타내어라.

(1) 지상 6 m, 지하 4 m

(2) 수입 7000원, 지출 4000원

(3) 50명 증가, 30명 감소



부호 +와 −를 사용하면 0보다 큰 수뿐만 아니라 0보다 작은 수도 나타낼 수 있다. 즉, 0보다 3만큼 큰 수는 +3, 0보다 $\frac{1}{2}$만큼 작은 수는 $-\frac{1}{2}$로 나타낼 수 있다.

문제 2

다음 수를 부호 +, −를 사용하여 나타내어라.

(1) 0보다 4만큼 큰 수

(2) 0보다 5만큼 작은 수

(3) 0보다 $\frac{3}{4}$만큼 큰 수

(4) 0보다 2.6만큼 작은 수

문제해결 생활 주변에서 서로 반대되는 성질을 가진 수량을 조사하여 부호 +, −를 사용하여 나타내어 보자.

정수와 유리수는 어떤 수인가?

창의력 기르기

김치

김치가 발효하면서 생기는 유산균이 성인병 예방과 피부의 노화 방지, 면역성 강화 등 건강에 좋다는 것이 알려지면서 우리나라뿐만 아니라 외국에서도 김치의 인기가 날로 더해 가고 있다. 김치를 가지고 만들 수 있는 음식은 김치전, 김치 피자, 김치찌개, 김치볶음밥, 김치 라면 등 여러 가지가 있다.

탐 구 활 동

다음 조리법을 보고 물음에 답하여 보자.

김치볶음밥 만들기

재료: 김치 300 g, 피망 $\frac{1}{2}$개, 당근 1개, 양파 $\frac{1}{4}$개, 양송이버섯 2개, 밥, 식용유, 참깨

방법: ① 피망, 당근, 양파는 잘게 썰고 양송이버섯은 껍질을 벗겨 0.4 cm 간격으로 얇게 썬다.

② 프라이팬에 식용유를 두르고 김치를 볶은 다음 준비한 채소를 넣고 다시 볶는다.

③ 마지막으로 밥을 넣어 볶은 후 불을 끄고 참깨로 마무리한다.

1 위의 조리법에 나와 있는 수를 모두 써 보자.

2 **1**에서 찾은 수 중에서 자연수가 아닌 수를 모두 말하여 보자.

자연수에 양의 부호 +를 붙인 +1, +2, +3, …과 같은 수를 **양의 정수**라 하고, 자연수에 음의 부호 −를 붙인 −1, −2, −3, …과 같은 수를 **음의 정수**라고 한다. 이때 양의 정수, 0, 음의 정수를 통틀어 **정수**라고 한다.

정수 { 양의 정수, 0, 음의 정수 }

0은 양의 정수도 음의 정수도 아니다.

특히 양의 정수 +1, +2, +3, …은 양의 부호를 생략하여 1, 2, 3, …으로 나타내기도 한다. 즉, 양의 정수는 자연수와 같다.

보기 정수는 …, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, …이다.

모든 정수는

$0=\frac{0}{1}=\frac{0}{2}=\cdots$

$1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\cdots$

$-2=-\frac{2}{1}=-\frac{4}{2}=\cdots$

와 같이 분수의 꼴로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

탐구 활동에서 0.4, 1, 2, 300은 $0.4=\frac{4}{10}$, $1=\frac{5}{5}$, $2=\frac{4}{2}$, $300=\frac{600}{2}$과 같이 나타낼 수 있다. 이와 같이 분자와 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 **유리수**라고 한다.

한편 $+\frac{1}{4}$, $+0.1$, $+3$과 같이 + 부호가 붙은 유리수를 **양의 유리수** 또는 간단히 **양수**라고 한다. 이때 양수는 정수와 마찬가지로 양의 부호 +를 생략하여 나타낼 수 있다.

또 $-\frac{1}{3}$, -1.2, -5와 같이 − 부호가 붙은 유리수를 **음의 유리수** 또는 간단히 **음수**라고 한다.

참고 0은 양수도 아니고, 음수도 아니다.

문제 3 다음 수를 양수와 음수로 구분하여라.

㉠ $+8$	㉡ 0	㉢ -4
㉣ -3.5	㉤ $\frac{1}{2}$	㉥ $-\frac{9}{8}$

문제 4 다음 수 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

$+5,\quad -7,\quad -\frac{3}{2},\quad 0,\quad +1.2,\quad 10$

지금까지 배운 수 사이의 관계를 정리하면 다음과 같다.

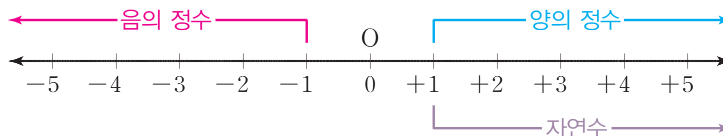
$$\text{유리수}\begin{cases}\text{정수}\begin{cases}\text{양의 정수(자연수)}\\ 0\\ \text{음의 정수}(-1,\ -2,\ -3,\ \cdots)\end{cases}\\ \text{정수가 아닌 유리수}\left(+\frac{1}{4},\ +0.7,\ -\frac{2}{3},\ -0.3,\ \cdots\right)\end{cases}$$

참고 앞으로는 수라고 하면 유리수를 말하는 것으로 한다.

아래 그림과 같이 직선에서 기준이 되는 점 O를 잡아 수 0을 대응시키고, 점 O에서 좌우로 같은 간격으로 점을 잡는다.

그리고 점 O로부터 오른쪽의 점들을 차례로 $+1$, $+2$, $+3$, …과 대응시키고, 왼쪽의 점들을 차례로 -1, -2, -3, …과 대응시키면 직선 위에 정수를 모두 나타낼 수 있다.

이와 같은 방법으로 수를 대응시켜서 만든 직선을 **수직선**이라고 한다.



참고 수직선에서 0을 나타내는 기준점 O를 원점이라고 한다.

유리수를 수직선 위에 나타내는 방법

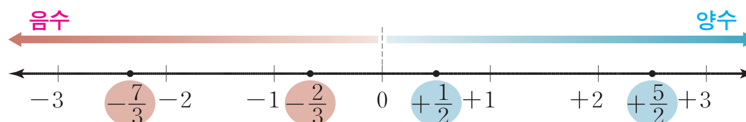
a, b가 양수일 때

① $+a$는 원점에서 오른쪽으로 a만큼 간 점에 대응시킨다.

② $-b$는 원점에서 왼쪽으로 b만큼 간 점에 대응시킨다.

정수와 마찬가지로 정수가 아닌 유리수도 수직선 위에 대응하는 점으로 나타낼 수 있다.

예를 들어 $+\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$, $+\frac{5}{2}$, $-\frac{7}{3}$을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



문제 5 다음 수를 수직선 위에 나타내어라.

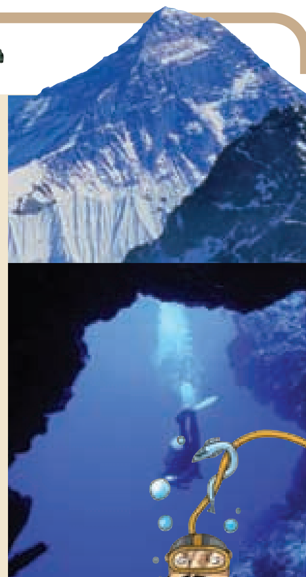
(1) $+1$ (2) $-\frac{4}{3}$ (3) $+2.5$ (4) -4

의사소통 신문에 실린 글 중에서 유리수가 쓰여 있는 기사를 조사하고 말하여 보자.

2-2 정수와 유리수의 대소 관계

● 정수와 유리수의 대소 관계를 이해한다.

절댓값이란 무엇인가?



창의력 기르기

지구 상에서 가장 높은 곳과 가장 깊은 곳

해수면을 기준으로 하였을 때, 가장 높은 곳은 히말라야 산맥의 에베레스트 산 정상이고, 가장 깊은 곳은 태평양의 비티아즈 해연으로 알려져 있다. 여기서 해연이란 바다 밑바닥의 움푹 꺼진 지형 중에서 특히 깊게 들어간 부분을 말한다.

탐 구 활 동

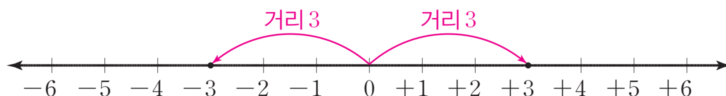
에베레스트 산의 높이를 $+8848$ m, 비티아즈 해연의 깊이를 -11034 m로 나타낼 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 에베레스트 산과 해수면 사이의 거리는 얼마인가?

2 비티아즈 해연과 해수면 사이의 거리는 얼마인가?

3 에베레스트 산과 비티아즈 해연 중에서 어느 곳이 해수면과 더 가까운가?

다음 그림과 같이 수직선 위에서 $+3$과 -3에 대응하는 점은 모두 원점으로부터 3만큼 떨어져 있음을 알 수 있다.



이와 같이 수직선 위에서 어떤 수 a에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 a의 **절댓값**이라고 하며, 이것을 기호로

$$|a|$$

와 같이 나타낸다. 예를 들어 $+3$과 -3의 절댓값은 각각 $|+3|=3$, $|-3|=3$이다.

보기 $+5$와 $-\frac{3}{4}$에 대응하는 점과 원점 사이의 거리는 각각 5와 $\frac{3}{4}$이므로

$$|+5|=5,\quad \left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}$$

문제

다음을 구하여라.

(1) $|+7|$ (2) $|-9|$ (3) $\left|-\frac{1}{3}\right|$ (4) $\left|+\frac{2}{5}\right|$

의사소통 0의 절댓값을 구하고, 그렇게 구한 이유를 말하여 보자.

정수와 유리수의 크기를 어떻게 비교하는가?

창의력 기르기

그린 마일리지 제도

교사와 학생, 학생과 학생 간의 규칙을 잘 지켜 교사의 교권과 학생의 인권을 존중하기 위한 생활 지도의 일환으로 학교에서는 그린 마일리지 제도가 시행되고 있다. 이 제도는 학교의 구성원들의 합의하에 정한 생활 규정에 따라 상점과 벌점을 주어 학생들이 바람직한 학교생활을 할 수 있도록 도와주고 있다.

탐구 활동

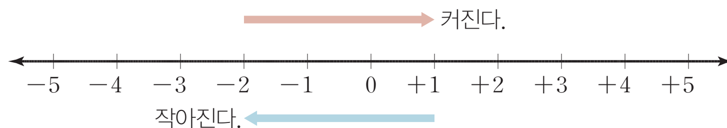
수민이네 학교에서는 좋은 일을 한 학생에게는 칭찬 카드를 주고, 규칙을 어긴 학생에게는 벌점 카드를 주고 있다. 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 노랑 카드와 빨강 카드에 해당하는 수를 수직선 위에 나타내어 보자.

2 두 수 중에서 어떤 수가 오른쪽에 있는가?

3 두 수 중에서 어떤 수가 원점에 가까운가?

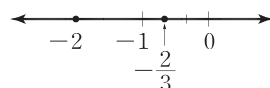
유리수를 수직선 위에 나타내었을 때 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.



예를 들어 수직선에서 $+6$은 $+3$보다 오른쪽에 있으므로

$$+3<+6$$

이고, $-\frac{2}{3}$는 -2보다 오른쪽에 있으므로

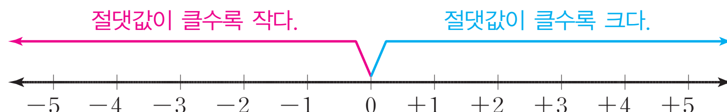


$$-2<-\frac{2}{3}$$

이다.

$-2<-\frac{2}{3}$는 '-2는 $-\frac{2}{3}$보다 작다.'라고 읽는다.

유리수를 수직선 위에 나타내었을 때, 양수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수, 즉 절댓값이 큰 수가 더 크다. 그러나 음수끼리는 원점에서 멀리 떨어져 있는 수, 즉 절댓값이 큰 수가 더 작다.



일반적으로 유리수의 대소 관계는 다음과 같다.

(음수)$<0<$(양수)

유리수의 대소 관계

(1) 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
(2) 양수는 음수보다 크다.
(3) 양수는 그 절댓값이 클수록 크다.
(4) 음수는 그 절댓값이 클수록 작다.

보기 두 수 -1과 $-\frac{1}{3}$의 크기를 비교하면 $|-1|=1$, $\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$이고, $1>\frac{1}{3}$이므로

$-1<-\frac{1}{3}$이다.

문제 2 다음 □ 안에 부등호 $<$, $>$ 중에서 알맞은 것을 써넣어라.

(1) -7 □ $+1.2$ (2) $+\frac{10}{3}$ □ 0

(3) -2 □ -2.8 (4) $-\frac{5}{4}$ □ $-\frac{4}{5}$

문제 3 다음 수를 큰 것부터 차례로 나열하여라.

$+4,\quad -\frac{9}{2},\quad +2,\quad 0,\quad +8.3,\quad -11$

이제 부등호의 사용에 대하여 좀 더 알아보자.

부등호에는 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$이 있다.

'a는 3보다 크거나 같다.' 또는 'a는 3 이상이다.'는 기호로 $a\geq3$과 같이 나타내고, 'a는 3보다 작거나 같다.' 또는 'a는 3 이하이다.'는 기호로 $a\leq3$과 같이 나타낸다.

또 'a는 -5 이상이고 2 이하이다.'는 기호로 $-5\leq a\leq2$와 같이 나타낸다.

참고 기호 $\geq$는 $>$ 또는 $=$를 의미하고, 기호 $\leq$는 $<$ 또는 $=$를 의미한다.

문제 4 다음을 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 나타내어라.

(1) a는 $\frac{2}{3}$보다 크거나 같다. (2) a는 -4 이상이고 2 미만이다.

창의 UP 두 수 a, b에 대하여 $a<b$일 때, $|a|$와 $|b|$의 대소 관계를 설명하여라.

의사소통 a는 3보다 작지 않다고 할 때, a를 부등호를 사용하여 어떻게 나타낼지 말하여 보자.

2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

● 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 덧셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

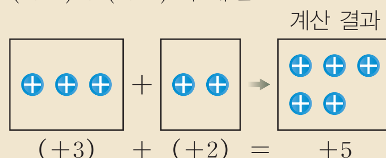
● 준비물
+, − 부호

활동지 1

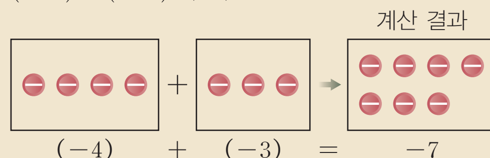
성진이는 다음과 같은 방법으로 두 수의 덧셈을 하였다.

• ⊕는 +1, ⊖는 −1을 나타낸다.
• ⊕ 1개와 ⊖ 1개가 짝을 이루면 0을 나타낸다.

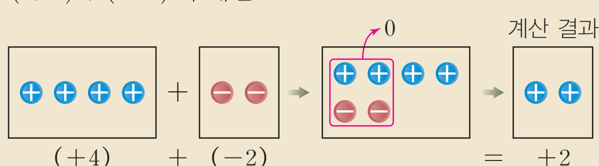
• $(+3)+(+2)$의 계산



• $(-4)+(-3)$의 계산



• $(+4)+(-2)$의 계산



성진이가 한 것과 같은 방법으로 다음 덧셈을 하여 보자.

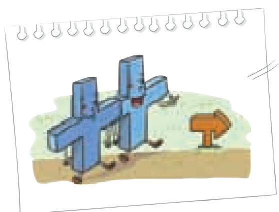
1 $(+4)+(+1)$

2 $(-2)+(-4)$

3 $(+5)+(-1)$

4 $(-3)+(+6)$

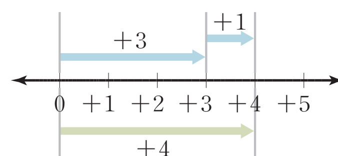
수직선의 원점에서 출발하여 오른쪽 방향으로 가는 것을 양수로, 왼쪽 방향으로 가는 것을 음수로 나타내어 수직선을 이용한 덧셈 방법을 알아보자.

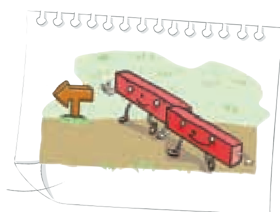


(1) (양수)+(양수)

$(+3)+(+1)$은 수직선의 원점에서 오른쪽으로 3만큼 간 점에서 다시 오른쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 $+4$와 같다.

즉, $(+3)+(+1)=+4$이다.

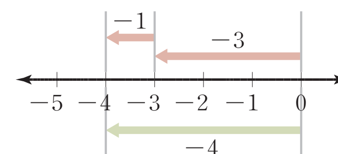


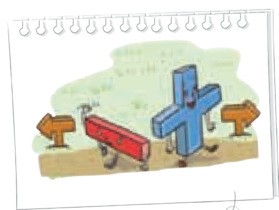


(2) (음수)+(음수)

$(-3)+(-1)$은 수직선의 원점에서 왼쪽으로 3만큼 간 점에서 다시 왼쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 -4와 같다.

즉, $(-3)+(-1)=-4$이다.

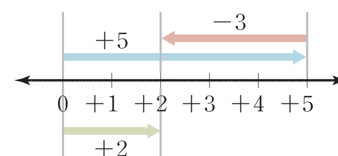




(3) (양수)+(음수)

$(+5)+(-3)$은 수직선의 원점에서 오른쪽으로 5만큼 간 점에서 왼쪽으로 3만큼 간 점이 나타내는 수 $+2$와 같다.

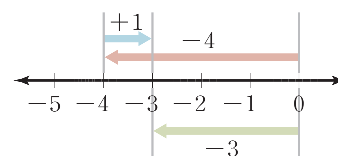
즉, $(+5)+(-3)=+2$이다.



(4) (음수)+(양수)

$(-4)+(+1)$은 수직선의 원점에서 왼쪽으로 4만큼 간 점에서 오른쪽으로 1만큼 간 점이 나타내는 수 -3과 같다.

즉, $(-4)+(+1)=-3$이다.



위에서 같은 방향으로 간 경우는 (1), (2)이고, 반대 방향으로 간 경우는 (3), (4)이다.

이상에서 같은 방향으로 간 경우의 계산 결과는 간 방향의 부호를 따르고, 서로 반대 방향으로 간 경우의 계산 결과는 많이 간 방향의 부호를 따른다는 것을 알 수 있다.

또 같은 방향으로 간 경우는 원점에서 출발하여 두 수의 절댓값의 합만큼 간 것과 같고, 서로 반대 방향으로 간 경우는 원점에서 출발하여 두 수의 절댓값의 차만큼 절댓값이 큰 수의 방향으로 간 것과 같다.

따라서 두 수의 덧셈은 수직선을 그리지 않고 먼저 부호를 정한 후 절댓값의 합이나 차를 구하여 계산할 수 있다.

즉, 앞의 수직선을 이용한 덧셈은 다음과 같이 계산한 것과 같다.

(1) $(+3)+(+1)=+(3+1)=+4$

(2) $(-3)+(-1)=-(3+1)=-4$

(3) $(+5)+(-3)=+(5-3)=+2$

(4) $(-4)+(+1)=-(4-1)=-3$

정수가 아닌 유리수의 덧셈도 정수의 덧셈과 같은 방법으로 계산한다.

보기 $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{4}\right)=-\frac{1}{4}$

일반적으로 유리수의 덧셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수의 덧셈

(1) 부호가 같은 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다.

(2) 부호가 다른 두 수의 덧셈은 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

예제 1

다음을 계산하여라.

(1) $(+7)+(+4)$

(2) $(-6)+(-3)$

(3) $(-3.2)+(+1.8)$

(4) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$

부호가 같은 두 수의 덧셈
- (양수)+(양수) =+(절댓값의 합)
- (음수)+(음수) =−(절댓값의 합)

풀이 (1) $(+7)+(+4)=+(7+4)=+11$

(2) $(-6)+(-3)=-(6+3)=-9$

(3) $(-3.2)+(+1.8)=-(3.2-1.8)=-1.4$

(4) $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)=+\frac{1}{6}$

답 (1) $+11$ (2) -9 (3) -1.4 (4) $+\frac{1}{6}$

문제 1

다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(+8)$

(2) $(-15)+(+6)$

(3) $(+5.1)+(-6.2)$

(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

문제 2 어느 중학교에서는 1학기 동안에 19명의 학생이 전학을 갔고, 15명의 학생이 전학을 왔다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 이 중학교의 전체 학생 수를 기준으로 전학을 가고, 온 학생의 수를 각각 +, − 부호를 사용하여 나타내어라.

(2) 학생 수는 1학기 동안에 모두 몇 명 늘었는가? 또는 몇 명 줄었는가?

정수와 유리수의 덧셈에는 어떤 계산 법칙이 있는가?

두 수의 덧셈에서

$$(+5)+(-7)=-2,\quad (-7)+(+5)=-2$$

이다. 이와 같이 두 수의 덧셈에서는 더하는 두 수의 순서를 바꾸어 더하여도 그 결과는 같다.

일반적으로 두 수 a, b에 대하여

$$a+b=b+a$$

가 성립한다. 이것을 덧셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또 세 수의 덧셈에서

$$\{(-3)+(+9)\}+(+5)=(+6)+(+5)=+11$$

$$(-3)+\{(+9)+(+5)\}=(-3)+(+14)=+11$$

이다. 이와 같이 세 수의 덧셈에서는 어느 두 수를 먼저 더하여도 그 결과는 같다.

$\{(-3)+(+9)\}+(+5)$
$=(-3)+\{(+9)+(+5)\}$
$=(-3)+(+9)+(+5)$

일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

가 성립한다. 이것을 덧셈의 **결합법칙**이라고 한다.

$(a+b)+c$
$=a+(b+c)$
$=a+b+c$

이와 같은 덧셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 유리수의 덧셈을 편리하게 할 수도 있다.

보기

$$\left(-\frac{1}{2}\right)+(+5)+\left(+\frac{1}{2}\right)$$
$$=(+5)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$$ 교환법칙
$$=(+5)+\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)\right\}$$ 결합법칙
$$=(+5)+0=+5$$

어떤 수에 0을 더하여도 그 값은 변함이 없다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 덧셈의 계산 법칙

유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 교환법칙: $a+b=b+a$

(2) 결합법칙: $(a+b)+c=a+(b+c)$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(-16)+(+9)+(-6)$

(2) $(+2.5)+(-3)+(-1.8)$

(3) $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)$

(4) $(-7)+(+0.4)+(-5)+(+2.6)$

유리수의 덧셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하므로 순서를 적당히 바꾸거나 수를 모아서 계산하면 편리하다.

창의 UP

바둑판 모양의 빈칸에 서로 다른 숫자를 써넣어서 가로, 세로, 대각선의 칸에 쓰여진 수의 합이 같아지도록 만든 것을 마방진이라고 한다. -9에서 6까지의 정수를 사용하여 오른쪽 마방진을 완성하여라.

-9			3
	-4		
4	-3	1	
-6		-5	6

의사소통

다음은 준수와 미소가 $(-734)+(-17)+(+733)$을 계산한 것이다. 두 학생이 계산한 것을 비교하여 어느 계산 방법이 편리한지 말하여 보자.

〈준수〉

$(-734)+(-17)+(+733)$

$=\{(-734)+(-17)\}+(+733)$

$=(-751)+(+733)$

$=-18$

〈미소〉

$(-734)+(-17)+(+733)$

$=(-17)+(-734)+(+733)$

$=(-17)+\{(-734)+(+733)\}$

$=(-17)+(-1)$

$=-18$

정수와 유리수의 뺄셈을 어떻게 하는가?

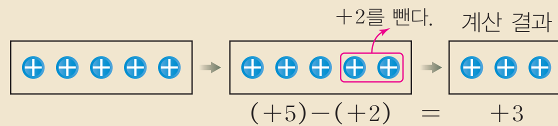
탐구 활동

● 준비물
+, − 부호
활동지 1

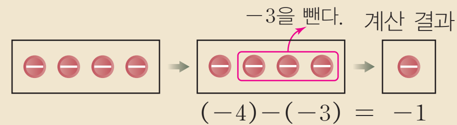
새롬이는 다음과 같은 방법으로 두 수의 뺄셈을 하였다. 물음에 답하여 보자.

> • ⊕는 +1, ⊖는 −1을 나타낸다.
> • ⊕ 1개와 ⊖ 1개가 짝을 이루면 0을 나타낸다.

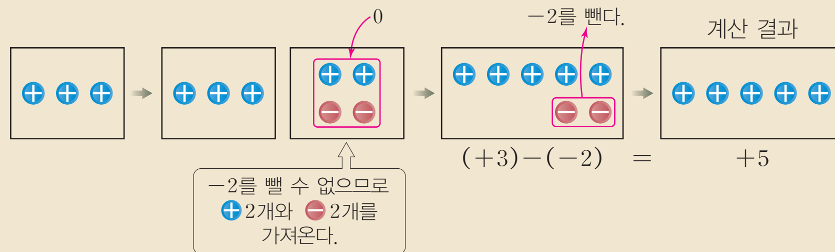
• $(+5)-(+2)$의 계산



• $(-4)-(-3)$의 계산



• $(+3)-(-2)$의 계산



1 다음 덧셈을 하여 보자.

(1) $(+5)+(-2)$ (2) $(-4)+(+3)$ (3) $(+3)+(+2)$

2 새롬이가 한 뺄셈과 **1**에서 한 덧셈의 결과를 각각 비교하여 보자.

탐구 활동에서 $(+5)-(+2)=+3$, $(+5)+(-2)=+3$이므로

$$(+5)-(+2)=(+5)+(-2)$$

이다. 마찬가지로

$$(+3)-(-2)=(+3)+(+2)$$

이다.

이와 같이 두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더하는 것과 결과가 같음을 알 수 있다.

정수가 아닌 유리수의 뺄셈도 정수의 뺄셈과 같은 방법으로 계산한다.

보기 $\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{3}{2}\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{4}+\frac{6}{4}\right)=-\frac{7}{4}$

일반적으로 유리수의 뺄셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수의 뺄셈

두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.

예제 2

다음을 계산하여라.

(1) $(-5)-(+4)$

(2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) $(-5)-(+4)=(-5)+(-4)=-(5+4)=-9$

(2) $\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}\right)=+\frac{7}{6}$

답 (1) -9 (2) $+\frac{7}{6}$

문제 4

다음을 계산하여라.

(1) $(+3)-(+4)$

(2) $(-7)-(+5)$

(3) $(-8)-(-2)$

(4) $0-(-6)$

(5) $(-1.6)-(-2.8)$

(6) $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{10}\right)$

추론

다음이 옳은지 판단하고 그 이유를 설명하여 보자.

> 두 유리수 a, b에 대하여 $a+b$는 항상 $a-b$보다 크다.

덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 왼쪽부터 차례로 계산하거나 또는 뺄셈을 덧셈으로 고친 후, 양수의 합과 음수의 합을 각각 구하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}&(+5)+(-4)-(-6)\\&=\{(+5)+(-4)\}-(-6)\\&=(+1)-(-6)\\&=(+1)+(+6)\\&=+7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(+5)+(-4)-(-6)\\&=(+5)+(-4)+(+6)\\&=\{(+5)+(+6)\}+(-4)\\&=(+11)+(-4)\\&=+7\end{aligned}$$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(-7)-(-8)$

(2) $(-4)+(-2)-(+5)$

(3) $(+0.1)-(+0.2)+(-0.6)$

(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$

괄호가 없는 식의 덧셈과 뺄셈은 괄호가 있는 식으로 고쳐서 계산하면 편리하다.

예제 3 $-7+5-4+8$을 계산하여라.

오른쪽의 계산은 다음과 같이 할 수도 있다.
$-7+5-4+8$
$=-7-4+5+8$
$=-11+13$
$=+2$

풀이 $-7+5-4+8=(-7)+(+5)-(+4)+(+8)$
$=(-7)+(+5)+(-4)+(+8)$
$=\{(-7)+(-4)\}+\{(+5)+(+8)\}$
$=(-11)+(+13)=+2$

답 $+2$

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $4-6+7$

(2) $-6-11+13-2$

(3) $5.3-6.1+3.8$

(4) $\frac{1}{2}-\frac{5}{3}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$

2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈

● 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

정수와 유리수의 곱셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 계산을 보고, 물음에 답하여 보자.

1 곱하는 수가 1씩 작아지면 곱은 얼마씩 작아지는가?

2 **1**의 규칙을 이용하여 □ 안에 들어갈 수를 생각하여 보자.

$5\times3=15$

$5\times2=10$

$5\times1=5$

$5\times0=0$

$5\times(-1)=$ □

$5\times(-2)=$ □

$5\times(-3)=$ □

양수를 나타낼 때, 양의 부호 +는 생략할 수 있으므로

$$(+5)\times(+3)=5\times3=15=+15$$
$$(+5)\times(+2)=5\times2=10=+10$$
$$(+5)\times(+1)=5\times1=5=+5$$

이다. 따라서 두 양수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

(양수)×(양수) =+(두 수의 절댓값의 곱)

또 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 그 결과는 5씩 작아짐을 알 수 있다.

이와 같이 생각하면

$$(+5)\times0=0$$
$$(+5)\times(-1)=-5$$
$$(+5)\times(-2)=-10$$
$$(+5)\times(-3)=-15$$

5씩 작아진다.

이다. 따라서 양수와 음수의 곱은 각 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

(양수)×(음수) =−(두 수의 절댓값의 곱)

한편 $(-5)\times(+3)$, $(-5)\times(+2)$, $(-5)\times(+1)$은 각각

$$(-5)\times 3,\ (-5)\times 2,\ (-5)\times 1$$

과 같으므로

$$(-5)\times(+3)=(-5)+(-5)+(-5)=-15$$
$$(-5)\times(+2)=(-5)+(-5)=-10$$
$$(-5)\times(+1)=-5$$

(음수)×(양수) =−(두 수의 절댓값의 곱)

이다. 따라서 음수와 양수의 곱은 각 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

또 곱하는 수가 1씩 작아짐에 따라 그 결과는 5씩 커짐을 알 수 있다.

이와 같이 생각하면

$$(-5)\times 0=0$$
$$(-5)\times(-1)=+5$$
$$(-5)\times(-2)=+10$$
$$(-5)\times(-3)=+15$$

5씩 커진다.

(음수)×(음수) =＋(두 수의 절댓값의 곱)

이다. 따라서 두 음수의 곱은 각 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인 것과 같음을 알 수 있다.

문제

다음을 계산하여라.

(1) $(+3)\times(+6)$
(2) $(-2)\times(-8)$
(3) $(+9)\times(-3)$
(4) $(-5)\times(+7)$

정수가 아닌 유리수의 곱셈도 정수의 곱셈과 같은 방법으로 계산한다.

일반적으로 유리수의 곱셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수와 0의 곱은 항상 0이다.

유리수의 곱셈

(1) 부호가 같은 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 ＋를 붙인다.
(2) 부호가 다른 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 −를 붙인다.

예 제 1

다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$

(2) $(+1.2)\times(-0.5)$

● 풀이 (1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=+\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)=+\frac{2}{5}$

(2) $(+1.2)\times(-0.5)=-(1.2\times0.5)=-0.6$

답 ● (1) $+\frac{2}{5}$ (2) -0.6

문 제 2

다음을 계산하여라.

(1) $(+2.5)\times(+0.6)$

(2) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{9}\right)$

(3) $\left(-\frac{5}{4}\right)\times(+4)$

(4) $4.5\times(-8)$

(4) $4.5\times(-8)$을 4.5×-8이라고 쓰지 않는다.

의사소통 -3과 $(-1)\times3$은 같은 수인지 말하여 보자.

정수와 유리수의 곱셈에는 어떤 계산 법칙이 있는가?

두 수의 곱셈에서

$$(+5)\times(-2)=-10,\ (-2)\times(+5)=-10$$

이다. 이와 같이 두 수의 곱셈에서는 곱하는 두 수의 순서를 바꾸어 곱하여도 그 결과는 같다.

일반적으로 두 수 a, b에 대하여

$$a\times b=b\times a$$

가 성립한다. 이것을 곱셈의 **교환법칙**이라고 한다.

또 세 수의 곱셈에서

$$\{(-3)\times(+4)\}\times(-5)=(-12)\times(-5)=+60$$

$$(-3)\times\{(+4)\times(-5)\}=(-3)\times(-20)=+60$$

이다.

이와 같이 세 수의 곱셈에서는 어느 두 수를 먼저 곱하여도 그 결과는 같다.

일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$$

가 성립한다. 이것을 곱셈의 **결합법칙**이라고 한다.

$(a\times b)\times c$
$=a\times(b\times c)$
$=a\times b\times c$

이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 곱셈의 계산 법칙

유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

(1) 교환법칙: $a\times b=b\times a$

(2) 결합법칙: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

이와 같은 곱셈의 교환법칙, 결합법칙을 이용하면 유리수의 곱셈을 편리하게 할 수도 있다.

보기 $(+4)\times(-5)\times\left(+\frac{3}{2}\right)$

$=(-5)\times(+4)\times\left(+\frac{3}{2}\right)$ ← 교환법칙

$=(-5)\times\left\{(+4)\times\left(+\frac{3}{2}\right)\right\}$ ← 결합법칙

$=(-5)\times(+6)$

$=-(5\times6)$

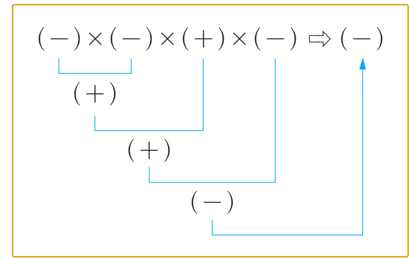
$=-30$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(+4)\times(+11)\times(-25)$

(2) $(+0.5)\times(-3)\times(-1.2)$

셋 이상의 수의 곱셈에서는 먼저 곱의 부호를 정하고, 각 수들의 절댓값의 곱에 그 부호를 붙여서 계산하면 편리하다. 곱의 부호는 음수의 개수가 짝수이면 $+$, 홀수이면 $-$이다.



보기 $-9\times(-2.4)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(9\times2.4\times\frac{2}{3}\right)=-\left(9\times\frac{2}{3}\times2.4\right)$
$=-(6\times2.4)=-14.4$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $(-5)\times(-4)\times(-3)\times(-1)$ (2) $(+16)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-2)$

자연수에서와 마찬가지로 유리수에서도 같은 수의 곱은 거듭제곱으로 나타낼 수 있으며 거듭제곱이 있는 식은 거듭제곱을 먼저 계산한다.

보기 (1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=+\frac{1}{4}$
(2) $-2^4=-(2\times2\times2\times2)=-16$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $(-3)^2\times(-2)$ (2) $-3\times\left(+\frac{2}{3}\right)^2$

(3) $-2^3\times(-10)^3$ (4) $-4^2\times(+7)^2$

정수와 유리수의 나눗셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 4 cm이고, 넓이가 12 cm^2인 직사각형 모양의 사진에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 사진의 세로의 길이를 구하여 보자.

$12\div4=\square$ (cm)

2 **1**에서 구한 식을 곱셈식으로 고쳐 보자.

자연수의 나눗셈 $12 \div 4$는 $4 \times \square = 12$에서 $\square$에 들어갈 수를 구하는 것과 같음을 초등학교에서 배웠다.

이를 이용하면 다음을 알 수 있다.

$$(+4) \times (+3) = +12 \Rightarrow (+12) \div (+3) = +4$$
$$(+4) \times (-3) = -12 \Rightarrow (-12) \div (-3) = +4$$
$$(-4) \times (+3) = -12 \Rightarrow (-12) \div (+3) = -4$$
$$(-4) \times (-3) = +12 \Rightarrow (+12) \div (-3) = -4$$

여기에서 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 곱셈의 경우와 같은 부호를 붙인 것임을 알 수 있다.

정수가 아닌 유리수의 나눗셈도 정수의 나눗셈과 같은 방법으로 계산한다.

일반적으로 유리수의 나눗셈은 다음과 같이 계산한다.

유리수의 나눗셈

(1) 부호가 같은 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 $+$를 붙인다.
(2) 부호가 다른 두 수의 나눗셈의 몫은 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 $-$를 붙인다.

$0 \times (+3) = 0$
$\Rightarrow 0 \div (+3) = 0$
$0 \times (-3) = 0$
$\Rightarrow 0 \div (-3) = 0$
이므로 0을 양수 또는 음수로 나눈 몫은 항상 0이다.

참고 나눗셈에서 0으로 나누는 것은 생각하지 않는다.

예제 2

다음을 계산하여라.

(1) $(+6) \div (+2)$ (2) $(-20) \div (-5)$
(3) $(-2.8) \div (+4)$ (4) $(+4.2) \div (-7)$

풀이 (1) $(+6) \div (+2) = +(6 \div 2) = +3$
(2) $(-20) \div (-5) = +(20 \div 5) = +4$
(3) $(-2.8) \div (+4) = -(2.8 \div 4) = -0.7$
(4) $(+4.2) \div (-7) = -(4.2 \div 7) = -0.6$

답 (1) $+3$ (2) $+4$ (3) -0.7 (4) -0.6

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(+8)\div(+4)$　　(2) $(-9)\div(-3)$

(3) $(-1.2)\div(+2)$　　(4) $(+8.4)\div(-6)$

한편 두 수 $\frac{2}{5}$와 $\frac{5}{2}$를 곱하면 1이 된다. 이와 같이 어떤 두 수의 곱이 1이 될 때, 한 수를 다른 수의 **역수**라고 한다.

즉, $\frac{2}{5}$의 역수는 $\frac{5}{2}$이고, $\frac{5}{2}$의 역수는 $\frac{2}{5}$이다.

보기 $(-2)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$이므로 -2의 역수는 $-\frac{1}{2}$이고, $-\frac{1}{2}$의 역수는 -2이다.

문제 7 다음 수의 역수를 구하여라.

소수의 역수는 소수를 분수로 고친 후 구한다.

(1) -4　　(2) $\frac{2}{7}$　　(3) $-\frac{3}{4}$　　(4) $+1.5$

나눗셈은 다음과 같이 곱셈으로 바꾸어 계산할 수 있다는 것을 초등학교에서 배웠다.

$$5\div\frac{2}{3}=5\times\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$$

이때 $\frac{2}{3}$로 나누는 것은 이것의 역수 $\frac{3}{2}$을 곱하는 것과 같다.

유리수의 나눗셈도 이와 같은 방법으로 계산할 수 있다. 예를 들어 $-\frac{2}{3}$로 나누는 것은 이것의 역수 $-\frac{3}{2}$을 곱하는 것과 같다.

$$(-4)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=(-4)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(4\times\frac{3}{2}\right)=+6$$

0에 어떤 수를 곱하여도 1이 될 수 없으므로 0의 역수는 없다.

따라서 유리수의 나눗셈에서 0이 아닌 어떤 수로 나누는 것은 그 수의 역수를 곱하는 것과 같다.

예 제 3

다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-3)$　　(2) $\left(+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$

● 풀이 (1) $\left(-\frac{3}{2}\right)\div(-3)=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\right)=+\frac{1}{2}$

(2) $\left(+\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)=-\frac{3}{4}$

답 ● (1) $+\frac{1}{2}$　(2) $-\frac{3}{4}$

문 제 8

다음을 계산하여라.

(1) $(-8)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$　　(2) $\left(+\frac{3}{4}\right)\div(-2)$

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{3}{5}$　　(4) $\left(+\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{3}{8}\right)$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산하면 편리하다.

보기 $(+4)\div(+6)\times(-3)=(+4)\times\left(+\frac{1}{6}\right)\times(-3)=-\left(4\times\frac{1}{6}\times3\right)=-2$

문 제 9

다음을 계산하여라.

(1) $\left(-\frac{6}{7}\right)\times\frac{3}{4}\div\frac{9}{14}$　　(2) $\left(-\frac{5}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)$

창의 UP

어떤 두 수의 나눗셈의 결과가 다음과 같을 때, 두 수의 부호를 각각 말하여라.

(1) 양수인 경우　　(2) 음수인 경우

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 정수와 유리수의 계산을 어떻게 하는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 두 사람의 계산 결과가 다르게 나온 이유를 말하여 보자.

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 유리수의 계산은 초등학교에서 배운 자연수의 계산과 마찬가지로 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 한다.

또 괄호가 있는 식은 괄호 안부터 먼저 계산한다. 이때 괄호는 소괄호 (   ), 중괄호 {   }, 대괄호 [   ]의 순서로 계산한다.

예제 4 $2-\left[\left\{(-3)^2-9\div\frac{3}{2}\right\}+1\right]$을 계산하여라.

거듭제곱이 있는 식은 거듭제곱을 먼저 계산한다.

풀이 $2-\left[\left\{(-3)^2-9\div\frac{3}{2}\right\}+1\right]=2-\left[\left\{(+9)-9\times\frac{2}{3}\right\}+1\right]=2-[\{(+9)-6\}+1]$

$=2-\{(+3)+1\}=2-(+4)=-2$

답 -2

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(-18)\div(-2)+6\times(-1)$

(2) $5-2\times\left\{(-2)^4+4\div\left(-\frac{2}{5}\right)\right\}$

문제해결 다음 계산에서 잘못된 부분을 모두 찾아 그 이유를 설명하고, 올바른 답을 구하여 보자.

$$-0.5^2\times4-4+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=0.25\times4-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1-3=-2$$

분배법칙이란 무엇인가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 경서가 음식값을 계산한 식이 다음과 같을 때, 어떤 방법으로 식을 세운 것인지 설명하고, 음식값을 구하여 보자.

$$3300\times2+3700\times2$$

2 은서가 음식값을 계산한 식이 다음과 같을 때, 어떤 방법으로 식을 세운 것인지 설명하고, 음식값을 구하여 보자.

$$(3300+3700)\times2$$

3 두 식을 계산한 결과는 같은가?

세 수의 계산에서

$$(+4)\times\{(+3)+(-5)\}=(+4)\times(-2)=-8$$

$$(+4)\times(+3)+(+4)\times(-5)=(+12)+(-20)=-8$$

이므로

$$(+4)\times\{(+3)+(-5)\}=(+4)\times(+3)+(+4)\times(-5)$$

이다.

일반적으로 세 수 a, b, c에 대하여

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$

$$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

가 성립한다. 이것을 **분배법칙**이라고 한다.

$a\times(b+c)=\underset{❶}{a\times b}+\underset{❷}{a\times c}$

$(a+b)\times c=\underset{❶}{a\times c}+\underset{❷}{b\times c}$

이상을 정리하면 다음과 같다.

유리수의 분배법칙

유리수 a, b, c에 대하여 다음이 성립한다.

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c,\quad (a+b)\times c=a\times c+b\times c$$

예 제 5

분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) $(-4)\times\{50+(-1)\}$　　(2) $(-12)\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)$

● 풀이 (1) $(-4)\times\{50+(-1)\}=(-4)\times50+(-4)\times(-1)$

$=(-200)+(+4)=-196$

(2) $(-12)\times\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)=(-12)\times\frac{1}{6}+(-12)\times\frac{1}{4}$

$=(-2)+(-3)=-5$

답 ● (1) -196　(2) -5

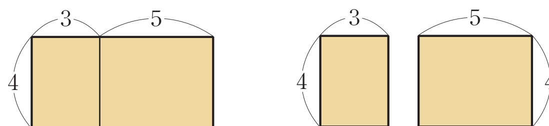
문 제 11 분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

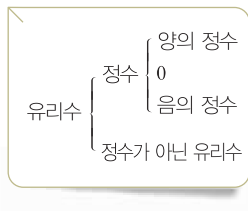
(1) $5\times\{(-20)+(+2)\}$　　(2) $3\times62+3\times(-52)$

(3) $(-20)\times\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{5}\right)$　　(4) $(-1.75)\times123+(-1.75)\times(-23)$

문 제 12 분배법칙을 이용하면 계산하기 편리한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

의사소통 다음 직사각형의 넓이를 비교하여 보고, 여기서 알 수 있는 계산 법칙을 말하여 보자.





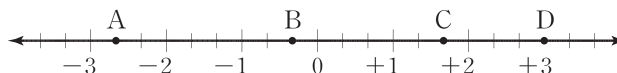
1 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아라.

보기: $-\frac{2}{3}$, $+1$, $\frac{11}{6}$, -9.8, -5

(1) 양의 유리수 (2) 음의 유리수

(3) 정수가 아닌 유리수 (4) 정수

2 다음 수직선에서 점 A, B, C, D가 나타내는 유리수를 각각 말하여라.



두 수의 뺄셈은 빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $(+3)+(+4)$ (2) $(-7)-(-6)$

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)$ (4) $(-5.4)-(+1.6)$

4 다음을 계산하여라.

(1) $(+2)\times(-7)$ (2) $(-9)\div\left(-\frac{1}{3}\right)$

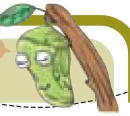
(3) $(-7)+\{(-6)\div 3+4\}$ (4) $\left(-\frac{2}{7}\right)-\frac{5}{7}\div\left(-\frac{5}{2}\right)$

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

5 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(-2)\times\{3+(-4)\}=(-2)\times\square+(-2)\times(-4)$$
$$=\square+(+8)=\square$$

중 / 단 / 원 기본



정수와 유리수의 대소 관계

1 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 찾아라.

> 보기
>
> $-6,\ \frac{4}{7},\ -5.6,\ +4,\ -\frac{9}{2},\ 0$

(1) 가장 큰 수

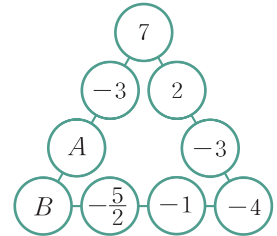
(2) 가장 작은 수

(3) 절댓값이 가장 큰 수

(4) 절댓값이 가장 작은 수

정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈

2 오른쪽 그림에서 삼각형의 각 변에 놓인 네 수의 합이 같을 때, $A-B$의 값을 구하여라.



곱셈의 계산 법칙

3 다음은 곱셈의 계산 법칙을 이용하여 계산한 것이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-0.63)\times\frac{5}{2}$$
$$=(\square)\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}$$ 교환법칙
$$=(\square)\times\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}\right\}$$ 결합법칙
$$=(\square)\times(\square)=\square$$

정수와 유리수의 사칙계산

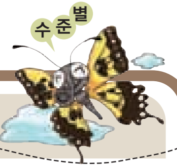
4 다음을 계산하여라.

(1) $-3+7\times3-17$

(2) $(-1)^3\times(-5)-3^2$

(3) $12\times\left\{\frac{1}{4}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}$

(4) $-\frac{4}{5}+\left\{(-2)-\frac{2}{5}\right\}\div\frac{4}{3}$



중/단/원 실력

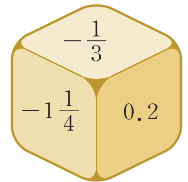
• 두 양수에서는 절댓값이 큰 수가 크고, 두 음수에서는 절댓값이 작은 수가 크다.

1 유리수 a, b, c에 대하여

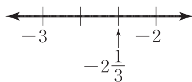
$$a>0,\ a\times b<0,\ b\div c>0,\ |b|<|c|$$

일 때, a, b, c 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

2 오른쪽 그림과 같은 주사위에서 마주 보는 면에 쓰인 수의 곱은 1이다. 이때 보이지 않는 면에 쓰인 세 수의 합을 구하여라.



• $-2\frac{1}{3}$에 가장 가까운 정수는 -2이다.



3 $-\frac{5}{3}$에 가장 가까운 정수를 a, $\frac{19}{6}$에 가장 가까운 정수를 b라고 할 때, $|a|+|b|$의 값을 구하여라.

4 4개의 유리수 -2, $\frac{1}{10}$, $-\frac{5}{2}$, -5 중에서 서로 다른 세 수를 뽑아 곱한 값 중 가장 큰 값을 구하여라.

• (평균 기온)$=\frac{(\text{기온의 합})}{(\text{날짜의 개수})}$

5 다음은 어느 해 1월 춘천의 기온을 일주일 간격으로 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

날짜	1월 1일	1월 8일	1월 15일	1월 22일	1월 29일
기온(℃)	-5.2	-2.8	-4.1	-4.1	-2.4

(1) 가장 높은 기온과 가장 낮은 기온의 차를 구하여라.

(2) 평균 기온을 구하여라.

3을 5번 써서 만들기

다음은 3을 5번 써서 계산 결과가 0이 되도록 나타낸 것이다.

$$(3^3-3^3)\times 3=0$$

이와 같이 3을 5번 써서 계산 결과가 1에서 10까지의 자연수가 되도록 나타내어 보자.

3을 5번 써서 만들기

계산 결과	식
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________________ (_____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
학습 내용	거듭제곱의 뜻을 아는가?			
	소인수분해의 뜻을 알고, 자연수를 소인수분해할 수 있는가?			
	최대공약수와 최소공배수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있는가?			
	정수와 유리수의 개념과 대소 관계를 이해하였는가?			
	정수와 유리수의 사칙계산의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

① 소인수분해

거듭제곱	같은 수를 거듭하여 곱한 것
소수	1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수
소인수분해	어떤 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것

② 최대공약수와 최소공배수

서로소	최대공약수가 1인 두 자연수
최대공약수의 성질	두 개 이상의 자연수의 공약수는 그 수들의 최대공약수의 약수이다.
최소공배수의 성질	두 개 이상의 자연수의 공배수는 그 수들의 최소공배수의 배수이다.

③ 정수와 유리수

정수와 유리수	(1) 정수 $\begin{cases} \text{양의 정수(자연수)}: 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수}: -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ \cdots \end{cases}$ (2) 유리수: 분자와 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수 (3) 유리수 $\begin{cases} \text{정수} \\ \text{정수가 아닌 유리수} \end{cases}$
절댓값	수직선 위에서 어떤 수 a에 대응하는 점과 원점 사이의 거리 ⇨ $\lvert a \rvert$
대소 관계	(1) (음수) $<0<$ (양수) (2) 양수는 그 절댓값이 클수록 크다. (3) 음수는 그 절댓값이 클수록 작다.

④ 정수와 유리수의 사칙계산

덧셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.
뺄셈	빼는 수의 부호를 바꾸어 더한다.
곱셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호 +를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호 −를 붙인다.
나눗셈	(1) 부호가 같은 경우: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호 +를 붙인다. (2) 부호가 다른 경우: 두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호 −를 붙인다. (3) 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

⑤ 혼합 계산과 계산 법칙

혼합 계산의 순서	(1) 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다. (2) 괄호가 있는 식은 ( ), { }, [ ]의 순서로 계산한다. (3) 곱셈과 나눗셈을 먼저 하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 한다.
교환법칙	(1) 덧셈: $a+b=b+a$ (2) 곱셈: $a\times b=b\times a$
결합법칙	(1) 덧셈: $(a+b)+c=a+(b+c)$ (2) 곱셈: $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
분배법칙	$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 거듭제곱, 밑, 지수, 소수, 합성수, 소인수, 소인수분해, 서로소, 양의 정수, 음의 정수, 정수, 유리수, 양의 유리수, 양수, 음의 유리수, 음수, 수직선, 절댓값, 교환법칙, 결합법칙, 역수, 분배법칙
- 양의 부호(+), 음의 부호(−), 절댓값 기호(| |), ≥, ≤

만화로 보는
수학 이야기

빌려 간 걸까? 빌려 준 걸까?

나는 양을 5마리나 가지고 있어.
그럼, 3마리만 빌려 줘. 며칠 뒤에 돌려 줄게.
조약돌 3개로 빌려 준 양의 수를 표시해야겠군.
이번에는 양을 2마리만 빌려 줘.
그러지.
조약돌 2개를 더 놓으면 모두 5마리가 되는군.
내 양을 돌려 줘.
나는 양을 빌린 적이 없는데.
그럴 줄 알고 조약돌로 표시해 놓았지. 이것 봐, 네가 빌려 간 양의 수야.
이 표시가 내가 빌려 간 건지, 빌려 준 건지 어떻게 알아?
퍽~
윽~
으~악~
어떻게 표시하면 될까?

키/우/기

빌려 준 양의 수를 어떻게 표시하면 좋을지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 108을 소인수분해하면?

① $2^2\times3^3$ ② $2^3\times3^2$ ③ $2^3\times3^3$
④ 6×3^3 ⑤ 2×54

2 다음 중에서 두 수 $2^3\times3^4$과 $2^4\times3^2\times7$의 공약수가 아닌 것은? (정답 2개)

① 3^2 ② 2^4 ③ $2^2\times3$
④ 2×7 ⑤ $2^3\times3^2$

3 세 자연수 36, 54, A의 최대공약수가 18이고 최소공배수가 540일 때, 다음 중에서 A의 값이 될 수 없는 것은?

① 90 ② 180 ③ 216
④ 270 ⑤ 540

4 다음 중 정수가 아닌 유리수를 모두 찾으면? (정답 2개)

① -1 ② $+2$ ③ $+3.4$
④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $+\frac{6}{2}$

5 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① 0은 유리수가 아니다.
② 모든 정수는 유리수이다.
③ -5보다 7만큼 큰 수는 -12이다.
④ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
⑤ $a<b$이면 $|a|<|b|$이다.

6 다음 중에서 대소 관계가 옳은 것은?

① $+1<-2$ ② $0.5<\frac{1}{2}$
③ $-\frac{1}{3}<-0.3$ ④ $0<-\frac{6}{7}$
⑤ $|-6|<|+3|$

7 어떤 유리수에서 $-\frac{2}{3}$를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $-\frac{3}{4}$이 되었다. 이때 옳게 계산한 값은?

① $-\frac{5}{12}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{6}$
④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

8 $\frac{3}{10}-\left(-\frac{1}{5}\right)\times3-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$을 계산하면?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ 1 ⑤ $\frac{6}{5}$

9 $(-1)^{50}+(-1)^{51}-(-1)^{52}$을 계산하면?

① 2　② 1　③ 0
④ -1　⑤ -2

10 다음 중에서 가장 나중에 계산해야 하는 것은?

$$3\underset{\textcircled{1}}{-}\frac{1}{2}\underset{\textcircled{2}}{\times}\{(5\underset{\textcircled{3}}{-}3)\underset{\textcircled{4}}{\times}4\underset{\textcircled{5}}{-}6\}$$

11 다음 중에서 계산 결과가 다른 것은?

① $(-3)\times4\div6$
② $-24\div(-12)\times(-1)^2$
③ $6+(-2)\times4$
④ $14\div(-2)-(-5)$
⑤ $2^4\div(-2)^3$

서/답/형

12 두 유리수 a, b에 대하여

$$a\times(-3)=+9,\quad b\div\left(-\frac{1}{4}\right)=-2$$

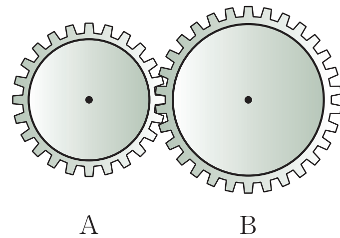
일 때, $a\div b$의 값을 구하여라.

13 절댓값이 같고 차가 10인 두 정수의 곱을 구하여라.

14 -0.2의 역수와 $1\frac{3}{7}$의 역수의 곱을 구하여라.

|서술형|

15 톱니의 수가 각각 24개와 30개인 톱니바퀴 A, B가 다음 그림과 같이 맞물려서 회전하고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 다시 맞물리게 되는 것은 A가 최소한 몇 바퀴 회전한 후인지 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

16 승수와 정은이는 가위바위보를 하여 이기면 $+3$점, 지면 -1점을 얻기로 하였다. 비긴 경우 없이 승수는 네 번 져서 점수가 $+5$점이 되었다. 승수는 몇 번 이겼는지 풀이 과정과 답을 서술하여라.

그리스 신화로 본 수의 의미

그리스 신화는 고대 그리스 민족이 만들어 낸 신화와 전설인데 여기에는 여러 수들이 등장한다.

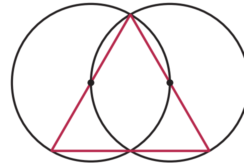
그리스 신화 속에 등장하는 첫 번째 수는 최초의 여신 가이아를 의미하는 1이다. 혼돈에서 처음으로 생명의 씨앗인 가이아가 스스로 태어났으며 1은 다음과 같은 방법으로 모든 자연수를 만들 수 있다.

$$1,\ 1+1,\ 1+1+1,\ 1+1+1+1,\ \cdots$$

따라서 수 1과 가이아는 모든 것의 우두머리이자 최초를 나타내며 모든 것을 포함하고 있는 존재를 의미한다.

가이아는 하늘의 신인 우라노스를 만들고 그와 결혼하지만 곧 자신의 자식으로 하여금 남편인 우라노스를 내쫓게 한다. 여기서 가이아와 우라노스는 2를 의미하는데, 2는 세상의 화합과 조화뿐만 아니라 대립 또는 반대의 뜻도 함께 지니고 있어 싸움을 뜻하기도 한다. 이분법적인 관계로서 음과 양, 해와 달, 하늘과 땅, 남자와 여자, 선과 악, 흑과 백 등이 모두 2에 해당한다.

그리스 신화의 최고의 신은 제우스인데, 그는 세 번째로 신들의 왕이 되었으며 제우스 이후에는 신들의 왕이 탄생하지 않는다. 그 이유는 3이 만물을 완성하는 기본적인 형태의 기하학적 구조를 가지기 때문이다. 특히 두 개의 원이 겹쳐진 모양에서 나오는 삼각형 모양은 여러 도형을 만드는 데 기본이 되는 도형이다.



고대 수학자들은 1과 2를 '수들의 부모'로 여겼다. 따라서 그 사이에서 처음으로 태어난 3은 최초의 수이자 가장 오래된 수라고 할 수 있다.

3은 안정과 조화의 수이고, 모든 것의 근본을 나타내기도 한다. 3으로 표현되는 것으로는 하늘과 땅 그리고 사람, 삼원색, 삼위일체 등이 있다.

그리스 신화에서 처음으로 신들의 왕이 된 우라노스는 6명의 아들과 6명의 딸을 낳았고, 6번째 아들인 크로노스도 6명의 자식을 낳았으며, 크로노스의 자식 중에서 6번째 아들인 제우스가 최후의 승자로 신들의 왕이 되었다.

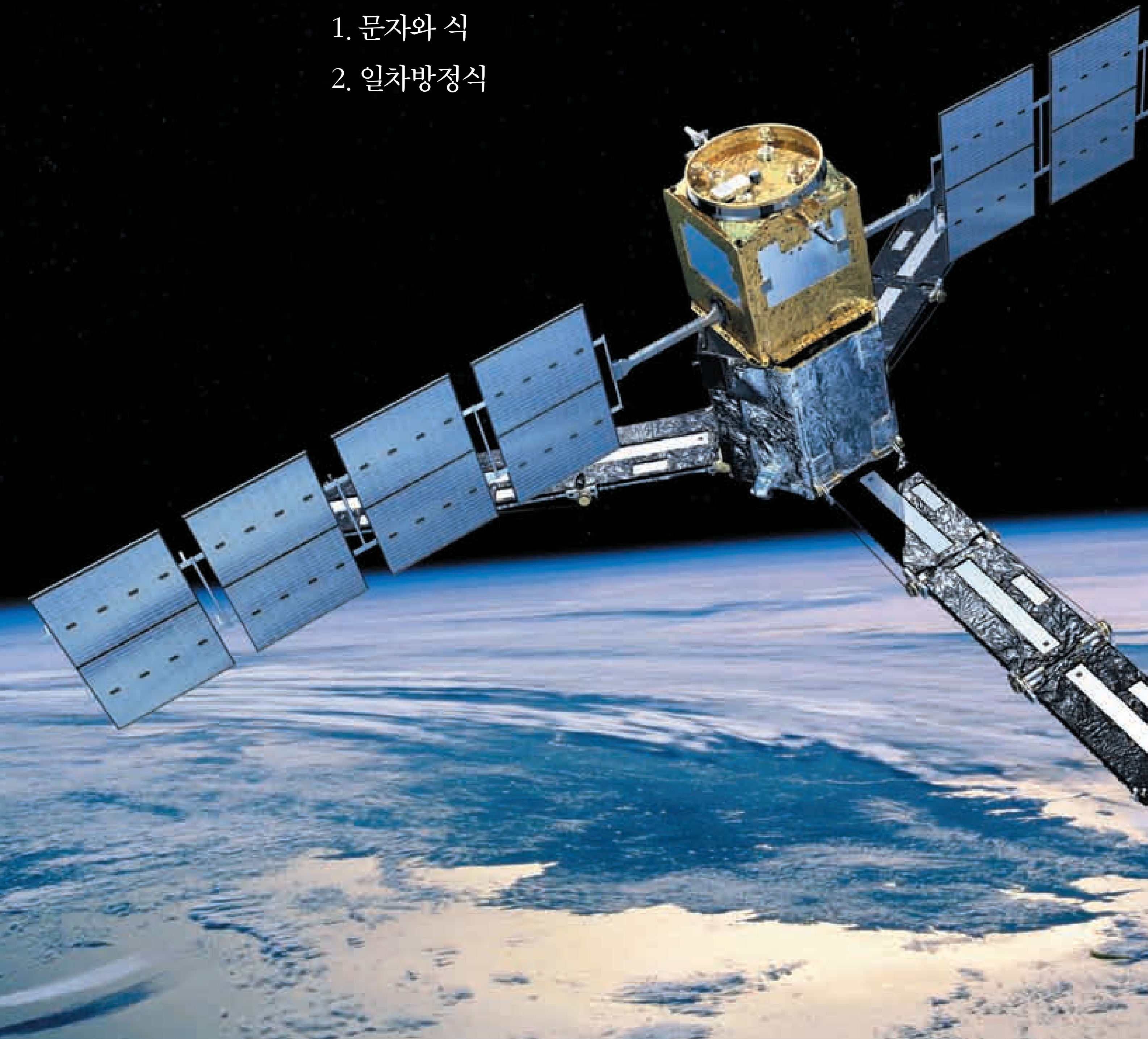
이와 같이 6이 계속해서 이 신화에서 사용된 것은 6이 최초의 완전수이기 때문이다. 그리스 사람들은 6이 자신을 제외한 약수 전체의 합과 같기 때문에 이 수를 완전수라고 불렀다.

또 고대인들은 신이 세상을 창조할 때 하루가 아닌 6일을 선택한 이유를 6이 가장 완벽한 수이기 때문이라고 믿었다. 사실 고대인들은 6이 1, 2, 3의 합이자 곱이라는 사실로부터 6이 모든 수의 부모인 1과 2 그리고 그들 사이에서 태어난 최초의 자식인 3을 나타낸다고 보았다. 따라서 6이 완전한 전체를 이룬다고 생각하였다.

Ⅱ 방정식

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있으며, 일차식의 계산을 할 수 있다.
2. 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 일차방정식을 풀 수 있다.
3. 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.



천문학자들은 지구 바깥의 광활한 우주에 또 다른 생명체가 존재할 것이라 추측하고, 무인 탐사선과 전파를 사용하여 외계 생명체를 찾기 위해 노력하고 있다. 1977년에 발사된 보이저 1호에는 금으로 코팅된 동판 레코드가 실려 있다. 이 레코드에는 지구의 자연과 문명을 소개하는 이미지, 자연의 소리, 언어, 우주에 보내는 메시지가 담겨 있다.

또한 그 겉에는 보이저호가 어디서 왔으며 레코드를 어떻게 재생하는지에 대한 설명이 그림으로 그려져 있다. 이것은 외계 생명체와 의사소통을 하려는 시도에서 단순한 상징적 기호를 이용하는 것이 최선일 것이라는 판단 때문이다. 인류는 생명체가 존재할 가능성이 있는 행성을 발견함으로써 외계 생명체의 존재 가능성에 대해 조심스러운 전망을 내놓고 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초1~2학년군]
식 만들기

[중1~3학년군]
정수와 유리수

이 단원에서 공부할 내용

1. 문자와 식
   문자의 사용
   식의 값
   일차식의 계산
2. 일차방정식
   방정식과 항등식
   일차방정식의 풀이

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
함수와 그래프
단항식의 계산
다항식의 계산
연립일차방정식
일차부등식, 연립일차부등식
다항식의 인수분해
이차방정식

[수학 I]
다항식의 연산
여러 가지 방정식
여러 가지 부등식

1 문자와 식

준 | 비 | 학 | 습

식 만들기
문장을 읽고 이해하여, 이를 식으로 나타낸다.

1 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 37과 21의 차보다 5 작은 수
(2) 34보다 23 작은 수와 17의 합
(3) 49를 7로 나눈 수에 5를 곱한 수
(4) 16과 4의 곱을 8로 나눈 수

거듭제곱
같은 수를 거듭하여 곱한 것
예) $2\times2\times2=2^3$

2 다음을 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $2\times5\times5\times5\times7\times7$
(2) $2\times2\times3\times3\times7\times7\times7$

정수와 유리수의 사칙계산
- 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
- 괄호가 있을 때에는 ( ), { }, [ ]의 순서로 계산한다.
- 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 덧셈과 뺄셈을 나중에 계산한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $-10+5-12+9$
(2) $(-0.5)\div1.5\times(-3)$
(3) $-\frac{1}{2}\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)$
(4) $\left\{(-2)^3\div\frac{1}{4}-2^3\times0.5\right\}\div(-9)$

분배법칙
유리수 a, b, c에 대하여
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

4 다음을 분배법칙을 이용하여 계산하여라.

(1) $12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)$
(2) $2.5\times1.3+2.5\times2.7$

1-1 문자의 사용

● 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

문자를 사용하여 식을 어떻게 나타내는가?

탐구 활동

다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는 몇 개인지 다음 표의 빈칸을 채워 보자.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2		2×4		…

2 할머니가 넘은 고개의 수를 □고개라고 할 때, 호랑이에게 준 떡의 수를 □를 사용하여 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동 1의 표에서 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는

$$2\times(\text{할머니가 넘은 고개의 수})\text{개}$$

로 구할 수 있다.

여기서 할머니가 넘은 고개의 수 대신 문자 x를 사용하면, 호랑이에게 준 떡의 수를

$$(2\times x)\text{개}$$

로 나타낼 수 있다.

● $\underbrace{2+2+\cdots+2}_{x\text{개}}=2\times x$

즉, 이 식은 할머니가 넘은 고개의 수에 따라 변하는, 호랑이에게 준 떡의 수를 일반적으로 나타낸 것이다.

이와 같이 문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

예 제 1

다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 승용차를 k대씩 실은 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수

(2) 200원짜리 연필 x자루와 100원짜리 지우개 한 개의 값

(3) 7장의 값이 a원인 우표 한 장의 값

● 풀이 (1) 차량 운반차 1대에 실려 있는 승용차의 수는 k대이므로, 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수는 $(5\times k)$대이다.

(2) 200원짜리 연필 x자루의 값은 $(200\times x)$원이고, 지우개 한 개의 값은 100원이므로 구하는 값은 $(200\times x+100)$원이다.

(3) 우표 7장의 값이 a원이므로 한 장의 값은 $(a\div 7)$원이다.

답 ● (1) $(5\times k)$대 (2) $(200\times x+100)$원 (3) $(a\div 7)$원

문 제 1

다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 한 시간에 70 km를 가는 자동차가 x시간 동안 간 거리

(2) 물통에 들어 있는 물 800 mL를 100 mL 들이의 컵에 가득 담아 y번 퍼내었을 때 물통에 남아 있는 물의 양

(3) 한 개의 무게가 150 g인 사과 x개와 200 g인 배 y개의 무게의 합

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

의사소통

일상생활에서 사용하고 있는 기호를 조사하고, 그 의미를 말하여 보자.

예 , , , , ,

문자를 사용한 식을 어떻게 간단히 나타내는가?

창의력 기르기

차(茶) 이야기

전라남도 보성군은 "동국여지승람", "세종실록지리지" 등에 차의 자생지로 기록되어 있을 만큼 우리나라를 대표하는 차의 본고장이며, 녹차가 자라기 좋은 기후 환경을 가진 지역이다. 해마다 5월에 열리는 차 문화 축제인 '다향제'에는 많은 관광객들이 방문하여 축제를 즐긴다.

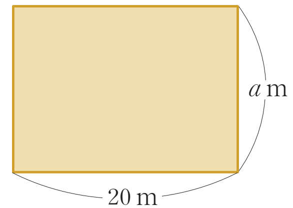
탐 구 활 동

가로의 길이가 20 m인 직사각형 모양의 차 만들기 체험장에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 세로의 길이가 10 m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하여 보자.

2 세로의 길이가 a m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

가로의 길이가 20 m이고, 세로의 길이가 a m인 직사각형의 넓이는 $(20\times a)$ m^2 또는 $(a\times 20)$ m^{2}이다.



이때 $20\times a$와 $a\times 20$은 곱셈 기호 ×를 생략하여 $20a$로 간단히 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

$a\times 2$ → $2a$

곱셈 기호의 생략

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.

$$a\times 2=2a$$

(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 보통 알파벳 순서로 쓴다.

$$y\times x=xy$$

(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

$$a\times a\times b\times b\times a=a^3b^2$$

주의 (1) 1 또는 -1과 문자의 곱에서는 다음과 같이 1을 생략한다.

$$1\times a=a,\quad (-1)\times a=-a$$

(2) $0.1\times a$는 $0.a$로 쓰지 않고 $0.1a$로 쓴다.

예 제 2

다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times2\times b$　　(2) $x\times(-2)+y\times y$

● 풀이　(1) $a\times2\times b=2\times a\times b$

$=2ab$

(2) $x\times(-2)+y\times y=-2\times x+y\times y$

$=-2x+y^2$

답 ● (1) $2ab$　(2) $-2x+y^2$

문 제 2

다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $b\times3\times a$　　(2) $(a+b)\times(-2)$

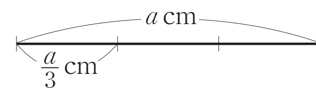
(3) $2\times x\times5+y\times y$　　(4) $x\times3\times x+y\times(-1)$

괄호가 있는 식의 곱셈에서는 곱셈 기호를 생략하고, 수는 괄호 앞에 쓴다.
$(a+b)\times3=3(a+b)$

$a\div3$ → $\frac{a}{3}$

한편 길이가 a cm인 끈을 삼등분하면 하나의 길이는 $(a\div3)$ cm이다.

여기서 식 $a\div3$은 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 $\frac{a}{3}$로 간단히 나타낼 수 있다.



또 $a\div3=a\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}a$이므로 $a\div3$은 $\frac{1}{3}a$로도 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

나눗셈 기호의 생략

나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

$$a\div b=\frac{a}{b}\ (\text{단, } b\neq0)$$

예제 3

다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $3\div x$ (2) $(a+b)\div 5$

풀이 (1) $3\div x=3\times\frac{1}{x}=\frac{3}{x}$

(2) $(a+b)\div 5=(a+b)\times\frac{1}{5}=\frac{a+b}{5}$

답 (1) $\frac{3}{x}$ (2) $\frac{a+b}{5}$

문제 3

다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\div 7$ (2) $(x+1)\div y$

(3) $(-8)\div(a+b)$ (4) $a\div 4-b\div 6$

문제 4

다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\times 1+a\div y$ (2) $x\div 2\times x-3\times y$

(3) $a\times b\div(a+1)$ (4) $(a+b)\times 3+a\div 2\times b$

문제 5

다음을 기호 ×, ÷를 생략한 식으로 나타내어라.

(1) 밑변의 길이가 a cm이고, 높이가 b cm인 삼각형의 넓이

(2) x원짜리 색연필 3자루와 y원짜리 노트 5권을 살 때 지불할 돈의 액수

의사소통 $\frac{x^2y}{2ab}$를 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 사용하여 여러 가지 식으로 나타내어 보자.

1-2 식의 값

● 식의 값을 구할 수 있다.

식의 값을 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

내 키는 얼마나 클까?

어린아이의 성장 정도에 비추어 어른이 되었을 때의 키를 예측하는 다양한 방법이 있다. 이 중 MPH(중간부모키, Mid-Parental Height)는 부모의 키를 바탕으로 최종 키를 예상하는 가장 간단한 방법이다. 구하는 방식은 부모의 키를 합한 값을 2로 나눈 다음 남자이면 6.5를 더하고 여자이면 6.5를 뺀다.

탐구 활동

아버지의 키를 x cm, 어머니의 키를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 MPH를 이용하여 자기 자신의 예상되는 키를 구하는 식을 써 보자.

2 여자 중학생인 지현이는 아버지의 키가 175 cm이고 어머니의 키가 165 cm이다. 이때 지현이의 최종 키를 예상하여 보자.

탐구 활동 2에서 식 $\frac{x+y}{2}-6.5$의 문자 x에 175, y에 165를 넣어 계산하면

$$\frac{175+165}{2}-6.5=163.5(\text{cm})$$

가 된다.

이와 같이 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 **대입**한다고 한다.

● 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

● 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

보기 식 $2x+6$의 문자 x에 -1을 대입하면 $2x+6=2\times(-1)+6=4$

따라서 $x=-1$일 때, 식 $2x+6$의 값은 4이다.

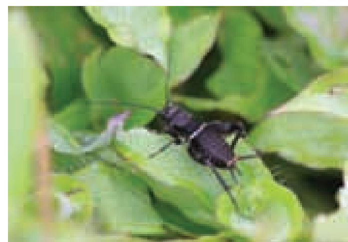
문제 1 다음을 구하여라.

(1) $x=2$일 때, 식 $3x+5$의 값

(2) $x=-2$일 때, 식 $3-x^2$의 값

문제 2

귀뚜라미는 온도에 따라 우는 횟수가 달라지는데, 온도가 x℃일 때 귀뚜라미는 1분 동안 $\left(\frac{36}{5}x-32\right)$회 운다고 한다. 온도가 25 ℃일 때, 귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수를 구하여라.



예 제 1

$x=-2$, $y=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $2x-y$ (2) $\frac{x-1}{y}$

● 풀이 (1) $2x-y=2\times(-2)-5=-9$

(2) $\frac{x-1}{y}=\frac{-2-1}{5}=-\frac{3}{5}$

답 ● (1) -9 (2) $-\frac{3}{5}$

문제 3

$a=3$, $b=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $-5a+b$ (2) $2a-3b$

(3) $\frac{6}{a}+\frac{b}{4}-3$ (4) $\frac{a^2+b^2}{b}$

문제 4

문제 3과 같이 식의 값을 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

길이가 30 cm인 양초가 1분에 x cm씩 일정한 속력으로 타고 있다. 양초에 불을 붙인 지 y분 후에 남은 양초의 길이를 x, y를 사용한 식으로 나타내어라. 또 $x=0.5$, $y=20$일 때, 남은 양초의 길이를 구하여라.

1-3 일차식의 계산

● 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

다항식이란 무엇인가?

탐 구 활 동

●준비물
대수 타일

활동지 2

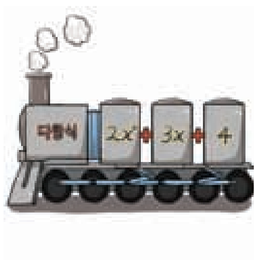
대수 타일은 타일의 길이와 넓이를 이용하여 식의 계산 과정을 알아보는 도구이다. 대수 타일에서 정사각형 은 1, 은 -1, 직사각형 은 x, 은 $-x$를 나타낸다.

예를 들어 식 $x-1$은 대수 타일을 이용하여 나타내면 이다.

다음 물음에 답하여 보자.

1 다음을 식으로 나타내어 보자.

2 식 $-2x+3$을 대수 타일을 이용하여 나타내어 보자.



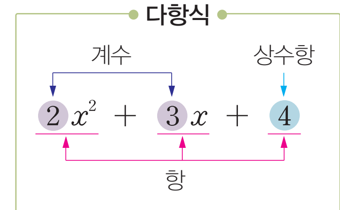
식 $2x+1$은 $2x$와 1의 합으로 이루어져 있다.

이때 $2x$, 1과 같이 수나 문자의 곱으로 이루어진 부분을 각각 $2x+1$의 **항**이라 하고, $2x+1$과 같이 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라고 한다.

예를 들어 $2x^2+3x+4$는 세 개의 항

$$2x^2,\ 3x,\ 4$$

의 합으로 이루어진 다항식이다.



이때 4와 같이 수만으로 이루어진 항을 **상수항**이라 하고, $3x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자에 곱해진 수 3을 x의 **계수**라고 한다.

한편 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다. 이를테면 x^2, $3a$, $-2x$는 모두 단항식이다.

항을 찾을 때에는 합의 꼴로 나타낸다.
예 $x-7=x+(-7)$이므로 항은 x, -7이다.

예 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이고, 상수항은 -3이다.
또 a의 계수는 2이고, b의 계수는 1이다.

문제 1

다음 다항식에서 항, 각 문자에 대한 계수, 상수항을 각각 말하여라.

(1) $-5x+3y$　　(2) $2a+\frac{1}{3}b-c$

(3) $-\frac{p}{2}+q+7$　　(4) $3-y+\frac{3z}{4}$

$3a$는 $3\times a$이므로 문자 a가 한 개 곱해진 항이고 $3a^2$은 $3\times a\times a$이므로 문자 a가 두 개 곱해진 항이다. 이와 같이 어떤 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수를 그 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다.

다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 하며, 특히 차수가 1인 다항식을 **일차식**이라고 한다.

예제 1

다음 다항식에서 문자가 포함되어 있는 항의 차수를 말하고, 일차식을 찾아라.

(1) $3x-5$　　(2) $4x^2-x+1$

풀이 (1) 문자가 포함되어 있는 항은 $3x$이고, 이 항의 차수는 1이다.
또 차수가 가장 큰 항의 차수가 1이므로 이 다항식은 일차식이다.
(2) 문자가 포함되어 있는 항은 $4x^2$, $-x$이고, 이 항의 차수는 각각 2, 1이다. 또 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 이 다항식은 일차식이 아니다.

답 (1) $3x$의 차수: 1, 일차식이다.
(2) $4x^2$의 차수: 2, $-x$의 차수: 1, 일차식이 아니다.

문제 2

다음 중에서 일차식을 모두 찾아라.

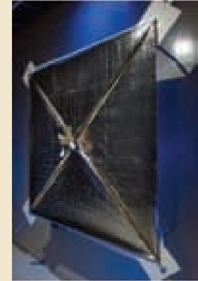
ㄱ $5a+3$　　ㄴ $\frac{x}{2}-6$　　ㄷ $1+0.8b$　　ㄹ $-\frac{1}{2}y^2+y$

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는가?

창의력 기르기

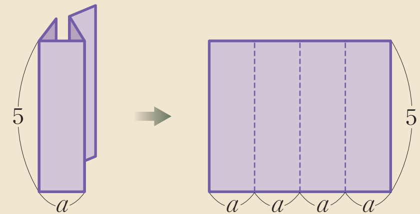
종이접기와 인공위성

종이는 쉽게 휘고 구겨지는 특성이 있어 일정한 규칙에 따라 접어 다양한 조형물을 만들 수 있다. 2010년 발사된 초소형 인공위성 '나노세일－D'는 가로 30 cm, 세로 10 cm, 높이 10 cm에 불과하지만 그 안에 가로, 세로의 길이가 각각 10 m나 되는 거대한 돛이 종이접기 기술로 접혀 있다. 이 돛은 두께가 약 0.0075 mm로 방패연처럼 펼쳐져 태양 빛을 받아 인공위성을 움직이게 한다.



탐구 활동

세로의 길이가 5인 직사각형 모양의 종이를 오른쪽 그림과 같이 일정한 폭으로 접었다가 다시 펴 보고, 물음에 답하여 보자.



1 종이를 접었을 때, 접힌 종이의 한 면의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

2 종이를 폈을 때, **1**에서 얻은 식을 이용하여 종이 전체의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 5인 직사각형 4개의 넓이는 $5a\times4$이고, 이 식은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$5a\times4=(5\times a)\times4=5\times a\times4$$
$$=5\times4\times a=20\times a=20a$$

이와 같이 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.

보기 (1) $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)=5\times(-6)\times x=-30x$

(2) $6\times\left(-\frac{1}{3}a\right)=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-2a$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $3x\times(-2)$

(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)$

일차식과 수의 곱셈은 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

수의 계산에서와 마찬가지로 문자가 들어 있는 식의 계산에서도 분배법칙이 성립한다.

$$7(2x+3)=7\times 2x+7\times 3$$
$$=14x+21$$

보기 (1) $3(a+2)=3\times a+3\times 2=3a+6$

(2) $(2x-4)\times \frac{1}{2}=2x\times \frac{1}{2}-4\times \frac{1}{2}=x-2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $2(8x-3)$ (2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

단항식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$20a\div 4=20a\times \frac{1}{4}=20\times \frac{1}{4}\times a$$
$$=5\times a=5a$$

보기 $12a\div(-3)=12a\times\left(-\frac{1}{3}\right)=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-4a$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $8x\div(-7)$ (2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

일차식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$(3x-12)\div 3=(3x-12)\times \frac{1}{3}$$
$$=3x\times \frac{1}{3}+(-12)\times \frac{1}{3}$$
$$=x-4$$

보기 $(8x+6)\div(-2)=(8x+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8x\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4x-3$

문제 6 다음을 계산하여라.

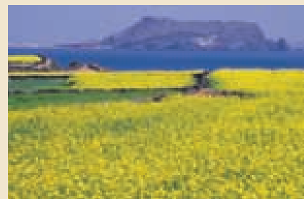
(1) $(9y-3)\div3$ (2) $(5y-7)\div(-1)$

동류항이란 무엇인가?

창의력 기르기

유채

유채는 노란 꽃을 피우는 두해살이풀로 우리나라에서는 제주도를 비롯한 남부 지방에 주로 분포한다. 꽃이 피는 3~4월에는 다양한 축제가 열려 많은 사람들이 찾는다.



탐구 활동

태선이와 태민이는 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 유채꽃밭을 각각 가꾸고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 유채꽃밭의 넓이를 각각 식으로 나타내어 보자.

2 1에서 구한 식을 이용하여 유채꽃밭의 전체 넓이를 식으로 나타내어 보자.

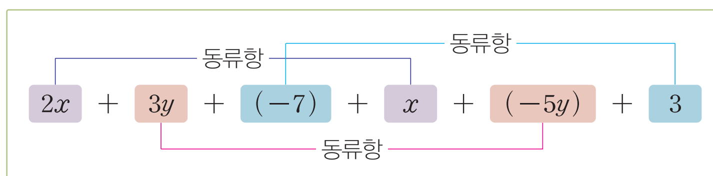
3 가로의 길이가 $3+2=5(\mathrm{m})$임을 이용하여 전체 꽃밭의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동 1에서 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는 각각 $3x\ \mathrm{m}^2$, $2x\ \mathrm{m}^2$이므로 꽃밭 전체의 넓이는 $(3x+2x)\ \mathrm{m}^2$이다.

여기서 $3x$, $2x$와 같이 문자와 차수가 서로 같은 항들을 그 문자에 대한 **동류항**이라고 한다.

보기 $2x+3y-7+x-5y+3$에서 문자 x에 대한 동류항은 $2x$, x, 문자 y에 대한 동류항은 $3y$, $-5y$, 상수항인 동류항은 -7, 3이다.

상수항끼리는 모두 동류항이다.

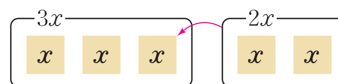


문제 7 다음 식에서 동류항을 말하여라.

(1) $3x+6-x$　　(2) $5y+8+2y-3$

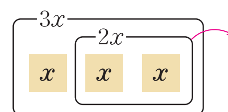
(3) $2a+\frac{a}{3}-2$　　(4) $4a-3b-a+2b$

다항식 $3x+2x$를 간단히 하면 다음과 같다.



$$3x+2x=(3+2)x=5x$$

마찬가지로 $3x-2x$를 간단히 하면 다음과 같다.



$$3x-2x=(3-2)x=x$$

이와 같이 동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

분배법칙

$3x+2x=(3+2)x$

$3x-2x=(3-2)x$

예제 2

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $-2a+3a$　　(2) $3x-2-5x+4$

● 풀이 (1) $-2a+3a=(-2+3)a=a$

(2) $3x-2-5x+4=3x-5x-2+4$

$=(3-5)x+(-2+4)$

$=-2x+2$

답 ● (1) a　(2) $-2x+2$

문제 8 다음 식을 간단히 하여라.

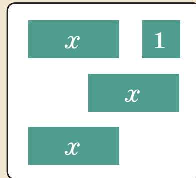
(1) $6y-5-8y$　　(2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x$

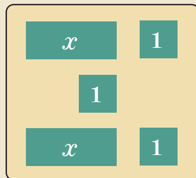
(3) $7a-3+2a-4$　　(4) $-2b+7+5b-6$

일차식의 덧셈과 뺄셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

두 개의 상자에 각각 다음과 같은 대수 타일이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.





1 흰색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

2 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

3 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모았을 때, 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 흰색 상자와 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내면 각각 $3x+1$, $2x+3$이다.

한편 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

x x x 1 + x x 1 1 1

$3x$ 1 $2x$ 3

→ x x x x x + 1 1 1 1

$3x+2x$ $1+3$

→ x x x x x 1 1 1 1

$5x+4$

이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(3x+1)+(2x+3)&=3x+1+2x+3\\&=3x+2x+1+3\\&=(3+2)x+(1+3)\\&=5x+4\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x+1 \\ +\underline{)\,2x+3} \\ 5x+4 \end{array}$$

이와 같이 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

문제 9 다음을 계산하여라.

(1) $(2x+5)+(x-3)$　　(2) $(3x-4)+(1-x)$

(3) $(3a-2)+(5a+2)$　　(4) $(-9a+3)+(9a-5)$

두 일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 마찬가지로 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예제 3

$(3x-4)-(2x+3)$을 계산하여라.

풀이

$$\begin{aligned}&(3x-4)-(2x+3)\\&=3x-4+(-2x-3)\\&=3x-4-2x-3\\&=3x-2x-4-3\\&=(3-2)x+(-4-3)\\&=x-7\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 3x-4 \\ -\underline{)\,2x+3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3x-4 \\ +\underline{)\,-2x-3} \\ x-7 \end{array}$$

답 $x-7$

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(4x+6)-(2x+1)$　　(2) $(x+2)-(4x-3)$

(3) $(a-2)-(5a+7)$　　(4) $(2a-4)-(3-6a)$

예제 4

$2(x+4)+3(2x-5)$를 계산하여라.

● 풀이 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 동류항끼리 모아서 간단히 하면

$$\begin{aligned}2(x+4)+3(2x-5)&=2x+8+6x-15\\&=2x+6x+8-15\\&=(2+6)x+(8-15)\\&=8x-7\end{aligned}$$

답 ● $8x-7$

문제 11

다음을 계산하여라.

(1) $3(2a-5)+(a-4)$

(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$

(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$

(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$

발전 문제 12

다음은 현수와 누나가 과수원에서 나눈 대화이다. 현수가 딴 사과의 개수를 x개라고 할 때, 물음에 답하여라.

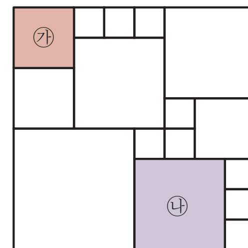
> 현수: 누나가 나보다 사과 6개를 더 땄네.
> 누나: 그래? 그런데 어머니는 네가 딴 것의 5배를 따셨고, 아버지는 나와 어머니가 딴 것을 합한 개수보다 3개 적게 따셨어.

(1) 누나, 어머니, 아버지가 딴 사과의 개수를 x를 사용하여 식으로 나타내어라.

(2) 현수가 3개의 사과를 땄을 때, 현수네 가족 4명이 딴 사과의 개수의 합을 구하여라.

추론

오른쪽 그림은 크기가 다른 네 종류의 정사각형들을 이어 붙여서 새로운 정사각형을 만든 것이다. 정사각형 ㉮의 한 변의 길이가 a일 때, 정사각형 ㉯의 한 변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내어 보자.



중 / 단 / 원 기초

1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) a원짜리 물건을 하나 사고, 1000원을 내었을 때의 거스름돈

(2) 한 변의 길이가 b cm인 정사각형의 둘레의 길이

(3) 길이가 x m인 테이프를 삼등분하였을 때, 그중 하나의 길이

> • 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고 수를 문자 앞에 쓴다.
> • 나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고 분수의 꼴로 나타낸다.

2 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x\times(-5)$ (2) $x\times x\times y$

(3) $x\div 4$ (4) $2\div(x-y)$

> 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 대입한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

3 $x=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $7x$ (2) $3x+9$

(3) $-6x+4$ (4) $-x^2$

4 다음 다항식의 차수를 말하고, 일차식을 모두 찾아라.

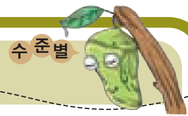
㉠ $2x-3$	㉡ $-5x$	㉢ $4-x^2$	㉣ $\frac{2}{3}x-0.6$

5 다음을 계산하여라.

(1) $4x\times(-2)$ (2) $(-10x+15)\div 5$

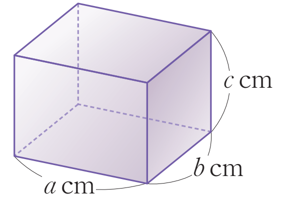
(3) $4x+3x$ (4) $8x-6-5x-2$

중 / 단 / 원 기본



문자의 사용

1 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm, 높이가 c cm인 직육면체에 대하여 다음을 문자를 사용하여 나타내어라.



(1) 직육면체의 부피

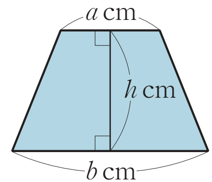
(2) 직육면체의 겉넓이

식의 값

2 $a=-1$, $b=3$일 때, 식 $\frac{a}{2}-\frac{1}{b}$의 값을 구하여라.

식의 값

3 윗변의 길이가 a cm, 아랫변의 길이가 b cm, 높이가 h cm인 사다리꼴의 넓이를 S cm^2라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) S를 a, b, h를 사용하여 식으로 나타내어라.

(2) $a=3$, $b=5$, $h=4$일 때, S의 값을 구하여라.

다항식

4 보기의 식 중에서 다음에 해당하는 식을 모두 찾아라.

보기

㉠ $4x+3y-7$ ㉡ $2y-2$ ㉢ x^2-y ㉣ $-\frac{y}{2}+\frac{3}{4}$

(1) 항이 2개인 다항식

(2) y의 계수가 가장 큰 식

(3) 상수항이 0인 식

(4) x에 관한 일차식

일차식의 계산

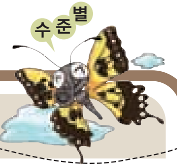
5 다음을 계산하여라.

(1) $(8x-6)\times\frac{3}{2}$

(2) $(12-4y)\div\left(-\frac{4}{5}\right)$

(3) $4(-a+1)+(-3a+2)$

(4) $\frac{b}{2}-\frac{b+3}{3}$

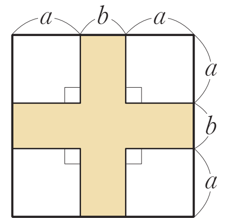


중/단/원 실력

1 길이가 x m인 줄을 y m씩 네 번 끊어 쓰고, 남은 줄을 길이가 같게 세 조각으로 나누었다. 한 조각의 길이를 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

• 색칠한 부분을 작은 사각형으로 나누어 생각한다.

2 오른쪽 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

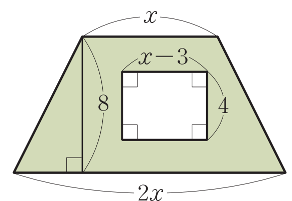


3 $x=-2$, $y=\frac{1}{2}$일 때, 식 $\frac{2x^2-5y^2}{x^2y}$의 값을 구하여라.

4 식 $\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\div\frac{1}{6}$을 간단히 하여 $ax+b$의 꼴로 나타내었을 때, $a+b$의 값을 구하여라.

• 색칠한 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이에서 직사각형의 넓이를 빼면 된다.

5 오른쪽 사다리꼴에서 색칠한 부분의 넓이를 문자를 사용하여 간단히 나타내어라.



2 일차방정식

준 | 비 | 학 | 습

식의 값
문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 대입한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 식의 값이라고 한다.

1 $x=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $3x$ (2) $x+2$

(3) $-x+1$ (4) $-x^2$

일차식과 수의 곱셈
분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $2(x+1)$ (2) $3(x-2)$

(3) $-4(x-2)$ (4) $-5(-x+4)$

동류항의 계산
동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $4x-2x$ (2) $-3x+5x$

(3) $-3x+1+3x-1$ (4) $-6x+3+4x-3$

일차식의 덧셈과 뺄셈
- 일차식의 덧셈은 동류항끼리 모아서 간단히 한다.
- 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $(4a-2)+(2a-5)$ (2) $(2a-7)-(7-a)$

2-1 방정식과 항등식

● 등식을 알고, 다양한 상황을 이용하여 방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

등식이란 무엇인가?

탐구 활동

사과의 개수를 x개라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 사과와 배의 개수의 합이 30일 때, 배의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

2 배의 개수가 사과의 개수보다 2개 많을 때, 배의 개수를 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

3 **1**, **2**에서 구한 배의 개수가 서로 같을 때, 이를 식으로 나타내어 보자.

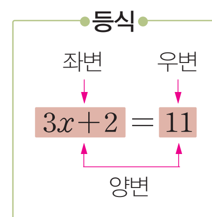
탐구 활동 1에서 구한 배의 개수는 $30-x$, 탐구 활동 2에서 구한 배의 개수는 $x+2$이고, 그 값이 같을 때 이를 등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$30-x=x+2$$

이와 같이 등호 =를 사용하여 두 수 또는 두 식이 같음을 나타낸 식을 **등식**이라고 한다.

보기 $2\times(3+4)=2\times3+2\times4$는 등식이다.
$3x+2=11$은 등식이다.
$-1<4$는 등식이 아니다.

참고 등식에서 등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.



문제

다음을 등식으로 나타내어라.

(1) 어떤 수 x의 2배에 4를 더하면 12이다.

(2) 어떤 수 x를 5로 나눈 수에서 2를 뺀 것은 6이다.

(3) 한 자루에 x원 하는 연필 3자루의 값은 1500원이다.

(4) 사탕 100개를 x개씩 포장했더니 6묶음이 되고 10개가 남았다.

방정식이란 무엇인가?

창의력 기르기

린드 파피루스

"린드 파피루스"는 기원전 1650년경에 만들어진 것으로 추정되는 세계에서 가장 오래된 수학 책이다. 이 책에 실린 85개의 수학 문제 중에는 알지 못하는 값인 '아하'를 구하는 '아하 문제'가 포함되어 있다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다음을 식으로 나타내어 보자.

> '아하'의 3배에 2를 더하면 11이다.

2 다음은 "린드 파피루스"에 실려 있는 문제이다. 이때 '아하'에 여러 가지 수를 대입하여 '아하'를 구하여 보자.

> '아하'와 '아하'의 $\frac{1}{7}$의 합은 24이다.

미지수를 x로 처음 나타낸 사람은 프랑스의 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)이다.

$3x+2=11$ (x: 미지수)

탐구 활동 1에서 '아하'를 x라고 하면 등식 $3x+2=11$은 $x=3$이면 참이 되고, $x=2$이면 거짓이 된다.

이와 같이 x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 **방정식**이라고 한다. 이때 문자 x를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

문제 2 다음 방정식 중에서 해가 2인 것을 찾아라.

㉠ $x+3=6$	㉡ $3x=9$
㉢ $2x-3=1$	㉣ $3x+1=5$

예 제 1 $-1,\ 0,\ 1$ 중에서 방정식 $3x-2=1$의 해가 되는 것을 찾아라.

풀이 $x=-1$일 때 $3\times(-1)-2=-5\neq1$
$x=0$일 때 $3\times0-2=-2\neq1$
$x=1$일 때 $3\times1-2=1=1$
따라서 방정식 $3x-2=1$은 $x=1$일 때 참이 되므로 이 방정식의 해는 1이다.

답 1

참고 $3x-2=1$의 해가 1인 것을 '$x=1$'로 나타낸다.

문제 3 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $4x+1=9$　　(2) $-x+3=x+5$

등식 $x+2x=3x$는 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다.

이와 같이 x가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 **항등식**이라고 한다.

어떤 식이 항등식임을 확인할 때에는 등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리하여 양변의 식이 같은지를 확인한다.

문제 4 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+2=8$	㉡ $4-x=5x$
㉢ $1-(-x)=4+x-3$	㉣ $x-2=2(x-1)-x$

문제 5 문제 4와 같이 항등식을 찾는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

2-2 일차방정식의 풀이

- 등식의 성질을 이해하고, 일차방정식을 풀 수 있다.
- 일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

등식의 성질이란 무엇인가?

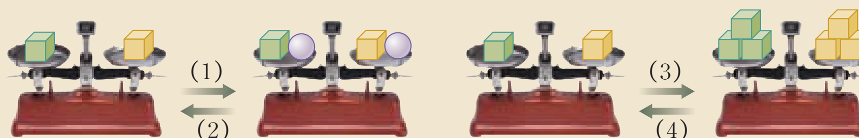
창의력 기르기

정의의 여신상

그리스 신화에 나오는 정의의 여신 디케(Dike)는 왼손에는 저울을, 오른손에는 칼을 들고 있다. 저울은 법의 형평성을 나타내며, 칼은 그 법을 엄정하게 집행하겠다는 의미이다. 우리나라의 대법원에도 대법정 출입문 위에 정의의 여신상이 있는데 오른손에는 저울을, 왼손에는 법전을 들고 앉아 있다. 또한 우리나라의 전통 의복을 입어 한국적인 모습을 보여 준다.

탐구 활동

다음 각각의 그림에서 접시저울의 양쪽 접시에 같은 무게의 물체를 올려놓았더니 평형을 이루었다. 물음에 답하여 보자.



1 (1), (2), (3), (4)의 실험에서 무엇을 알 수 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 수평을 이루는 접시저울의 양쪽 접시에 같은 무게의 물체를 더 올려놓거나 내려놓아도 양쪽의 무게는 다시 같아진다. 접시저울이 수평을 이루는 것은 양쪽의 무게가 같다는 것이므로 양변이 같음을 나타내는 등식에서도 이와 같은 성질이 성립한다.

즉, 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도, 또 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

일반적으로 등식에는 다음과 같은 성질이 있다.

등식의 성질

$a=b$이면

(1) $a+c=b+c$: 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

(2) $a-c=b-c$: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

(3) $ac=bc$: 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$) : 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

방정식을 풀 때에는 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을

$$x=(\text{수})$$

의 꼴로 만들어 해를 구한다.

예 제 1

등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-4=2$ (2) $\frac{5}{2}x=2x+3$

풀이 (1) 양변에 4를 더하면

$$2x-4+4=2+4 \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (1)}$$

$$2x=6$$

양변을 2로 나누면

$$\frac{2x}{2}=\frac{6}{2} \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (4)}$$

따라서 $x=3$이다.

(2) 양변에 2를 곱하면

$$\frac{5}{2}x\times2=(2x+3)\times2 \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (3)}$$

$$5x=4x+6$$

양변에서 $4x$를 빼면

$$5x-4x=4x+6-4x \quad \cdots\cdots \text{ 등식의 성질 (2)}$$

따라서 $x=6$이다.

답 (1) $x=3$ (2) $x=6$

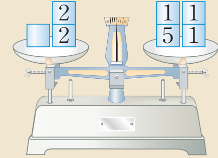
문제 1 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-5=-2$　　　　(2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$

일차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동

크기와 모양이 같은 추가 각각 여러 개씩 있다. 그런데 어떤 하나의 추는 그 추에 표시된 g의 값이 지워져 몇 g짜리인지 알 수 없다. 접시저울의 양쪽 접시 위에 1 g, 2 g, 5 g짜리의 추들과 무게를 모르는 추 하나를 오른쪽 그림과 같이 올려놓았더니, 접시저울은 수평이 되었다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 접시저울을 보고, 알맞은 등식을 세워 보자.

2 무게를 모르는 추는 몇 g짜리인가?

탐구 활동에서 무게를 모르는 추를 x g짜리라고 하면

$$x+4=8 \qquad \cdots\cdots ①$$

이다. 이 식을 풀기 위하여 식 ①의 양변에서 4를 빼면

$$x+4-4=8-4$$

$$x=8-4 \qquad \cdots\cdots ②$$

가 된다. 이때 두 등식 ①과 ②를 비교하면 ①의 좌변에 있던 4가 우변으로 옮겨지면서 -4가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$x+4=8$
이항
$x=8-4$

문제 2 다음 등식에서 ●로 표시한 항을 이항하여라.

(1) $2x-1=4$　　　　(2) $7x+15=17$

(3) $-3x=x+20$　　　　(4) $5x+3=4x-6$

방정식 $5x-4=-2x+10$의 우변에 있는 항 $-2x$, 10을 모두 좌변으로 이항하여 동류항끼리 모아서 정리하면 $7x-14=0$이 된다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(\text{일차식})=0$$

의 꼴이 되는 방정식을 미지수가 1개인 **일차방정식**이라고 한다.

문제 3 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x-4=x+5$ ㉡ $2x+6=2(x+3)$ ㉢ $x^2-3=x$ ㉣ $x=-2x+7$

일차방정식을 어떻게 푸는가?

탐구 활동

● 준비물
대수 타일
활동지 3

수현이는 일차방정식 $2x+1=5$의 해를 아래와 같이 대수 타일을 이용하여 계산하였다.

x x 1 = 1 1 1 1 1
$2x+1$ = 5

→ x x 1 = 1 1 1 1 1
$2x$ = 4

→ x = 1 1
x = 2

다음 물음에 답하여 보자.

1 위의 각 단계에 이용한 등식의 성질을 말하여 보자.

2 대수 타일을 이용하여 $3x-2=7$의 해를 구하여 보자.

등식의 성질을 이용하여 등식을 변형해도 해는 같으므로 주어진 방정식에서 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 일차방정식의 해를 구할 수 있다.

예제 2 일차방정식 $3x+8=x-4$를 풀어라.

풀이 주어진 식에서 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-x=-4-8$$

양변을 간단히 하면

$$2x=-12$$

x의 계수 2로 양변을 나누면

$$x=-6$$

답 $x=-6$

주어진 방정식에 $x=-6$을 대입하면
$3\times(-6)+8=-6-4$
이므로 해는 $x=-6$이다.

문제 4 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x+1=4x-7$

(2) $x+10=-2x+1$

괄호가 있는 방정식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼다.

예제 3 일차방정식 $3(x+4)=5(x-2)$를 풀어라.

풀이 주어진 식에서 좌변과 우변의 괄호를 각각 풀면

$$3x+12=5x-10$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-5x=-10-12$$

양변을 간단히 하면

$$-2x=-22$$

x의 계수 -2로 양변을 나누면

$$x=11$$

답 $x=11$

분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$

주어진 방정식에 $x=11$을 대입하면
$3\times(11+4)=5\times(11-2)$
이므로 해는 $x=11$이다.

문제 5 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $3(x+1)=4x-2$ (2) $5x+3(12-x)=50$

계수가 소수인 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, ⋯ 중에서 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 4 일차방정식 $0.6x-1.5=0.4x-0.3$을 풀어라.

● 풀이 주어진 식의 양변에 10을 곱하면

$$6x-15=4x-3$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$6x-4x=-3+15$$

양변을 간단히 하면

$$2x=12$$

x의 계수 2로 양변을 나누면

$$x=6$$

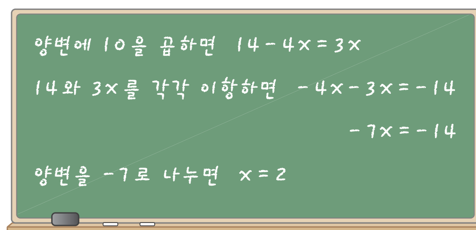
답 ● $x=6$

● 주어진 방정식에 $x=6$을 대입하면 $0.6\times6-1.5=0.4\times6-0.3$이므로 해는 $x=6$이다.

문제 6 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$ (2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$

문제해결 수영이는 일차방정식 $14-0.4x=0.3x$를 오른쪽과 같이 풀었다. 잘못된 부분을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.



계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예 제 5

일차방정식 $\frac{1}{4}x-2=\frac{x-7}{6}$ 을 풀어라.

● 풀이 주어진 식의 양변에 분모 4와 6의 최소공배수인 12를 곱하면

$$3x-24=2x-14$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x=-14+24,\ x=10$$

답 ● $x=10$

주어진 방정식에 $x=10$을 대입하면
$\frac{1}{4}\times10-2=\frac{10-7}{6}$
이므로 해는 $x=10$이다.

문 제 7 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$

(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$

이상에서 배운 일차방정식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차방정식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.
❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❹ 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고친다.
❺ x의 계수로 양변을 나눈다.

민정이와 현수는 일차방정식 $\frac{x}{3}+2=4$를 다음과 같이 풀었다. 두 사람의 풀이 과정에 대해 토의하여 보자.

<민정>
$\frac{x}{3}+2-2=4-2$
$\frac{x}{3}=2$
$\frac{x}{3}\times3=2\times3$
$x=6$

<현수>
4에서 2를 뺀 후
3을 곱하면
$(4-2)\times3=6$
$x=6$

일차방정식을 어떻게 활용하는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 도현이의 몸무게를 x kg으로 놓고, 방정식을 세워서 몸무게를 구하여 보자.

탐구 활동에서 도현이의 몸무게는 다음과 같은 순서로 방정식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

도현이의 몸무게를 x kg으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

도현이의 몸무게의 2배에서 6 kg을 빼면 100 kg이므로

$$2x-6=100$$ ← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다.

이다.

$$2x=106,\ x=53$$ ← ❸ 방정식을 푼다.

한편 도현이의 몸무게의 2배에서 6 kg을 빼면

$$53\times2-6=100(\text{kg})$$ ← ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

따라서 도현이의 몸무게는 53 kg이다.

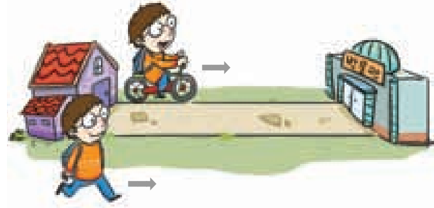
일반적으로 일차방정식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

일차방정식을 활용한 문제 풀이

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다.
❸ 방정식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예제 6

영수가 집에서 박물관까지 가는데 시속 18 km로 자전거를 타고 가면 같은 길을 시속 3 km로 걸어서 가는 것보다 20분 빨리 도착한다고 한다. 집에서 박물관까지의 거리를 구하여라.



● (거리)=(속력)×(시간)

(시간)=$\frac{(거리)}{(속력)}$

속력은 평균 속력을 의미한다.

● 집에서 박물관까지의 거리가 1.2 km이면 걸어서 가는 것이 자전거를 타고 가는 것보다

$\frac{1.2}{3}-\frac{1.2}{18}=\frac{1}{3}$(시간)

더 걸리므로 문제의 뜻에 맞는다.

● 풀이 집에서 박물관까지의 거리를 x km라고 하면 자전거를 타고 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{18}$시간, 걸어서 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$시간이다.

이때 걸어서 가는 것이 자전거를 타고 가는 것보다 20분이 더 걸리고, 20분은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간)이므로

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{18}=\frac{1}{3}$$

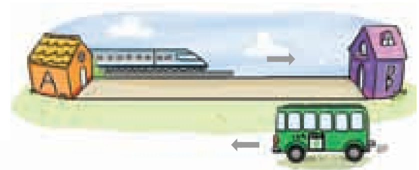
$$6x-x=6,\ 5x=6$$

$$x=\frac{6}{5}=1.2$$

따라서 집에서 박물관까지의 거리는 1.2 km이다. 답 ● 1.2 km

문제 8

A, B 두 지점을 왕복하는데 갈 때는 시속 320 km로 가는 기차를 탔고, 올 때는 시속 80 km로 가는 버스를 타서 총 3시간이 걸렸다고 한다. A 지점에서 B 지점까지의 거리를 구하여라.



발전 문제 9

총 9곡의 연주 음악이 수록되어 있는 CD 한 장이 있다. 이 CD 안에는 한 곡의 연주 시간이 5분, 6분, 8분인 것이 있는데 그중에서 5분인 것은 한 곡밖에 없다. 곡과 곡 사이에는 15초씩 쉬고, 첫 곡이 시작되어 마지막 곡이 끝날 때까지는 총 57분이 소요된다고 할 때, 이 CD에 수록된 음악 중에서 6분인 것과 8분인 것은 각각 몇 곡씩인지 구하여라.

중/단/원 기초

> 수나 식이 서로 같음을 등호를 사용하여 나타낸 식을 등식이라고 한다.

1 다음 중에서 등식을 모두 찾아라.

㉠ $2+x-7$	㉡ $7+14=7\times3$
㉢ $5x+3=8$	㉣ $2\times8<3\times8$

2 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $x+4=x+4$	㉡ $-2x=2x-3$
㉢ $4x=4$	㉣ $3x+6=3(x+2)$

> 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)=0의 꼴로 변형되는 방정식을 일차방정식이라고 한다.

3 다음 중에서 일차방정식을 찾아라.

㉠ $3x+1=5$	㉡ $2x-1=4+2x$
㉢ $7x-1$	㉣ $x^2+2=6x-8$

4 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-9=3$ (2) $x+6=-2x$

(3) $\dfrac{x}{4}=2$ (4) $5x-4=x+2$

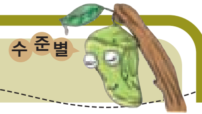
5 한 개에 300원 하는 연필과 한 개에 500원 하는 지우개를 합하여 10개를 사고 4000원을 지불하였다. 연필과 지우개를 각각 몇 개씩 샀는지 다음 순서에 따라 구하여라.

(1) 문제의 뜻에 맞는 방정식을 세워라.

(2) (1)의 방정식을 풀어라.

(3) 연필과 지우개를 각각 몇 개씩 샀는가?

중/단/원 기본



방정식의 해

1 -1, 0, 1, 2 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $3x+2=5$

(2) $2x-2=x-2$

일차방정식의 풀이

2 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $5(x-1)=4(2x+1)$

(2) $2(6x-9)=3(8x-2)$

(3) $0.3x-1.4=0.2x-1$

(4) $0.12x+2.6=0.01x+0.4$

일차방정식의 풀이

3 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{6-x}{5}-\frac{2x-3}{10}=-\frac{1}{2}$

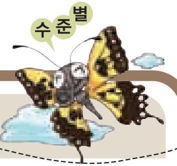
(2) $\frac{-2x-1}{3}+\frac{1}{2}=1-\frac{x+5}{2}$

일차방정식의 활용

4 지은이는 11000원을, 승재는 9000원을 가지고 있다. 지은이와 승재가 값이 같은 책을 한 권씩 샀더니 지은이의 남은 돈은 승재의 남은 돈의 2배가 되었다. 이때 지은이와 승재가 산 책 한 권의 값을 구하여라.

일차방정식의 활용

5 집에서 도서관까지 가는데 민재는 시속 4 km의 속력으로 걸어서 가고, 동생은 민재와 동시에 출발하여 시속 8 km의 속력으로 자전거를 타고 갔다. 동생이 민재보다 15분 먼저 도착하였을 때, 집에서 도서관까지의 거리를 구하여라.



중/단/원 실력

1 오른쪽 표에서 가로, 세로에 있는 수나 식의 합이 모두 같아지도록 빈칸을 채워라.

$x+2$	-3	
	$2x-1$	$-2x+3$
	$4x+1$	

2 방정식 $\frac{1}{2}x-0.7x=-\frac{x+a}{6}$의 해가 $x=5$일 때, a의 값을 구하여라.

• 계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 정수인 계수로 고쳐서 풀면 편리하다.

3 두 방정식 $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{3}$, $2(x+a)=5x-a$의 해가 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

4 지희는 가지고 있던 구슬의 $\frac{1}{2}$보다 15개 적은 구슬을 성원이에게 주거나 가지고 있던 구슬의 $\frac{3}{4}$보다 10개 많은 구슬을 효진이에게 주려고 한다. 이때 효진이가 받게 되는 구슬은 성원이가 받게 되는 구슬의 2배가 된다고 할 때, 지희가 처음에 가지고 있던 구슬의 개수를 구하여라.

• (정가)=(원가)+(이익)

5 혜수네 옷 가게에서는 상품의 원가에 20 %의 이익을 붙여서 정가를 정하는데, 정가에서 600원을 할인하여 팔았더니 10 %의 이익을 얻었다. 이 상품의 원가를 구하여라.

달력 만들기

준비물 활동지 4

다음은 문제의 답이 날짜와 같도록 하여 만든 달력이다. 이와 같은 방법으로 이번 달의 달력을 만들어 보자.

일 SUN	월 MON	화 TUE	수 WED	목 THU	금 FRI	토 SAT
					1 다항식 $5x+1$은 x에 대한 몇 차식인가?	2
3	4 다음은 등식의 성질을 이용하여 $2x-4=4$의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라. $2x-4+\square=4+\square$ $2x=8$, $x=4$	5	6 $(2x+5)+(4x-7)$을 계산하여 일차항의 계수를 구하여라.	7	8	9 효도하는 날~~*
10 영화 보는 날	11	12	13 올해 아버지의 나이가 43세일 때, 2년 후에 아버지의 나이는 아들 나이의 3배가 된다. 올해 아들의 나이를 구하여라.	14	15	16
17	18 $\frac{4}{7}a=8$, $\frac{1}{2}b=2$ 위의 두 식에서 $a+b$의 값을 구하여라.	19 사슴이 한 번에 2 m씩 뛸 때, 노루는 한 번에 3 m씩 뛴다고 한다. 만일 사슴이 노루보다 19 m 앞에서 출발하여 둘이 같은 횟수만큼 뛴다고 할 때, 처음 둘이 만나려면 몇 번을 뛰어야 하는가?	20	21	22 x에 관한 일차방정식 $ax+5=2(x+1)$의 해가 -3일 때, 식 a^2+3a+4의 값을 구하여라.	23
24 독서하는 날	25	26	27	28	29	30 두 지점 A, B 사이를 자전거를 타고 왕복하는데, 갈 때는 시속 15 km, 올 때는 시속 20 km로 달려서 3시간 30분이 걸렸다. 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여라.
31						

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
학습 내용	문자를 사용하여 식을 간단히 나타내고, 식의 값을 구할 수 있는가?			
	일차식의 덧셈과 뺄셈을 계산할 수 있는가?			
	등식과 방정식의 의미를 이해하였는가?			
	일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 방정식을 풀 수 있는가?			
	일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 문자의 사용

문자를 사용한 식	문자를 사용하면 여러 가지 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.
식을 간단히 나타내는 방법	(1) 곱셈 기호 × 의 생략 • 수와 문자의 곱: 수를 문자 앞에 쓴다. • 문자와 문자의 곱: 알파벳 순서로 쓴다. • 같은 문자의 곱: 거듭제곱의 꼴로 나타낸다. (2) 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

2 식의 값

대입	문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것
식의 값	문자에 수를 대입하여 얻은 값

3 일차식의 계산

다항식과 단항식	(1) 다항식: 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식 $\underset{\text{항}}{\overset{\text{계수}}{2}x^2}+\underset{\text{항}}{\overset{\text{계수}}{3}x}+\underset{\text{항}}{\overset{\text{상수항}}{4}}$ (2) 단항식: 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식
일차식	(1) 항의 차수: 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수 (2) 일차식: 차수가 1인 다항식
일차식의 계산	(1) 동류항: 문자와 차수가 같은 항 (2) 일차식의 덧셈과 뺄셈: 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

4 일차방정식

방정식과 항등식	(1) 등식: 등호 =를 사용하여 나타낸 식 (2) 방정식: 미지수의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식 (3) 미지수: 방정식에 들어 있는 문자 (4) 방정식의 해(근): 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값 (5) 항등식: 미지수가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식
등식의 성질	$a=b$이면 (1) $a+c=b+c$ (2) $a-c=b-c$ (3) $a\times c=b\times c$ (4) $a\div c=b\div c$ $(c\neq0)$
일차방정식	(1) 이항: 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것 (2) 일차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)=0의 꼴로 변형되는 방정식

5 일차방정식의 풀이

일차방정식의 풀이	❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다. ❷ 괄호가 있으면 괄호를 풀고 정리한다. ❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다. ❹ 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고친다. ❺ x의 계수로 양변을 나눈다.
일차방정식을 활용한 문제 풀이	❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 방정식을 세운다. ❸ 방정식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 대입, 항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 일차식, 동류항, 등식, 방정식, 미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식

만화로 보는
수학 이야기

어떻게 알았을까?

생각 키/우/기 마술사가 마술을 보인 방법을 식으로 표현하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① $a\div(b\times c)=\frac{a}{bc}$
② $a\times(b-c)=ab-ac$
③ $x\times x\times x\times x\times x=5x$
④ $a+b\div y=a+\frac{b}{y}$
⑤ $a\div(x\div y)\div5=\frac{ay}{5x}$

2 $a=4$, $b=-1$, $c=6$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}$$

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

3 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식은?

① $5x-2=x+2$ ② $0.2x=3x-0.7$
③ $0\times x=8$ ④ $2x=0$
⑤ $2-x=x-2(x-1)$

4 다음 중에서 일차방정식인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $2x=x-1$ ② $3+2x=2x-3$
③ $x^2+2x+1=0$ ④ $3x-4$
⑤ $3(x-2)=2x-4$

5 다음 중에서 다항식 x^2-3x-5에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① x의 계수는 -3이다.
② 항은 x^2, $3x$, 5의 3개이다.
③ 상수항은 -5이다.
④ x^2의 차수는 2이다.
⑤ 다항식의 차수는 2이다.

6 다음 중에서 이항이 옳게 된 것은?

① $2x-3=5 \longrightarrow 2x=5-3$
② $2-3x=-4x \longrightarrow -3x-4x=2$
③ $4-x=-16 \longrightarrow x=-16-4$
④ $5x=15-2x \longrightarrow 5x+2x=15$
⑤ $2x-7=3x+5 \longrightarrow 2x-7+3x+5=0$

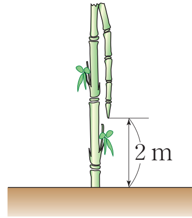
7 x에 대한 두 방정식 $5x-3=3x+1$과 $a(2x-1)=8$의 해가 서로 같을 때, a의 값은?

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

8 방정식 $\frac{1}{3}x-0.2x=\frac{2x-3}{5}$을 풀면?

① $x=3$ ② $x=\frac{9}{4}$ ③ $x=\frac{3}{2}$
④ $x=\frac{3}{4}$ ⑤ $x=0$

9 지면에서의 높이가 8 m인 대나무가 부러져서 그 끝이 지면으로부터 2 m인 곳에 닿았다. 이때 대나무의 부러진 윗부분의 길이는?



① 1 m ② 2 m ③ 3 m
④ 4 m ⑤ 5 m

10 2013년에 아버지의 나이는 45세, 아들의 나이는 15세이다. 아버지의 나이가 아들의 나이의 두 배가 되는 해는 언제인가?

① 2020년 ② 2022년 ③ 2024년
④ 2026년 ⑤ 2028년

11 한강의 두 지점 A, B 사이를 유람선으로 왕복하는데 갈 때는 시속 30 km로, 올 때는 시속 50 km로 운항하여 2시간이 걸렸다. 다음 중에서 갈 때 걸린 시간과 두 지점 A, B 사이의 거리를 바르게 짝지은 것은?

① 120분, 90 km ② 40분, 37.5 km
③ 75분, 37.5 km ④ 40분, 26.7 km
⑤ 75분, 26.7 km

서/답/형

12 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

> 수학 성적이 a점, 영어 성적이 b점일 때,
> 두 과목 성적의 평균

13 $x+[2x-\{3-(2x-1)\}]+7$을 간단히 하여라.

14 일차방정식 $8-2(5+x)=-4x$를 풀어라.

|서술형|

15 다음 방정식의 해가 $x=2$일 때, a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

$$\frac{2x-1}{4}-\frac{ax+5}{2}=a$$

|서술형|

16 십의 자리 숫자가 7인 두 자리의 자연수가 있다. 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 27이 작다고 한다. 처음 수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

수학 기호의 역사

우리가 현재 사용하고 있는 숫자나 기호의 역사는 그리 오래되지 않았다. 특히 기원전 500년경에 중앙 인도에서 처음 사용된 것으로 추정되는 인도–아라비아 숫자는 1450년경 인쇄술의 발달로 거의 오늘날과 같은 모양을 띠게 되었다.

976년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1150년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1303년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1442년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1508년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1522년	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

이탈리아의 수학자들은 1400년대 후반부터 1500년대 초에 수학에서 기호를 사용하기 시작하였다.

먼저 1494년에 "수학대전"을 쓴 파촐리(Pacioli, L. ; 1445∼1517)는 덧셈 기호를 '더 많은'을 뜻하는 'pin'으로부터 p로, 뺄셈 기호를 '더 적은'을 뜻하는 'meno'로부터 m으로 표시하였다.

그 후에 "지혜의 숫돌"이라는 책을 쓴 레코드(Recorde, R. ; 1510∼1558)는 그 책에서 등호 =를 소개하고 있다.

현재와 같은 덧셈 기호 +와 뺄셈 기호 −는 '계산의 왕'이라는 별명을 가지고 있는 독일의 비트만(Widmann, J. ; 1462∼1498)이 1489년에 출판한 수학 책에 나타나 있다. 그러나 비트만은 이 책에서 +와 −를 연산의 기호로 사용한 것이 아니라 단순히 '과잉'과 '부족'을 나타내는 데 사용했다.

사실 덧셈 기호인 +는 'and'에 해당하는 라틴어의 'et'를 빨리 쓴 것이고, 뺄셈 기호 −는 빼기를 뜻하는 'minus'의 첫 글자인 m이 변한 것이라고 한다.

곱셈 기호인 ×는 영국의 오트레드(Oughtred, W. ; 1574~1660)의 책 "수학의 열쇠"에서 처음 소개되었으며, 나눗셈 기호 ÷는 1659년에 출판된 수학 책 "게르만 대수"의 저자인 스위스의 란(Rahn)이 처음 사용하였는데, 원래는 비를 나타내는 기호인 ':' 으로부터 왔다고 전해진다.

부등호 <, >는 영국의 수학자 해리엇(Harriot, T. ; 1560~1621)이 죽은 지 10년이 지난 후에 출판된 그의 저서 "해석술 연습"에 나타나 있고, ≤, ≥는 1세기 후인 1700년대에 부게(Bouguer)에 의하여 처음 사용되었다.

프랑스의 수학자 비에타(Viéta, F. ; 1540~1603)는 기지수와 미지수를 구분하기 위하여 기지수는 알파벳의 자음인 B, C, D, …를 썼고, 미지수는 모음인 A, E, I, …를 썼다.

오늘날과 같이 알파벳의 앞쪽인 a, b, c, …를 기지수로, 뒤쪽인 x, y, z, …를 미지수로 사용하게 된 것은 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)가 쓰기 시작한 이후부터이다.

III 함수

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.
2. 순서쌍과 좌표를 이해한다.
3. 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.
4. 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 함수와 그래프

우리나라의 댐들 중에서 강원도에 있는 다목적 댐인 소양강 댐은 높이가 123 m이고 제방의 길이가 530 m이며, 총 저수량이 29억 톤에 달한다. 특히 비가 많이 오는 장마철에는 1초에 최대 5500톤의 물을 방류할 수 있는 장비를 갖추고 있으며 1초에 2000톤씩을 방류할 경우, 방류한 물이 서울 한강에 다다르는 데 빠르면 17시간이 걸리는 초대형 댐이다. 소양강 댐은 경기도와 수도권 일대의 홍수를 조절하고, 생활용수를 공급하는 매우 중요한 기능을 수행한다.

댐 하류에 홍수가 나지 않게 하기 위하여 1초에 몇 톤의 물을 방류할 것인가 하는 문제는 물의 양을 조절하는 데 있어서 매우 중요한 요소라고 할 수 있다. 이와 같이 변하는 두 양이 대응되는 관계는 실생활에서 매우 유용하다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초3~4학년군]
규칙 찾기, 규칙과 대응

[초5~6학년군]
비례식과 비례배분
정비례와 반비례

[중1~3학년군]
문자와 식, 일차방정식

이 단원에서 공부할 내용

1. 함수와 그래프
함수
순서쌍과 좌표
함수의 그래프
함수의 활용

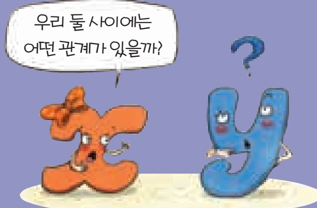
이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
일차함수의 뜻과 그래프
일차함수와 일차방정식의 관계
이차함수의 뜻과 그래프

[수학 I]
이차방정식과 이차함수

[수학 II]
함수, 유리함수와 무리함수

1 함수와 그래프



준 | 비 | 학 | 습

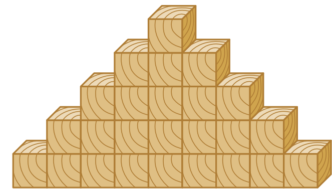
규칙 찾기
물체나 무늬의 다양한 변화 규칙을 찾아 설명할 수 있다.

규칙과 대응
대응 관계를 나타낸 표에서 규칙을 찾아 설명하고, 그 규칙을 □, △를 사용하여 식으로 나타낼 수 있다.

정비례
두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 됨에 따라 y도 2배, 3배, 4배, …로 될 때, y는 x에 정비례한다고 한다.

반비례
두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 됨에 따라 y가 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …로 될 때, y는 x에 반비례한다고 한다.

1 오른쪽 그림과 같이 쌓기 나무로 만든 모양을 보고 어떤 규칙에 따라 쌓았는지 말하여라.



2 다음 표는 한 개에 500원 하는 빵을 살 때 빵의 개수와 지불해야 하는 금액 사이의 관계를 나타낸 것이다. 빵을 □개 사고 지불해야 하는 금액을 △원이라고 할 때, □와 △ 사이의 관계식을 구하여라.

빵의 수(개)	1	2	3	4	5
지불 금액(원)	500	1000	1500	2000	2500

3 $y=3x$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y					

4 $y=\frac{6}{x}$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y					

1-1

함수

● 다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해한다.

함수란 무엇인가?

창의력 기르기

●rpm(revolutions per minute)

분당 엔진 회전수(rpm)

자동차의 계기판에는 엔진 회전수를 나타내는 회전계가 있다. 이는 엔진의 주축인 크랭크축이 1분에 몇 번 회전하는가를 나타낸다. 즉, 1분당 1000번을 회전하면 1000 rpm, 1500번을 회전하면 1500 rpm이다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 표는 1분당 엔진이 1000번 회전할 때, 5분 동안의 엔진 회전수를 나타낸 것이다. 이 표를 완성하여 보자.

시간(분)	1	2	3	4	5
엔진 회전수(번)					

2 **1**의 표를 이용하여 10분 동안의 엔진 회전수를 추측하여 보자.

탐구 활동에서 시간을 x분, 그 시간 동안의 엔진 회전수를 y번이라고 하자. 이때 하나의 x의 값이 정해지면 꼭 하나의 y의 값이 다음과 같이 정해진다.

$$\begin{array}{cccccc} x=1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \cdots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ y=1000, & 2000, & 3000, & 4000, & 5000, & \cdots \end{array}$$

여기에서 x와 y 사이에 $y=1000x$라는 관계식을 세울 수 있다.

관계식 $y=1000x$에서 x는 1, 2, 3, 4, 5, …와 같이 여러 가지 값을 가질 수 있고, y도 x의 값이 변함에 따라 여러 가지 값을 가지게 된다. 이러한 x, y와 같이 변하는 여러 가지 값을 가지는 문자를 **변수**라고 한다.

변수와 달리 일정한 값을 가지는 수나 문자를 상수라고 한다.

또 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 **함수**라고 하며, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

따라서 함수 $y=1000x$는 $f(x)=1000x$로 나타낼 수 있다.

함수 $y=f(x)$에서 f는 '함수'라는 뜻의 영어 단어인 function의 첫 글자를 기호화한 것이다.

예제 1

소비 전력이 40 W인 전구가 있다. 이 전구 x개를 켤 때, 소비 전력의 총합을 y W라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x의 값이 변함에 따라 정해지는 y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x(개)	1	2	3	4	5
y(W)					

(2) y는 x의 함수인지 말하여라.

풀이 (1)

x(개)	1	2	3	4	5
y(W)	40	80	120	160	200

(2) x의 값이 1, 2, 3, …으로 변함에 따라 y의 값은 차례로 40, 80, 120, …과 같이 오직 하나씩 정해진다.
따라서 소비 전력의 총합 y는 전구의 개수 x의 함수이다.

답 (1) 40, 80, 120, 160, 200 (2) 함수이다.

문제 1

한 개에 700원 하는 아이스크림이 있다. 이 아이스크림을 x개 살 때, 금액을 y원이라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x의 값이 변함에 따라 정해지는 y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x(개)	1	2	3	4	5
y(원)					

(2) y는 x의 함수인지 말하여라.

예제 2

한 개에 x원 하는 과자 2개를 사려고 5000원을 내었을 때, 받은 거스름돈은 y원이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) y는 x의 함수인지 말하여라.

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

풀이 두 변수 x, y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(원)	100	200	300	$\cdots$	2500
y(원)	4800	4600	4400	$\cdots$	0

(1) 위의 표에서 x의 값이 100, 200, $\cdots$으로 변함에 따라 y의 값은 차례로 4800, 4600, $\cdots$과 같이 오직 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이다.

(2) 거스름돈 y원은 5000원에서 한 개에 x원 하는 과자 2개의 값 $2x$원을 뺀 것과 같으므로 $y=5000-2x$이다.

답 (1) 함수이다. (2) $y=5000-2x$

문제 2

다음 함수에 대하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(1) 한 사람의 입장료가 6000원인 수영장에 x명이 입장할 때, 총 입장료는 y원이다.

(2) 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이는 y cm이다.

(3) 한 시간에 60 km를 갈 수 있는 자동차로 x시간 동안 갈 수 있는 거리는 y km이다.

문제해결

일정한 보폭으로 걸을 때, 걸음 수와 이동한 거리가 함수 관계인지 설명하여 보자.

함숫값이란 무엇인가?

창의력 기르기

흰긴수염고래

지구에서 가장 큰 동물은 흰긴수염고래이다. 특히 남반구에 사는 흰긴수염고래는 다 자란 경우 몸무게가 150톤 이상이며 몸길이는 무려 30 m 이상이라고 한다. 이 고래는 보통 90년 정도 사는데, 간혹 100년 이상 사는 것도 있다.

탐구 활동

시속 20 km로 헤엄치는 흰긴수염고래가 x시간 동안 헤엄친 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 일정한 시간 동안 흰긴수염고래가 헤엄친 거리를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

x(시간)	1	2	3	4	5
y(km)					

2 **1**의 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

3 **2**에서 구한 관계식을 이용하여 x의 값이 6, 7, 8로 변할 때, 그 각각에 대하여 y의 값을 구하여 보자.

탐구 활동에서 얻은 함수 $y=20x$에서 $f(x)=20x$이므로 x에 1, 2, 3을 각각 대입하면

$$f(1)=20\times1=20,\ f(2)=20\times2=40,\ f(3)=20\times3=60$$

이다.

이때 $f(1), f(2), f(3)$의 값을 각각 $x=1, 2, 3$에서의 함수 $f(x)=20x$의 **함숫값**이라고 한다.

일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로

$$f(x)$$

와 같이 나타낸다.

예제 3

함수 $f(x)=2x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-1)$　　(2) $f(0)$　　(3) $f(1)$

풀이 (1) $f(-1)=2\times(-1)=-2$

(2) $f(0)=2\times 0=0$

(3) $f(1)=2\times 1=2$

답 (1) -2　(2) 0　(3) 2

문제 3

함수 $f(x)=1-3x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-2)$　　(2) $f(-1)$

(3) $f(0)$　　(4) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

문제 4

오른쪽 표는 다른 지역으로 보내는 물건의 무게에 따른 택배 요금을 나타낸 것이다. 물건의 무게가 x kg일 때, 택배 요금을 y원이라고 하자. x의 값이 30 이하일 때, 함수 $y=f(x)$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $f(1)$　　(2) $f(5.5)$　　(3) $f(20)$

무게(kg)	요금(원)
0초과 ~ 2이하	5000
2 ~ 5	6000
5 ~ 10	7000
10 ~ 20	8000
20 ~ 30	9000

창의 UP

오른쪽 그림과 같은 방법으로 똑같은 크기의 종이컵을 포갤 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 종이컵 한 개의 높이는 73 mm이고, 종이컵 2개, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 각각 79 mm, 85 mm일 때, 종이컵의 개수와 포개어 놓은 종이컵의 높이 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이를 구하여라.

1-2 순서쌍과 좌표

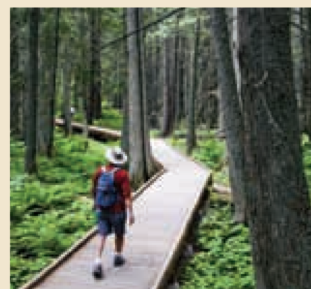
● 순서쌍과 좌표를 이해한다.

수직선 위의 점은 어떻게 나타내는가?

창의력 기르기

휴양림

나무가 울창한 숲에 가면 마음이 편안하고 상쾌해진다. 이는 나무가 뿜어내는 피톤치드라는 물질이 스트레스 해소는 물론 심폐 기능과 면역력을 높여 피로에 지친 심신의 활력을 되찾는 데 도움을 주기 때문이다. 그래서 사람들은 나무가 무성한 휴양림을 많이 찾는다.



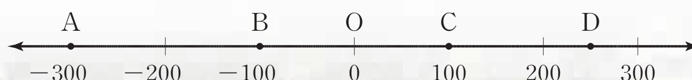
탐구 활동

준서네 가족은 가까운 휴양림으로 소풍을 갔다. 휴양림의 안내도에는 다음과 같이 관리 사무소를 기준으로 동쪽으로는 분수대와 야영장, 서쪽으로는 쉼터와 연못이 표시되어 있었다. 물음에 답하여 보자.

1 관리 사무소로부터 안내도에 표시된 각 지점까지의 거리를 말하여 보자.

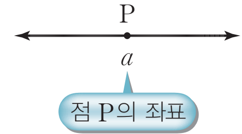
2 관리 사무소로부터 같은 거리에 있는 쉼터와 분수대의 위치를 구별하여 나타내는 방법을 말하여 보자.

탐구 활동에서 연못, 쉼터, 관리 사무소, 분수대, 야영장을 각각 점 A, B, O, C, D라 하고, 점 O를 기준으로 동쪽을 $+$, 서쪽을 $-$로 하여 이 점들을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



여기서 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각 -300, -100, 100, 250임을 알 수 있다.

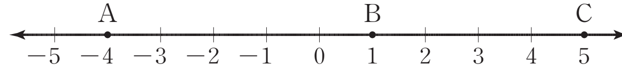
이와 같이 수직선 위의 점에 대응하는 수를 그 점의 **좌표**라고 하며, 좌표가 a인 점 P를 기호로 P(a)와 같이 나타낸다.



예 앞의 수직선에서 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내면

$$A(-300),\ B(-100),\ C(100),\ D(250)$$

문제 1 다음 수직선 위의 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내어라.



좌표평면 위의 점은 어떻게 나타내는가?

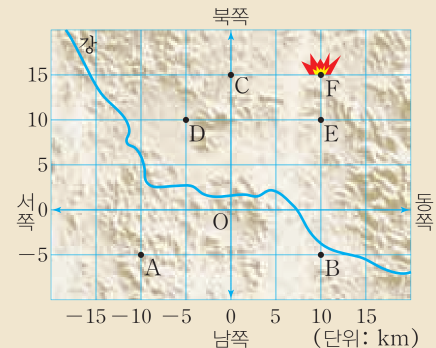
창의력 기르기

국립 공원

우리나라의 한라산과 지리산, 미국의 그랜드 캐니언, 일본의 후지 산, 중국의 장자제 등 세계 각지에는 경관이 좋은 곳들이 많다. 각 나라에서는 이들을 국립 공원으로 지정하여 고유의 자연환경은 물론 그곳에 사는 야생 동물들을 보호하고, 관광지로 이용함으로써 경제적인 이익도 취하고 있다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 어느 국립 공원의 지도이다. 이 지도에서 O는 관리 사무소를 나타내고, A, B, C, D, E는 산불 감시소를 나타내며, F는 산불이 발생한 지점을 나타낸다. 또 지도에 표시된 수는 관리 사무소를 기준으로 동쪽과 북쪽은 양수로, 서쪽과 남쪽은 음수로 나타낸 거리이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 어디인가?

2 O를 기준으로 C의 위치를 말하여 보자.

3 F에서 산불이 난 것을 E에서 발견하고 관리 사무소에 연락하려고 한다. 이때 O를 기준으로 F의 위치를 어떻게 말하면 좋겠는가?

탐구 활동에서 관리 사무소 O를 기준으로 하여 산불이 난 지점 F의 위치를 (동·서의 위치, 남·북의 위치)로 표현하면 $(10,\ 15)$와 같은 두 수의 쌍으로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 산불 감시소 A의 위치는 $(-10,\ -5)$로 나타낼 수 있다.

한편 수의 쌍 $(10,\ -5)$는 관리 사무소 O를 기준으로 동쪽으로 10 km, 남쪽으로 5 km 지점인 산불 감시소 B의 위치를 나타내지만, 수의 쌍 $(-5,\ 10)$은 서쪽으로 5 km, 북쪽으로 10 km 지점인 산불 감시소 D의 위치를 나타낸다.

즉, 수의 쌍 $(10,\ -5)$와 $(-5,\ 10)$은 서로 다른 위치를 나타낸다.

이와 같이 순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍을 **순서쌍**이라고 한다.

순서쌍으로 나타낼 때에는 순서에 주의한다.

예제 1

a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6인 두 수 a, b에 대하여 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하여라.

풀이 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6이므로 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하면

$$(1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6)$$

답 $(1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6)$

문제 2

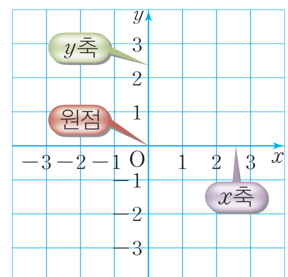
x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3일 때, 다음 순서쌍을 모두 구하여라.

(1) $(x,\ y)$ (2) $(y,\ x)$

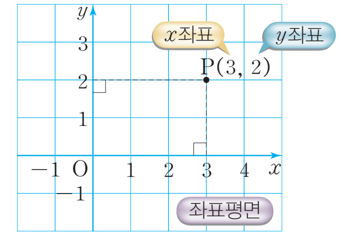
이제 평면 위의 점의 위치를 순서쌍을 사용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 두 수직선을 점 O에서 서로 수직으로 만나게 그린다.

이때 가로의 수직선을 ***x*축**, 세로의 수직선을 ***y*축**이라 하고, 두 축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또 두 좌표축이 만나는 점 O를 **원점**이라고 한다.



오른쪽 평면 위의 점 P에서 x축, y축에 수선을 그으면 x축, y축과 만나는 점이 나타내는 수는 각각 3, 2이다. 이때 3과 2를 짝지은 순서쌍 (3, 2)를 점 P의 **좌표**라고 하며, 좌표가 (3, 2)인 점 P를 기호로



원점 O의 좌표는 (0, 0)이다.

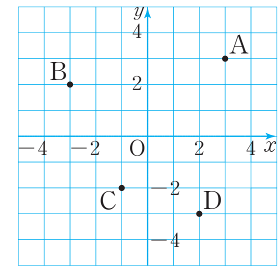
$$P(3,\ 2)$$

와 같이 나타낸다. 이때 3을 점 P의 ***x*좌표**, 2를 점 P의 ***y*좌표**라고 한다.

이와 같이 평면 위의 모든 점의 위치는 순서쌍, 즉 좌표로 나타낼 수 있는데 이러한 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

예제 2

오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.

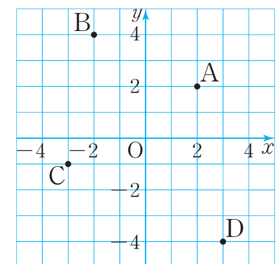


풀이 점 A의 x좌표는 3, y좌표는 3이므로 A(3, 3)
점 B의 x좌표는 -3, y좌표는 2이므로 B(-3, 2)
점 C의 x좌표는 -1, y좌표는 -2이므로 C(-1, -2)
점 D의 x좌표는 2, y좌표는 -3이므로 D(2, -3)

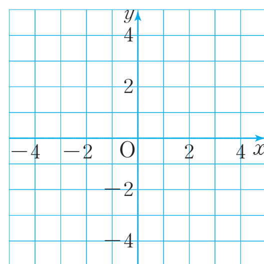
답 A(3, 3), B(-3, 2), C(-1, -2), D(2, -3)

문제 3

오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



문제 4 다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어라.



(1) $A(1,\ 2)$　　(2) $B(2,\ -3)$

(3) $C(-3,\ 4)$　　(4) $D(-1,\ -1)$

(5) $E(-4,\ 0)$　　(6) $F(0,\ 0)$

의사소통 주차장에 가면 주차 구역의 위치를 찾기 쉽게 C-3과 같이 기호로 나타낸 것을 볼 수 있다. 실생활에서 이와 같은 예를 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면은 좌표축에 의하여 네 부분으로 나누어진다.

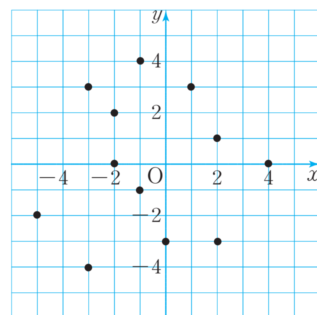
이때 그림에서 표시한 것과 같이 그 각각을

제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

이라고 한다.

주의 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

문제 5 오른쪽 좌표평면에서 각 사분면 위에 있는 점의 개수를 구하여라.



문제 6

다음 각 점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

(1) $A(8,\ 3)$　　(2) $B(5,\ -1)$

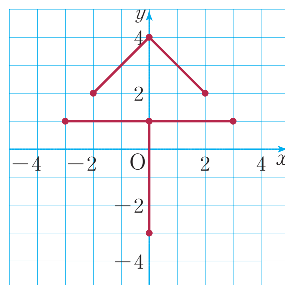
(3) $C(-7,\ 1)$　　(4) $D(-4,\ -9)$

문제 7

점 $P(x,\ y)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 $Q(x,\ -y)$는 제 몇 사분면 위의 점인가?

문제 8

오른쪽 그림에 나타난 글자 '수'는 다음 순서쌍을 좌표평면 위에 점으로 나타낸 후, 그 점을 선분으로 이어서 만든 것이다.

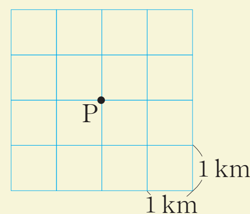


$(-2,\ 2)$, $(0,\ 4)$, $(2,\ 2)$,
$(-3,\ 1)$, $(0,\ 1)$,
$(3,\ 1)$, $(0,\ -3)$

이와 같이 좌표평면 위에 글자가 나타나도록 순서쌍을 정하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

창의 UP

오른쪽 그림과 같이 교차로 사이의 거리가 1 km인 바둑판 모양의 도로 위에 자동차 한 대가 P 지점에 정지해 있다. 이 자동차가 도로를 따라 움직일 때, 움직인 거리가 2 km가 되는 지점을 찾는 방법을 순서쌍을 이용하여 설명하여라. (단, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.)



1-3 함수의 그래프

● 함수를 그래프로 나타낼 수 있다.

함수의 그래프란 무엇인가?

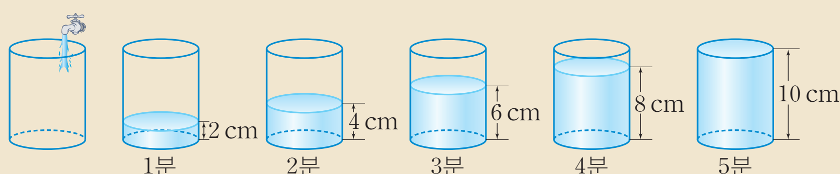
창의력 기르기

물의 소중함

사람의 몸은 약 70 %의 수분으로 구성되어 있다. 충분한 물을 섭취하는 것은 여러 가지 질병을 예방하고 우리 몸 안의 독소와 노폐물을 배출하는 데 도움이 된다. 또한 피부의 탄력과 신체의 균형을 유지시켜 주므로 우리에게 물은 없어서는 안 될 소중한 것이다.

탐 구 활 동

세리는 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물통에 물을 채우고 있다. 이때 물통에 들어 있는 물의 높이를 1분마다 재어 보았더니 다음 그림과 같았다. 물음에 답하여 보자.



1 물을 받는 시간에 따라 물의 높이를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)	0					

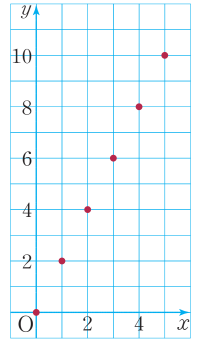
2 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

탐구 활동에서 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이고, 그 관계식은 $y=2x$임을 알 수 있다.

여기서 x의 값을 0, 1, 2, 3, 4, 5라 하고, 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내면 다음과 같다.

$$(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 10)$$

이때 이들 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이와 같이 함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.

예 제 1

함수 $y=-x$에서 x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$일 때, 그 그래프를 그려라.

● 준비물
모눈종이
활동지 5

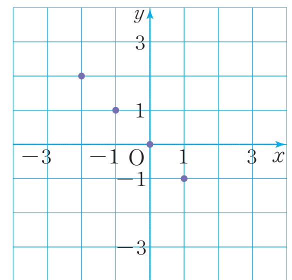
● 풀이 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1
y	2	1	0	-1

이것을 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면

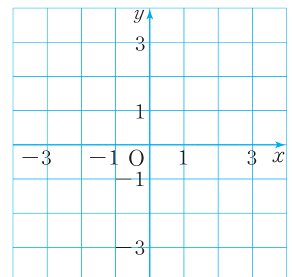
$(-2,\ 2),\ (-1,\ 1),\ (0,\ 0),\ (1,\ -1)$

이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



문 제 1

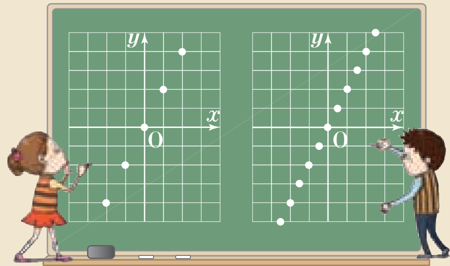
함수 $y=-\frac{1}{2}x$에서 x의 값이 $-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4$일 때, 오른쪽 좌표평면 위에 그 그래프를 그려라.



함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 어떻게 그리는가?

탐구 활동

다음 대화를 읽고, 물음에 답하여 보자.



선생님: 함수 $y=2x$의 그래프를 칠판에 그려 볼까요?

윤 지: 선생님, 이 함수의 x의 값을 무엇으로 할까요?

선생님: 함수의 x의 값을 윤지는 -2, -1, 0, 1, 2로 하고, 경원이는 -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5로 해서 그래프를 그려 보세요.

1 윤지와 경원이가 그린 그래프는 모양이 왜 다른지 말하여 보자.

2 x의 값이 점점 더 많아지면, 어떤 모양의 그래프가 그려질지 말하여 보자.

두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y도 2배, 3배, 4배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 정비례한다고 하며 $y=ax$로 나타낸다.

함수 $y=2x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

이 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)는

$$(-2, -4), (-1, -2), (0, 0), (1, 2), (2, 4)$$

이므로 이들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

또 함수 $y=2x$에서 x의 값이 -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

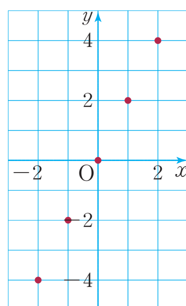
x	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

이 표에서 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같다.

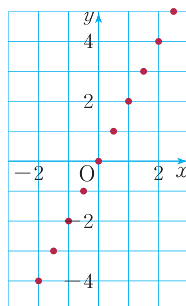
이와 같이 함수 $y=2x$에서 x값의 간격을 계속 작게 나누어 이들로부터 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면, 이 점들은 점점 촘촘하게 되어 직선에 가까워진다.

함수 $y=ax(a\neq0)$에서 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에는 x값의 범위를 수 전체로 생각한다.

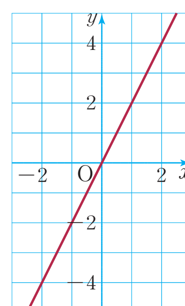
따라서 함수 $y=2x$에서 x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=2x$의 그래프는 〈그림 3〉과 같이 원점을 지나는 직선이 된다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉



〈그림 3〉

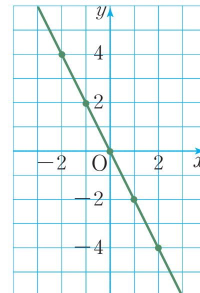
예 제 2

함수 $y=-2x$의 그래프를 그려라.

풀이 함수 $y=-2x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	0	-2	-4

이 표에서 얻어지는 순서쌍 $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 2)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ -2)$, $(2,\ -4)$를 좌표평면 위에 나타내고 이 점들을 이으면 오른쪽 그림과 같이 $y=-2x$의 그래프를 얻는다.

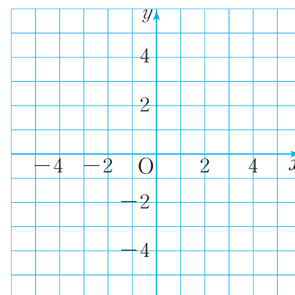


문 제 2

다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=3x$

(2) $y=-\dfrac{1}{4}x$

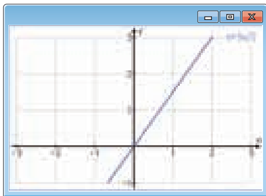


좌표평면 위에 서로 다른 두 점이 주어지면 하나의 직선을 그을 수 있다. 또 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

따라서 원점이 아닌 다른 한 점의 좌표를 구한 다음, 원점과 그 점을 지나는 직선을 그으면 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

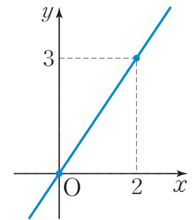
예제 3 함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프를 그려라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 그린 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프이다.



풀이 함수 $y=\frac{3}{2}x$에 대하여 $x=2$일 때, $y=\frac{3}{2}\times2=3$이므로 이 그래프는 점 (2, 3)을 지난다.

따라서 함수 $y=\frac{3}{2}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점 (0, 0)과 점 (2, 3)을 지나는 직선이다.



문제 3 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-\frac{3}{5}x$ (2) $y=\frac{4}{7}x$

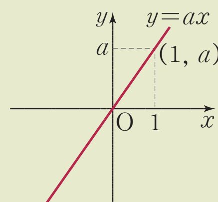
일반적으로 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 $a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

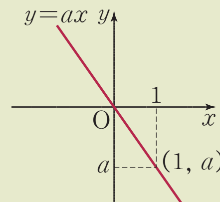
함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프

x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점과 점 $(1, a)$를 지나는 직선이다.

(1) $a>0$일 때

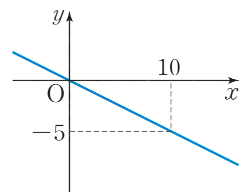


(2) $a<0$일 때



예제 4

함수 $y=ax$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.



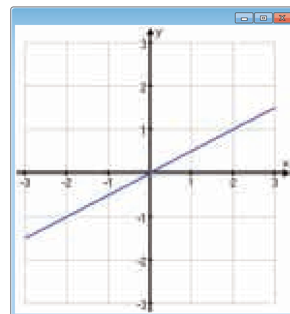
● 풀이　함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(10,\ -5)$를 지나므로 $x=10$, $y=-5$를 대입하면

$$-5=10a,\ a=-\frac{1}{2}$$

답 ● $-\frac{1}{2}$

문제 4

오른쪽 그림은 함수 $y=ax$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라.

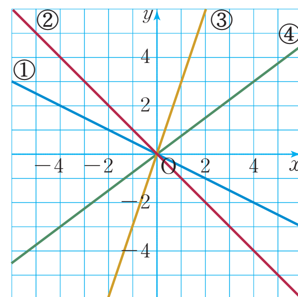


문제 5

다음 함수의 식과 알맞은 함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 찾아 짝지어라.

(1) $y=\frac{3}{4}x$　　(2) $y=-x$

(3) $y=3x$　　(4) $y=-\frac{1}{2}x$



의사소통

실생활에서 두 변수 x, y에 대하여 함수 $y=ax(a\neq0)$의 꼴로 나타낼 수 있는 상황을 말하여 보자.

함수 $y=\frac{a}{x}\,(a\neq0)$의 그래프를 어떻게 그리는가?

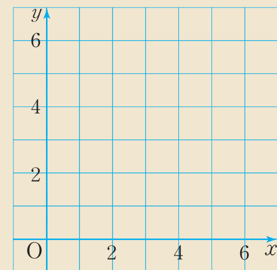
탐구 활동

어느 학급에서 귤 6개를 학생들에게 나누어 주려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 학생의 수를 x명, 1명에게 나누어 줄 귤의 개수를 y개라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(명)	1	2	3	6
y(개)				

2 **1**의 표를 이용하여 순서쌍을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



두 양 x, y에서 x가 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y는 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 반비례한다고 하며 $y=\frac{a}{x}$로 나타낸다.

함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x의 값이 -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

이 표에서 얻어지는 순서쌍 $(-6, -1)$, $(-3, -2)$, $(-2, -3)$, $(-1, -6)$, $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 4〉와 같다.

또 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x의 값이 -6, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6일 때, x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

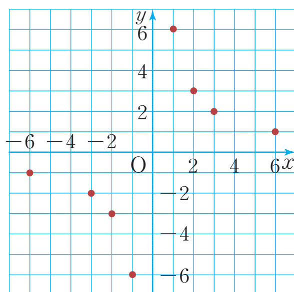
x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6
y	-1	$-\frac{6}{5}$	$-\frac{3}{2}$	-2	-3	-6	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$	1

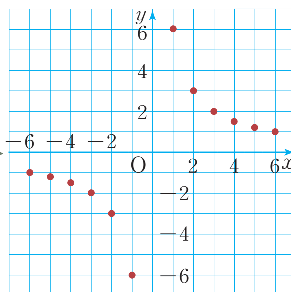
이 표에서 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 5〉와 같다.

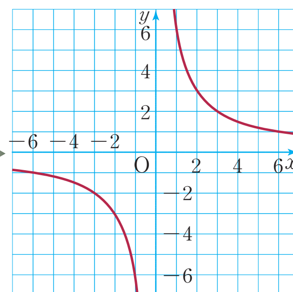
이와 같이 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x값의 간격을 계속 작게 나누어 이들로부터 얻어지는 순서쌍들을 좌표평면 위에 나타내면, 이 점들은 점점 촘촘하게 되어 한 쌍의 매끄러운 곡선에 가까워진다.

함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$에서 x값의 범위가 주어지지 않은 경우에는 x값의 범위를 0을 제외한 수 전체로 생각한다.

따라서 함수 $y=\frac{6}{x}$에서 x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{6}{x}$의 그래프는 〈그림 6〉과 같이 두 좌표축에 접근하면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이 된다.


〈그림 4〉

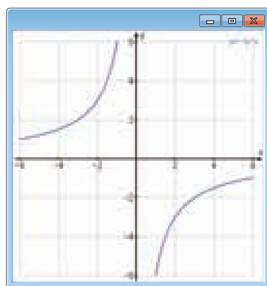

〈그림 5〉


〈그림 6〉

예 제 5

함수 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프를 그려라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 그린 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프이다.

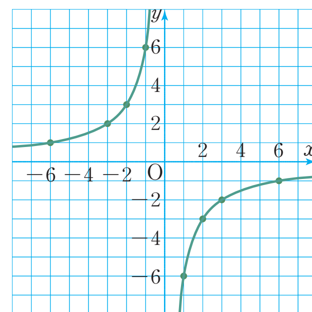


● 풀이 $y=-\frac{6}{x}$을 만족시키는 x, y의 값으로 몇 개의 순서쌍을 만든다.

$(-6,\ 1)$, $(-3,\ 2)$, $(-2,\ 3)$, $(-1,\ 6)$,
$(1,\ -6)$, $(2,\ -3)$, $(3,\ -2)$, $(6,\ -1)$

이 점들을 좌표평면 위에 나타내고, 곡선으로 연결하면 오른쪽 그림과 같다.

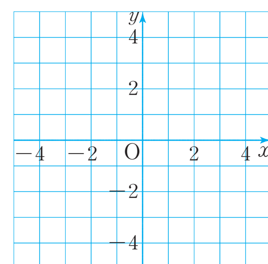
따라서 함수 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같은 곡선이다.



문 제 6

다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{3}{x}$　　　　(2) $y=-\frac{3}{x}$



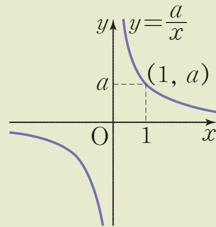
일반적으로 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 $a>0$일 때 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $a<0$일 때 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

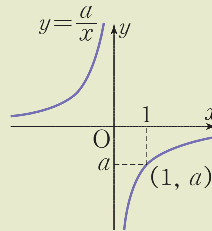
함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프

x값의 범위가 0을 제외한 수 전체일 때, 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

(1) $a>0$일 때

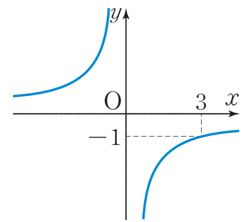


(2) $a<0$일 때



예제 6

함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

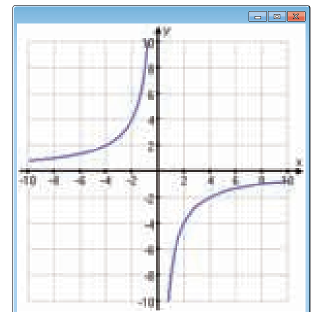


풀이 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로 $x=3$, $y=-1$을 대입하면

$$-1=\frac{a}{3},\ a=-3$$

답 -3

문제 7 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 이 그래프를 보고, a의 값을 구하여라.



함께 만들어요

문제 8 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$의 그래프 위의 한 점을 알 때, a의 값을 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

1-4 함수의 활용

● 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

함수를 여러 가지 문제에 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기

쌀

쌀은 우리나라를 비롯한 세계 여러 나라의 주식이다. 1960년대 있었던 보릿고개라는 말로 미루어 보아 우리나라에서는 주식이 쌀이고, 쌀이 부족할 때 잡곡으로 대신했음을 알 수 있다. 한편 일반적으로 학생들이 한 끼에 소비하는 쌀의 양은 90 g에서 100 g 사이이다.

탐구 활동

어느 학생이 한 끼에 먹는 쌀의 양이 100 g일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 끼니 수를 x끼, 먹은 쌀의 양을 y g이라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(끼)	1	2	3	4
y(g)				

2 **1**의 표를 이용하여 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

3 이 학생이 150끼를 먹었을 때, 먹은 쌀의 양은 얼마인가?

탐구 활동에서 x의 값이 정해지면 y의 값이 오직 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다. 또 x와 y 사이에는

$$y=100x$$

인 관계식이 성립한다. 따라서 이 식을 이용하면 끼니 수에 대한 먹은 쌀의 총량을 알 수 있다.

이와 같이 함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

일반적으로 함수를 활용하여 문제를 풀 때는 다음과 같은 순서로 한다.

함수를 활용하여 문제를 푸는 순서

❶ 변하는 두 양을 변수 x, y로 정한다.
❷ 변하는 두 양 사이의 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다.
❸ 그래프를 그리거나 관계식 $y=f(x)$로부터 필요한 값을 구한다.
❹ 구한 값이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

예제 1

매분 2 km로 달리는 기차가 A 역을 지나 A 역으로부터 100 km 떨어진 B 역을 향하여 가고 있다. A 역을 지난 지 x분 후에는 A 역으로부터 y km 떨어진 지점을 지난다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 표를 완성하고, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

x(분)	0	1	2	3	4	5
y(km)						

(2) 기차가 A 역을 지난 지 30분 후에는 A 역으로부터 몇 km 떨어진 지점을 지나겠는가?

(3) 기차가 A 역을 출발한 지 몇 분 후에 B 역에 도착하겠는가?

● 풀이 (1) 1분에 2 km씩 달리므로 다음과 같은 표를 얻는다.

x(분)	0	1	2	3	4	5
y(km)	0	2	4	6	8	10

이 표로부터 구하는 관계식은 $y=2x$이다.

(2) 함수 $y=2x$에 $x=30$을 대입하면 $y=2\times30=60$

따라서 기차는 A 역으로부터 60 km 떨어진 지점을 지나게 된다.

(3) 함수 $y=2x$에 $y=100$을 대입하면

$$100=2x,\ x=50$$

따라서 기차는 50분 후에 B 역에 도착한다.

답 ● (1) 0, 2, 4, 6, 8, 10, $y=2x$ (2) 60 km (3) 50분

문제 1

에스컬레이터로 3 m 올라갈 때마다 지면으로부터의 높이가 1 m씩 높아진다고 한다. 에스컬레이터로 x m 올라가면 지면으로부터의 높이가 y m일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 다음 표를 완성하여라.

x(m)	3	6	9
y(m)			

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) 에스컬레이터로 15 m 올라가면 지면으로부터의 높이는 몇 m인가?

문제 2

기온이 15 ℃일 때, 소리는 1초에 340 m씩 간다는 사실을 이용하면 천둥소리를 들은 후 번개가 친 곳의 위치를 알 수 있다고 한다. 번개가 치고 x초 후에 천둥소리를 들었을 때, 번개가 친 곳까지의 거리를 y m라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 번개가 치고 5초 후에 천둥소리를 들었다면, 번개가 친 곳까지의 거리는 몇 m인가?

창의 UP

다음은 김유정의 소설 "금 따는 콩밭"의 마지막 구절이다. 이 글을 읽고, 물음에 답하여 보자.

> "그 흙 속에 금이 있지요?"
> 영식이 처가 너무 기뻐서 코다리에 고래등 같은 집까지 연상할 제, 수재는 시원스러이,
> "네, 한 포대에 오십 원씩 나와유."
> 하고 대답하고 오늘 밤에는 꼭, 정녕코 꼭 달아나리라 생각하였다.

이 소설의 배경이 된 시대에는 소 한 마리가 삼십 원이었다고 할 때, 소 100마리를 사기 위해서는 흙이 몇 포대 필요하였겠는가?

예 제 2

어느 야외 공연을 위하여 480개의 의자를 준비하였다. 이 의자를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하려고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 의자를 한 줄에 8개씩 배열하면 몇 줄을 만들 수 있는가?

풀이 (1) 480개의 의자를 한 줄에 x개씩 y줄로 배열하므로

$$xy=480,\ y=\frac{480}{x}$$

(2) 함수 $y=\frac{480}{x}$에 $x=8$을 대입하면

$$y=\frac{480}{8}=60$$

따라서 의자를 한 줄에 8개씩 배열하면 60줄을 만들 수 있다.

답 (1) $y=\frac{480}{x}$ (2) 60줄

문 제 3

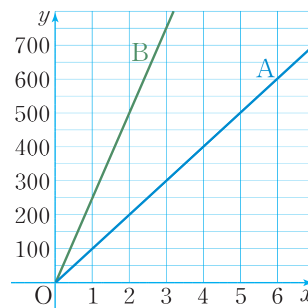
일정한 온도에서 기체의 부피는 압력에 반비례한다. 압력이 2기압일 때의 부피가 1000 cm^3인 어떤 기체에 대하여 압력이 x기압일 때의 부피를 y cm^3라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 압력이 4기압일 때, 이 기체의 부피를 구하여라.

문제해결

권진이는 집에서 학교까지 걸어서 또는 자전거를 타고 등교한다. 오른쪽 그림의 그래프 A는 걸어서 등교하는 경우를, 그래프 B는 자전거를 타고 등교하는 경우를 나타낸 것이다. x분 동안 이동한 거리를 y m라고 할 때, 그래프 A와 B의 x와 y 사이의 관계식을 각각 구하여라. 또 5분 동안 걸어서 이동한 거리를 자전거를 타고 이동한다면, 몇 분이 절약되는지 함수의 그래프를 이용하여 구하여 보자.



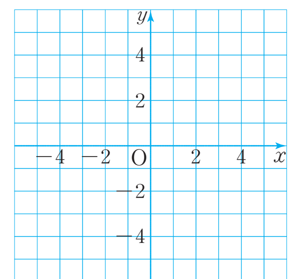
> 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라고 한다.

1 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 한 권에 800원 하는 공책 x권의 값은 y원이다.
ㄴ. 자연수 x의 배수는 y이다.
ㄷ. 하루 중 낮의 길이가 x시간이면 밤의 길이는 y시간이다.

2 다음 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 각 점은 제 몇 사분면 위에 있는지 말하여라.

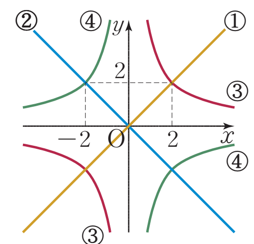
(1) $A(4,\ 3)$ (2) $B(1,\ -3)$
(3) $C(-3,\ 1)$ (4) $D(-2,\ -2)$



3 그래프 ①~④는 각각 다음 중에서 어느 함수의 그래프를 나타내는가?

(1) $y=x$ (2) $y=-\dfrac{4}{x}$

(3) $y=-x$ (4) $y=\dfrac{4}{x}$



> (거리)=(속력)×(시간)
> 거리는 시간에 비례한다.

4 윤정이가 일정한 속력으로 자전거를 탈 때, x분 동안 간 거리를 y km라고 한다. 다음 표를 보고, 물음에 답하여라.

x(분)	5	15	30	60
y(km)	1	3	6	12

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(2) 윤정이는 40분 동안 몇 km를 갈 수 있는가?

중/단/원 기본

함수

1 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 찾고, 함수인 것은 식으로 나타내어라.

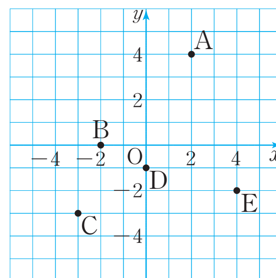
(1) 400원짜리 연필 x자루를 살 때의 금액 y원

(2) 밑변의 길이가 x cm이고, 높이가 y cm인 평행사변형의 넓이는 36 cm^2

(3) x의 약수 y

순서쌍과 좌표

2 오른쪽 좌표평면을 보고, 다음 물음에 답하여라.

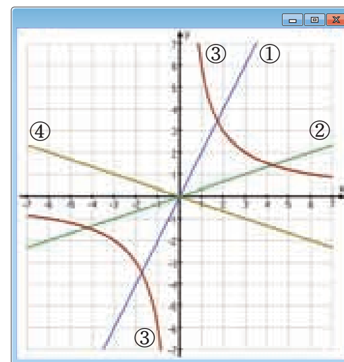


(1) 점 A, B, C, D, E의 좌표를 각각 구하여라.

(2) 점 P$(-5, 2)$, Q$(3, -4)$, R$(0, -3)$을 좌표평면 위에 나타내어라.

함수의 그래프

3 오른쪽 그림은 함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 ①~④는 각각 다음 중에서 어느 함수의 그래프를 나타낸 것인가?



(1) $y=-\dfrac{1}{3}x$ (2) $y=\dfrac{1}{3}x$

(3) $y=2x$ (4) $y=\dfrac{6}{x}$

함수의 활용

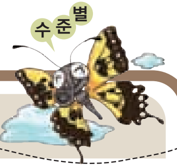
4 한 시간에 x km의 속력으로 이동하는 태풍이 발생한 지점에서 우리나라까지 오는 데 y시간이 걸린다고 한다. 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

x(km)	50	80	100	125
y(시간)	40	25	20	16

(1) 태풍은 우리나라에서 몇 km 떨어진 곳에서 발생하였는가?

(2) x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

(3) 태풍이 한 시간에 95 km의 속력으로 이동한다면 우리나라에는 대략 몇 시간 만에 오겠는가?



중/단/원 실력

1 함수 $f(x)=-4x+6$에 대하여 $f\left(\frac{a}{3}\right)=4a$일 때, a의 값을 구하여라.

2 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 3)$과 $\mathrm{B}(p,\ q)$가 원점을 지나는 한 직선 위에 있을 때, $3p-2q$의 값을 구하여라.

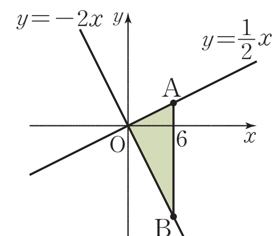
3 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 반비례하고 $f(3)=-4$일 때, $f(2)-f(-2)$의 값을 구하여라.

• 1시간 동안 작은바늘은 30°, 큰바늘은 360° 움직인다.

4 시계의 작은바늘이 $x°$ 움직일 때, 큰바늘은 $y°$ 움직인다고 한다. x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

• 두 함수 $y=\frac{1}{2}x$, $y=-2x$에서 $x=6$일 때 y의 값을 구한다.

5 두 함수 $y=\frac{1}{2}x$, $y=-2x$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 x좌표가 6인 점 A, B를 각각 지난다. 이때 삼각형 AOB의 넓이를 구하여라.



수 행 과 제

전기놀이로 함수 알아보기

준비물 • 초시계

여러 사람이 손에 손을 잡고 옆으로 늘어서고, 한 사람은 초시계를 가지고 걸린 시간을 잰다. 초시계를 가진 사람이 '시작'을 외치면 왼쪽 끝에 서 있는 사람이 오른손에 힘을 주어 옆 사람에게 신호를 보낸다. 그 신호를 받은 사람은 다시 오른쪽에 서 있는 옆 사람에게 같은 방법으로 신호를 보낸다. 마지막 사람이 신호를 받으면 '그만'을 외치고, 신호가 전달된 시간을 잰다. 이와 같은 놀이를 '전기놀이'라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

과제 1 2명부터 한 사람씩 추가하면서 전기놀이를 하였을 때, 사람 수에 따라 걸린 시간을 표로 나타내었더니 다음과 같았다. 표의 빈칸을 채워 보자.

x(명)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y(초)	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5	2.75	3										

과제 2 전기놀이에 참가한 사람을 x명, 그때 측정한 시간을 y초라고 할 때, 측정한 시간이 다음의 함수와 같은지 확인하여 보자.

$$y=0.25x+0.5$$

과제 3 세현이네 학교에서 '인간 띠 잇기' 행사가 펼쳐졌다. 이 행사에 참가한 사람들은 약 1.2 km의 인간 띠를 만들었다. 과제 2의 식 $y=0.25x+0.5$가 성립한다면 이 행사에 참가한 1000명의 사람이 전기놀이를 하는 데 얼마나 많은 시간이 걸리겠는가?

학습에 대한 자 / 기 / 평 / 가

이름: ____________________ (_____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
학습 내용	다양한 상황을 표와 식으로 나타내고, 함수의 개념을 이해하였는가?			
	순서쌍과 좌표를 이해하였는가?			
	함수를 그래프로 나타낼 수 있는가?			
	함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 함수

함수	두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라고 하며, 이것을 기호로 $y=f(x)$와 같이 나타낸다.
함숫값	함수 $y=f(x)$에서 $x=a$일 때, $f(a)$를 $x=a$에 대응하는 함숫값이라고 한다. 일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로 $f(x)$와 같이 나타낸다.

2 순서쌍과 좌표

순서쌍	순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍
점의 좌표	좌표평면 위의 점 P의 x좌표가 a, y좌표가 b일 때, 점 P의 좌표를 기호로 $\mathrm{P}(a,\ b)$와 같이 나타낸다.
좌표평면과 사분면	(1) 좌표평면 (2) 사분면

3 함수의 그래프

함수의 그래프	함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것
함수 $y=ax$ $(a\neq0)$의 그래프	(1) $a>0$일 때 (2) $a<0$일 때
함수 $y=\dfrac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프	(1) $a>0$일 때 (2) $a<0$일 때

4 함수의 활용

함수를 활용하여 문제를 푸는 순서	❶ 변하는 두 양을 변수 x, y로 정한다. ❷ 변하는 두 양 사이의 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다. ❸ 그래프를 그리거나 관계식 $y=f(x)$로부터 필요한 값을 구한다. ❹ 구한 값이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 변수, 함수, 함숫값, 좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면, 함수의 그래프
- $y=f(x)$, $f(x)$

왜 줄었지?

생각 키/우/기 박사와 도둑의 결과가 다른 이유는 무엇인지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 y가 x의 함수인 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은?

> 보기
> ㄱ. 자연수 x와 서로소인 수 y
> ㄴ. 250쪽인 책을 x쪽 읽고 남은 쪽수 y쪽
> ㄷ. 자연수 x의 약수의 개수 y개

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

2 함수 $f(x)=-6x$에서 x의 값이 -2, -1, 0일 때, 각 x의 값에 대응하는 함숫값은?

① 0, 2, 4 ② 12, 6, 0
③ -2, -1, 0 ④ -12, -6, 0
⑤ -6, -3, -1

3 함수 $f(x)=ax-1$에 대하여 $f(1)=4$일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

4 함수 $f(x)=(x$를 4로 나누었을 때의 나머지$)$에 대하여 $f(19)$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

5 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① y축 위의 점은 x좌표가 0이다.
② 좌표평면 위의 원점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
③ 점 $(1,\ -3)$의 y좌표는 -3이다.
④ 점 $(-2,\ -2)$는 제3사분면 위의 점이다.
⑤ 점 $\left(4,\ -\frac{1}{2}\right)$은 제2사분면 위의 점이다.

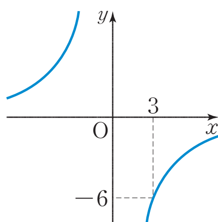
6 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 $\mathrm{Q}(a-b,\ b-a)$는 제 몇 사분면 위의 점인가?

① 제1사분면 ② 제2사분면
③ 제3사분면 ④ 제4사분면
⑤ 원점

7 다음 중에서 함수 $y=\frac{x}{2}$의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점을 지나는 직선이다.
② x의 값이 커질 때 y의 값도 커진다.
③ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.
④ 점 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$을 지난다.
⑤ 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

8 오른쪽 그림과 같이 함수 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프가 점 $(3,\ -6)$을 지날 때, a의 값은?



① -18　② -6　③ -3
④ -2　⑤ $-\dfrac{1}{2}$

9 다음 중에서 함수 $f(x)=-\dfrac{12}{x}$의 그래프 위에 있는 점을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $(-3,\ 4)$　② $(-6,\ 6)$
③ $(6,\ 2)$　④ $\left(8,\ -\dfrac{3}{2}\right)$
⑤ $(12,\ 0)$

10 1 L의 휘발유로 9 km를 갈 수 있는 자동차가 있다. 집에서 72 km 떨어진 마트에 가려면 몇 L의 휘발유가 필요하겠는가?

① 4 L　② 8 L　③ 12 L
④ 16 L　⑤ 20 L

서/답/형

11 함수 $f(x)=\dfrac{24}{x}$에 대하여 $f(2)+f(-3)$의 값을 구하여라.

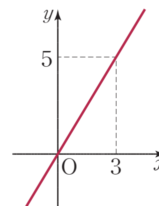
12 다음 함수의 그래프 중에서 제1사분면을 지나는 것의 개수를 구하여라.

㉠ $y=-3x$	㉡ $y=\dfrac{1}{7}x$	㉢ $y=\dfrac{2}{x}$
㉣ $y=-\dfrac{1}{2}x$	㉤ $y=-\dfrac{1}{x}$	㉥ $y=12x$

13 $|a|=2$이고, 점 $(a,\ -4)$가 제3사분면 위의 점일 때, a의 값을 구하여라.

| 서술형 |

14 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(-6)$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



| 서술형 |

15 서울에서 평양까지의 직선거리는 220 km이다. 자동차로 서울에서 평양까지 직선으로 간다고 할 때, 다음 물음에 대한 풀이 과정과 답을 서술하여라.

(1) 시속 x km로 가면 y시간이 걸린다고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.
(2) 시속 80 km로 가면 서울에서 평양까지 몇 시간이 걸리겠는가?

계산기의 활용

함수의 그래프를 만들어 보자.

어떤 지점으로부터 물체가 움직일 때, 걸린 시간과 움직인 거리에는 함수 관계가 있다. 위치를 추적하는 장치와 그래픽 계산기를 이용하면 움직이는 물체의 위치와 시간 사이의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다.

1 위치를 추적하는 장치 설치하기

1. 위치를 추적하는 장치를 그래픽 계산기에 연결한다.

2. 'RANGER' 프로그램을 작동시킨다.

① PRGM 키를 누르고, 'RANGER'를 선택한다.

② ENTER 키를 계속하여 두 번 누른다.

3. 'MAIN MENU'에서 '2:SET DEFAULTS'를 선택하고, ENTER 키를 눌러 시작한다.

2 그래프 만들기

한 사람은 위치를 추적하는 장치로 위치를 추적하고, 다른 한 사람은 걸어서 움직이면서 그래프를 만든다. 주어진 그래프가 그려지기 위해서는 물체를 어떻게 움직여야 할지 전략을 써 보아라.

그래프	전략
	위치를 추적하는 장치를 들고 있는 사람을 등지고, 같은 속도로 천천히 앞으로 걸어간다.

파리가 알려 준 수학

수학의 한 분야인 해석기하학은 좌표를 사용하여 도형의 문제를 수 사이의 문제로 바꾸어 나타내고, 대수적 계산에 의하여 기하학의 문제를 해결하는 학문이다.

해석기하학은 프랑스의 수학자 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)에 의하여 시작되었는데, 데카르트가 해석기하학을 만들게 된 동기를 설명하는 다음과 같은 재미있는 일화가 있다.

어느 날 데카르트가 침대에 누워 있을 때, 천장 구석에서 날아다니는 파리 한 마리를 보았다. 무심코 천장에 앉은 그 파리를 보다가 천장에 있는 파리의 위치를 서로 교차하는 두 개의 벽으로부터 파리까지 이르는 거리를 이용해서 나타낼 수 있다는 생각이 들었다.
그는 이 생각으로 좌표를 만들었고, 이를 이용하여 해석기하학이라는 분야를 새로 개척하였다.

데카르트는 1637년에 그의 해석기하학에 대한 착상의 일부를 "방법서설"이라는 책에 자세히 소개하였으며, 이것은 오늘날 수학 발전에도 중요한 밑거름이 되었다.

Ⅳ 통계

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있다.
2. 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.
3. 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.

1. 도수분포와 상대도수

아프리카 사하라 사막을 누비던 코뿔소가 무분별한 밀렵으로 심각한 멸종 위기에 놓여 있다. 에티오피아와 남아프리카에 서식하는 검은코뿔소의 경우 뿔을 얻으려는 밀렵꾼과 서식지의 파괴로 인하여 1900년경에 10만 마리였던 것이 현재는 3천 마리밖에 남아 있지 않다고 한다. 국제 자연 보호 연맹(IUCN)에서는 멸종에 직면한 동물들의 종을 위험 정도에 따라 분류한 '레드 리스트'를 작성하였는데, 이 분류에 따르면 현재 검은코뿔소는 거의 멸종 바로 직전 단계인 '멸종위기종'으로 분류되어 있다.

이와 같이 여러 동물에 관한 자료를 정리하여 표나 그래프 등으로 나타내면 동물들의 분포 상태를 종합적으로 알아볼 수 있다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[초3~4학년군] 자료의 정리 막대그래프와 꺾은선그래프 **[초5~6학년군]** 가능성과 평균 자료의 표현 비율그래프	**1. 도수분포와 상대도수** 줄기와 잎 그림 도수분포표 히스토그램 도수분포다각형 상대도수와 그래프	**[중1~3학년군]** 중앙값, 최빈값, 평균 분산, 표준편차 산포도

1 도수분포와 상대도수

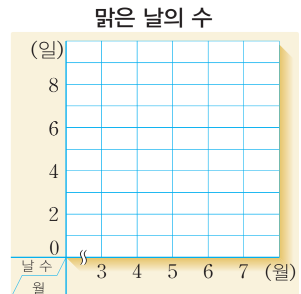
준 | 비 | 학 | 습

꺾은선그래프
각 수량을 점으로 표시하고, 그 점들을 선분으로 이어서 그린 그래프

1 다음 표는 어느 도시의 맑은 날의 수를 2011년 3월부터 7월까지 조사하여 나타낸 것이다. 표를 보고, 오른쪽에 꺾은선그래프로 나타내어라.

맑은 날의 수

월	3	4	5	6	7
날 수(일)	4	9	7	5	6



평균

$$(\text{평균})=\frac{(\text{자료의 합계})}{(\text{자료의 개수})}$$

2 문제 1의 자료로부터 이 도시의 5개월 동안 맑은 날의 수의 평균을 구하여라.

비율과 백분율
- $(\text{비율})=\frac{(\text{비교하는 양})}{(\text{기준량})}$
- (백분율)=(비율)×100(%)

3 다음 비율을 백분율로 나타내어라.

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) 0.6 (4) 0.82

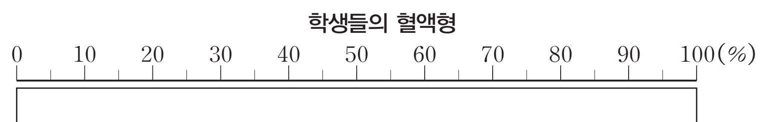
띠그래프
전체에 대한 각 부분의 비율을 띠의 모양으로 나타낸 그래프

4 다음 표는 어느 중학교 1학년 학생 200명의 혈액형을 조사하여 나타낸 것이다. 각 혈액형의 백분율을 구하고, 띠그래프로 나타내어라.

학생들의 혈액형

혈액형	A형	B형	O형	AB형	합계
학생 수(명)	70	60	40	30	200

학생들의 혈액형



1-1 줄기와 잎 그림

● 주어진 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타내고, 이를 해석할 수 있다.

줄기와 잎 그림이란 무엇인가?

탐구 활동

통계청에 따르면 우리나라 사람들의 평균 수명이 1970년에는 61.9세에서 2010년에는 80.8세로 꾸준히 늘어났으며 2040년에는 90세에 이를 것이라고 전망하고 있다. 다음은 경민이네 마을에 살고 있는 주민 22명을 대상으로 나이를 조사한 것이다. 물음에 답하여 보자.

마을 주민들의 나이 (단위: 세)

27	62	54	68	72	88	90	18	22	13	43
50	52	76	82	49	51	14	38	72	48	60

1 주어진 자료를 큰 수부터 차례로 나열하였을 때 10번째에 해당하는 값은 얼마인가?

2 20대에 속하는 사람은 몇 명인가?

탐구 활동의 자료를 다음과 같이 정리하여 보자.

우선 〈표 1〉과 같이 나이대별로 자료를 분류한다. 그다음 〈표 2〉와 같이 세로선을 그어 세로선의 왼쪽에 십의 자리 숫자인 1, 2, 3, …, 9를 쓰고, 오른쪽에 일의 자리 숫자를 크기가 작은 것부터 순서대로 쓴다. 이때 세로선의 왼쪽에 있는 십의 자리 숫자를 줄기, 오른쪽에 있는 일의 자리 숫자를 잎이라고 한다.

〈표 1〉 마을 주민들의 나이

나이대	나이
10대	18, 13, 14
20대	27, 22
30대	38
40대	43, 49, 48
50대	54, 50, 52, 51
60대	62, 68, 60
70대	72, 76, 72
80대	88, 82
90대	90

→

〈표 2〉 마을 주민들의 나이 (1|3은 13세)

줄기	잎
1	3 4 8
2	2 7
3	8
4	3 8 9
5	0 1 2 4
6	0 2 8
7	2 2 6
8	2 8
9	0

중복된 자료의 값은 중복된 횟수만큼 나열한다.

이와 같이 줄기와 잎을 이용하여 자료를 나타낸 그림을 **줄기와 잎 그림**이라고 한다.

일반적으로 줄기와 잎 그림을 그릴 때에는 다음과 같은 순서로 한다.

줄기와 잎 그림을 그리는 순서

❶ 줄기와 잎을 정한다.
❷ 세로선을 긋고, 세로선의 왼쪽에 줄기의 숫자를 쓴다.
❸ 세로선의 오른쪽에 잎의 숫자를 크기가 작은 것부터 순서대로 가로로 쓴다.
❹ □|△를 설명한다.
❺ 줄기와 잎 그림에 알맞은 제목을 붙인다.

예 제 1

다음 표는 경아네 반 학생들의 1분당 맥박 수를 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

1분당 맥박 수 (단위: 회)

74	76	82	84	72	80	69	68	73
72	68	73	79	67	69	83	67	82

(1) 1분당 맥박 수가 가장 적은 학생과 가장 많은 학생의 횟수를 구하여라.
(2) 무엇을 줄기와 잎으로 나타내면 좋을지 말하여라.
(3) 표를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.

1분당 맥박 수 (7|4는 74회)

줄기	잎

풀이 (1) 맥박 수가 가장 적은 학생의 횟수는 67회, 가장 많은 학생의 횟수는 84회이다.
(2) 줄기는 1분당 맥박 수의 십의 자리 숫자로, 잎은 1분당 맥박 수의 일의 자리 숫자로 나타낸다.
(3)

1분당 맥박 수 (7|4는 74회)

줄기	잎
6	7 7 8 8 9 9
7	2 2 3 3 4 6 9
8	0 2 2 3 4

문제 |

다음 표는 어느 동네에서 지난 한 달간 헌혈한 사람 30명의 나이를 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.

헌혈한 사람의 나이 (단위: 세)

23	44	35	41	32	20	22	19	18	46	17	27	56	27	19
17	29	36	28	29	36	32	24	23	18	52	45	36	27	19

헌혈한 사람의 나이 (1|7은 17세)

줄기	잎
1	7

예제 2

다음은 준영이네 반 학생들의 줄넘기 횟수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

줄넘기 횟수 (3|2는 32회)

줄기	잎
3	2 5 8 9
4	3 3 4 4 5 7 8
5	2 4 5 6 6 8
6	2 3 5

(1) 준영이네 반 학생 수는 모두 몇 명인가?
(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.
(3) 줄넘기를 54회 한 학생은 몇 번째로 잘했는지 말하여라.
(4) 줄넘기 횟수에 대한 평균을 구하여라.

● **풀이** (1) 준영이네 반 학생 수는 잎의 수와 같으므로 20명이다.
(2) 잎이 가장 많은 줄기는 4이다.
(3) 줄넘기를 54회 한 학생은 8번째로 잘했다.
(4) $(32+35+38+39+43+43+44+44+45+47+48+52+54+55+56+56+58+62+63+65)\div20=979\div20=48.95$(회)

답 ● (1) 20명 (2) 4 (3) 8번째 (4) 48.95회

문제 2 다음은 수빈이네 반 학생들의 몸무게를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

몸무게 (2|5는 25 kg)

줄기	잎
2	5 7 8 8 9
3	2 4 4 5 6 7 8
4	1 2 2 3 4 5 7 7 8
5	1 2 3 5 7 8
6	1 3 4

(1) 수빈이네 반 학생은 모두 몇 명인가?

(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.

(3) 몸무게가 가장 무거운 학생과 가장 가벼운 학생은 각각 몇 kg인지 구하여라.

(4) 수빈이의 몸무게가 57 kg일 때, 반에서 수빈이의 몸무게는 무거운 편인지 가벼운 편인지 말하여라.

발전 **문제 3**

다음은 효린이네 반 학생들이 1년 동안 읽은 책 수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

읽은 책 수 (0|4는 4권)

잎(남학생)	줄기	잎(여학생)
8 6 4	0	4 7
8 6 5 3 2	1	0 1 3
9 8 7	2	0 2 3 5 7

(1) 효린이네 반 남학생과 여학생은 각각 몇 명인가?

(2) 읽은 책 수가 13권 이상 22권 미만인 학생은 모두 몇 명인가?

(3) 남학생과 여학생 중 누가 더 책을 많이 읽었다고 생각하는가?

(4) 남학생과 여학생이 읽은 책 수의 평균을 각각 구하고 (3)의 결과와 비교하여라.

의사소통 자료를 줄기와 잎 그림으로 나타낼 때의 장단점을 말하여 보자.

1-2 도수분포표

- 주어진 자료를 도수분포표로 나타내고, 그 표의 의미를 이해할 수 있다.
- 도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있다.

도수분포표란 무엇인가?

탐구 활동

휴대 전화의 보급이 확산되면서 문자 메시지도 주요 연락 수단이 되었다. 학급 친구들의 문자 발송 건수에 대해 다음 물음에 답하여 보자.

1 학급 친구 30명을 대상으로 하루 평균 몇 건의 문자를 발송하는지 조사하여 보자.

2 **1**의 자료에서 50건 이하로 문자를 보내는 학생은 몇 명인가?

다음 표는 경민이가 학급 친구 30명을 대상으로 하루 동안 발송한 문자의 건수를 조사하여 나타낸 것이다.

〈표 3〉 문자 발송 건수 (단위: 건)

36	58	47	75	37	45	28	79	60	72
57	63	50	58	42	39	64	47	59	55
66	39	32	51	72	27	42	23	54	71

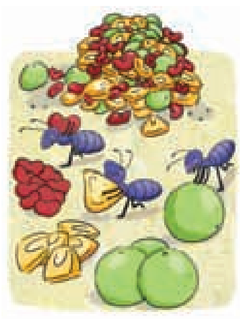
〈표 3〉은 개개인의 발송 건수는 알 수 있지만 특정 구간에 몇 명이나 있는지 또는 문자 발송 건수가 60건 이상인 학생이 몇 명이나 되는지 알아보기에는 불편하다. 따라서 어떤 자료의 특성을 쉽게 알아보기 위해서는 우선 목적에 맞게 자료를 정리하여야 한다.

〈표 4〉는 〈표 3〉의 자료를 10건 간격으로 구분한 다음 각 구간에 속하는 학생 수를 조사하여 기록한 것이다.

〈표 4〉 문자 발송 건수

발송 건수(건)	학생 수(명)	
20 이상 ~ 30 미만	///	3
30 ~ 40	~~////~~	5
40 ~ 50	~~////~~	5
50 ~ 60	~~////~~ ///	8
60 ~ 70	////	4
70 ~ 80	~~////~~	5
합계	30	

자료의 수를 셀 때에는 /, //, ///, ////, ~~////~~ 또는 一, T, F, 正, 正를 사용하면 편리하다.



이때 문자 발송 건수와 같이 자료를 수량으로 나타낸 것을 **변량**이라 하고, 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간을 **계급**, 구간의 폭을 **계급의 크기**, 각 계급에 속하는 자료의 개수를 그 계급의 **도수**라고 한다. 또 〈표 4〉와 같이 〈표 3〉에서 주어진 자료를 몇 개의 계급으로 나누고, 각 계급의 도수를 조사하여 자료의 분포 상태를 나타낸 표를 **도수분포표**라고 한다.

한편 도수분포표에서 각 계급을 대표하는 값으로서, 그 계급의 중앙의 값을 **계급값**이라고 한다. 즉, 계급값은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$(\text{계급값})=\frac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$$

보기 〈표 4〉에서

(1) 계급의 크기는 10건이고, 각 계급의 도수는 차례로 3, 5, 5, 8, 4, 5이다.

(2) 40건 이상 50건 미만인 계급의 계급값은 $\frac{40+50}{2}=45$(건)이다.

문제 |

〈표 4〉의 도수분포표를 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 문자 발송 건수가 64건인 학생이 속하는 계급을 말하여라.

(2) 도수가 가장 큰 계급을 말하여라.

(3) 문자 발송 건수가 50건 미만인 학생은 몇 명인가?

(4) 도수가 8명인 계급의 계급값을 구하여라.

의사소통

생활 주변에서 찾을 수 있는 통계에 관한 주제를 정하고 조사하여 보자. 또 오른쪽과 같이 보고서를 작성하여 발표하여 보자.

보고서

이름: ______

1. 주제
2. 조사 대상
3. 조사 계획 및 방법
4. 도수분포표
5. 느낀 점

도수분포표를 만들 때, 계급의 크기는 동일하게 정한다.

도수분포표에서 자료의 분포 상태를 파악하기 쉽게 하려면 계급의 크기를 적절히 정해야 한다.

오른쪽의 〈표 5〉는 〈표 3〉의 자료에서 계급의 크기를 30건으로 하여 만든 도수분포표이다.

〈표 5〉 문자 발송 건수

발송 건수(건)	학생 수(명)
20 이상 ~ 50 미만	13
50 ~ 80	17
합계	30

그런데 이 도수분포표는 계급의 개수가 너무 적어서 자료의 분포 상태를 파악하기 어렵다. 반대로 계급의 개수가 너무 많아도 주어진 자료의 분포 상태를 파악하기 어렵다.

따라서 도수분포표를 만들 때 계급의 개수는 자료의 양에 따라 다르지만 보통 5개에서 15개 정도가 되도록 계급의 크기를 정하는 것이 좋다.

문제 2

다음은 어느 학급의 학생 40명을 대상으로 5분 동안 훌라후프를 돌린 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

훌라후프를 돌린 횟수 (단위: 회)

152	194	102	153	146	118	155	96	221	142
161	190	182	133	127	184	135	161	101	201
146	116	177	161	197	142	179	168	207	183
212	122	153	149	184	175	97	112	135	162

(1) 오른쪽 도수분포표를 완성하여라.

(2) 도수가 가장 큰 계급을 말하여라.

(3) 훌라후프 기록이 135회인 학생이 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

(4) 훌라후프 기록이 170회 이상인 학생은 전체의 몇 %인가?

훌라후프를 돌린 횟수

훌라후프 기록(회)	학생 수(명)
90 이상 ~ 110 미만	
110 ~ 130	
130 ~ 150	
150 ~ 170	
170 ~ 190	
190 ~ 210	
210 ~ 230	
합계	

도수분포표에서 평균을 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

맹도견

레트리버　　　셰퍼드

시각 장애인을 인도하고 보호하도록 전문적으로 훈련된 개를 맹도견이라고 하는데 대표적인 종류로는 셰퍼드, 레트리버 등이 있다. 맹도견은 생후 약 1년 정도면 주인의 장애 상태에 맞춰 행동할 수 있도록 훈련을 받는다. 이때 역할을 잘 수행하기 위하여 적당한 무게와 크기를 유지해야 한다.

탐구 활동

다음은 맹도견 30마리의 무게를 측정하여 기록한 것이다. 물음에 답하여 보자.

맹도견의 무게 (단위: kg)

36	37	32	38	38	29	34	28	32	31
35	42	28	34	31	33	36	35	29	34
36	32	35	29	35	39	34	33	34	32

1 맹도견 30마리의 무게의 평균을 구하여 보자.

2 다음 도수분포표를 완성하여 보자.

맹도견의 무게

무게(kg)	27 이상 ~ 30 미만	30 ~ 33	33 ~ 36	36 ~ 39	39 ~ 42	42 ~ 45	합계
맹도견 수 (마리)							30

탐구 활동에서 맹도견의 무게의 평균은

$$\frac{(\text{맹도견의 무게의 합})}{(\text{맹도견의 수})}$$

으로 구하면 된다.

이제 도수분포표로 정리된 자료의 평균을 구하는 방법을 알아보자.

〈표 6〉에서 27 kg 이상 30 kg 미만인 계급에 속하는 맹도견은 5마리인데 이들의 무게는

● 자료 전체의 평균

$(\text{평균})=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{도수의 총합})}$

〈표 6〉 맹도견의 무게

무게(kg)	맹도견 수(마리)
27 이상 ~ 30 미만	5
30 ~ 33	6
33 ~ 36	11
36 ~ 39	6
39 ~ 42	1
42 ~ 45	1
합계	30

구체적으로 얼마인지 알 수 없다.

이와 같은 경우에는 각 맹도견이 속하는 계급의 계급값을 그 맹도견의 무게로 생각하고 평균을 구한다.

이를테면 〈표 6〉의 도수분포표에서 27 kg 이상 30 kg 미만인 계급의 계급값은

$$\frac{27+30}{2}=28.5(\text{kg})$$

이다. 이 계급값을 5마리 각각의 무게로 생각하면 이 계급에 속하는 5마리의 무게의 합은

$$28.5\times5=142.5(\text{kg})$$

이다.

이와 같은 방법으로 각 계급에 속하는 맹도견의 무게의 합을 계산하면 다음과 같은 표를 얻는다.

맹도견의 무게

계급(kg)	계급값(kg)	도수(마리)	(계급값)×(도수)
27 이상 ~30 미만	28.5	5	142.5
30 ~33	31.5	6	189
33 ~36	34.5	11	379.5
36 ~39	37.5	6	225
39 ~42	40.5	1	40.5
42 ~45	43.5	1	43.5
합계		30	1020

이때 (계급값)×(도수)의 총합은 변량의 총합이 되므로 이것을 도수의 총합으로 나누어 평균을 구할 수 있다.

즉, 맹도견의 무게의 평균은 다음과 같다.

$$\frac{1020}{30}=34(\text{kg})$$

도수분포표에서 구한 평균은 자료의 대략적인 평균을 나타내는 것으로 실제 평균과 다를 수 있다.

일반적으로 도수분포표로 주어진 자료의 평균은 다음과 같이 구한다.

도수분포표에서의 평균

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$$

예제 1

오른쪽 도수분포표는 용화네 중학교 1학년 학생 40명의 충치 수를 조사하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 충치 수의 평균을 구하여라.

충치 수

충치 수(개)	학생 수(명)
0 이상 ~ 2 미만	10
2 ~ 4	16
4 ~ 6	9
6 ~ 8	3
8 ~ 10	2
합계	40

● **풀이** 주어진 자료로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

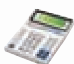
충치 수

계급(개)	계급값(개)	도수(명)	(계급값)×(도수)
0 이상 ~ 2 미만	1	10	10
2 ~ 4	3	16	48
4 ~ 6	5	9	45
6 ~ 8	7	3	21
8 ~ 10	9	2	18
합계		40	142

따라서 구하는 평균은 $\frac{142}{40}=3.55$(개)이다.

답 ● 3.55개

문제 3



다음 도수분포표는 어느 날 우리나라 16개 도시의 공기 중 미세 먼지 농도를 측정하여 나타낸 것이다. 이 표를 보고, 미세 먼지 농도의 평균을 구하여라.

미세 먼지 농도

미세 먼지 농도(μg/m^3)	도시 수(개)
50 이상 ~ 60 미만	2
60 ~ 70	4
70 ~ 80	4
80 ~ 90	2
90 ~ 100	1
100 ~ 110	2
110 ~ 120	1
합계	16

〈자료 : 에어코리아, www.airkorea.or.kr〉

● 미세 먼지 농도가 1 μg/m^{3}라는 것은 가로, 세로, 높이가 모두 1 m인 공간 안에 먼지가 $\frac{1}{100만}$ g이 포함되어 있다는 뜻이다.

문제해결

인터넷으로 최근 1년 동안 K-리그 축구팀들의 득점수를 각각 조사하여 도수분포표를 만들어 보고, 득점수의 평균을 구하여 보자.

계산기의 활용 평균을 구하여 보자.

계산기는 제품에 따라 성능과 사용 방법이 조금씩 다르지만 주요 기능들은 비슷하다. 계산기를 이용하여 도수분포표에서 평균을 구하여 보자.

1. 메모리 기능 사용하기

복잡한 계산을 하기 위해서는 먼저 몇 가지 버튼의 기능을 알아두어야 한다.

M+ : M은 memory의 약자이고, +는 memory에 더하라는 뜻이다.

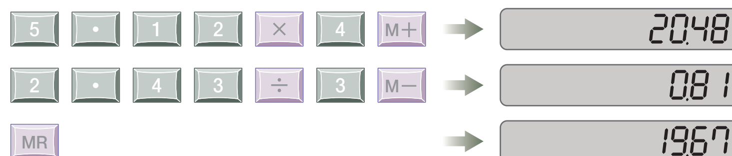
M− : memory에서 빼라는 뜻이다.

MR (또는 MRC): memory에 저장된 내용을 불러오라는 뜻이다.

AC : All Clear의 약자로, 저장된 내용을 지우라는 뜻이다.

+/− : 표시창에 나타난 수의 부호를 바꾸라는 뜻이다.

예를 들어 $5.12\times4-2.43\div3$의 값을 구하려면 다음 순서대로 버튼을 누른다.



2. 계산기를 이용하여 도수분포표에서 평균 구하기

166쪽 예제 1의 도수분포표에서 계산기를 이용하여 평균을 구하려면 다음과 같은 순서로 하면 된다.

❶ 1, ×, 1, 0 을 차례로 누른 후 M+ 를 누른다.

❷ ❶과 같은 방법으로

$$3\times16,\ 5\times9,\ 7\times3,\ 9\times2$$

를 계산한다.

❸ MR 를 누른 후 ÷, 4, 0 을 차례로 눌러 평균을 구한다.

1-3 히스토그램과 도수분포다각형

● 주어진 자료를 히스토그램과 도수분포다각형으로 나타내고, 이를 해석할 수 있다.

히스토그램을 어떻게 그리는가?

창의력 기르기

소음 측정 단위

데시벨(dB)은 단순히 소리의 크기만을 나타내는 단위인 데 비하여 웨클(WECPNL)은 주변의 소리가 우리에게 어느 정도 영향을 미치는지를 나타내는 단위이다.
특히 웨클은 항공기의 소음도를 측정할 때 이용되는 단위인데, 항공기의 소음도가 75웨클 이상이면 소음 피해 예상 지역에 해당한다.

탐구 활동

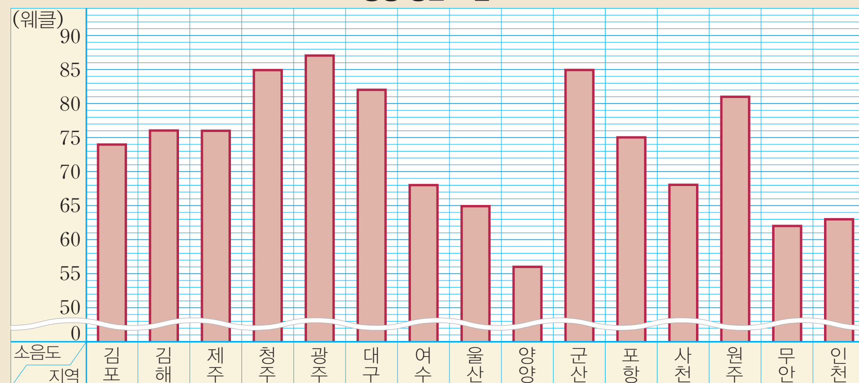
다음은 2010년 우리나라 공항의 평균 소음도를 조사하여 표와 막대그래프로 나타낸 것이다. 물음에 답하여 보자.

공항 평균 소음도 (단위: 웨클)

지역	김포	김해	제주	청주	광주	대구	여수	울산	양양	군산	포항	사천	원주	무안	인천
소음도	74	76	76	85	87	82	68	65	56	85	75	68	81	62	63

〈자료: 환경부〉

공항 평균 소음도



1 표와 막대그래프 중에서 각 공항의 소음도를 알기에 더 편리한 것은 무엇인지 말하여 보자.

2 표와 막대그래프 중에서 각 공항의 소음도를 비교하기에 더 편리한 것은 무엇인지 말하여 보자.

탐구 활동에서 자료를 표로 나타내는 것보다 막대그래프로 나타내는 것이 자료를 비교하기 쉬움을 알 수 있다.

이제 도수의 분포 상태를 보다 쉽게 알아볼 수 있도록 도수분포표를 그래프로 나타내어 보자.

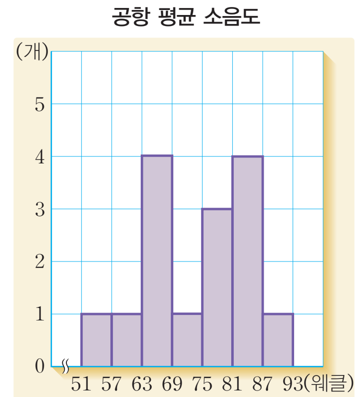
다음 〈표 7〉은 탐구 활동의 자료를 도수분포표로 나타낸 것이다.

〈표 7〉 공항 평균 소음도

소음도 (웨클)	51 이상 ~ 57 미만	57 ~ 63	63 ~ 69	69 ~ 75	75 ~ 81	81 ~ 87	87 ~ 93	합계
지역 수 (개)	1	1	4	1	3	4	1	15

이때 도수분포표는 변량이 연속적이기 때문에 탐구 활동처럼 변량이 하나의 지역이나 수로 표시되는 막대그래프의 형태로 나타내는 것은 적당하지 않다.

오른쪽 그래프는 〈표 7〉의 도수분포표를 다음 순서에 따라 그린 것이다.



1. 가로축에 각 계급의 양 끝 값을 차례로 써넣는다.
2. 세로축에 도수를 써넣는다.
3. 각 계급의 크기를 가로로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 차례로 그린다.

이와 같이 그린 그래프를 **히스토그램**이라고 한다.

히스토그램(histogram)은 역사를 뜻하는 history와 기록을 뜻하는 접미어 -gram의 합성어이다.

히스토그램은 각 계급에 속하는 자료의 수가 많고 적음을 한눈에 알아보기 쉽다. 또 히스토그램의 각 직사각형에서 가로의 길이인 계급의 크기가 모두 같으므로 각 직사각형의 넓이는 세로의 길이인 계급의 도수에 정비례한다.

주의 히스토그램을 그릴 때 주의할 점

(1) 계급의 크기가 모두 같으므로 직사각형의 가로의 길이를 모두 같게 그린다.

(2) 변량이 연속적이기 때문에 직사각형들을 서로 연결이 되도록 그린다.

예 제 1

오른쪽 도수분포표는 민정이네 반 학생 35명의 과학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 이것을 히스토그램으로 나타내어라.

과학 성적

과학 성적(점)	학생 수(명)
40 이상 ~ 50 미만	2
50 ~ 60	3
60 ~ 70	10
70 ~ 80	12
80 ~ 90	5
90 ~ 100	3
합계	35

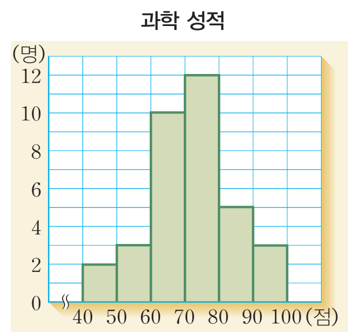
풀이 ❶ 가로축에 계급의 양 끝 값 40, 50, ⋯, 90, 100을 써넣는다.

❷ 세로축에 도수를 써넣는다.

❸ 각 계급의 크기를 가로, 도수를 세로로 하여 직사각형을 차례대로 그린다.

따라서 히스토그램은 오른쪽 그림과 같다.

과학 성적



▼ 천연기념물 제317호 당진 송산면 회화나무

문제 1

천연기념물은 개체 수에 따라서 천연기념물로 등록되거나 해제된다.

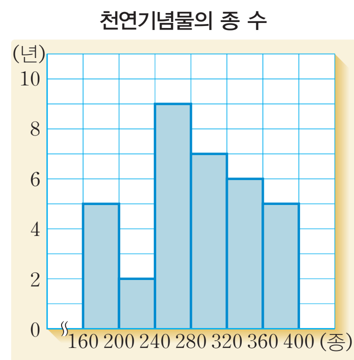
오른쪽 그림은 1977년부터 2010년까지 34년 동안 천연기념물의 종 수를 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 계급값이 260종인 계급의 도수를 말하여라.

(2) 천연기념물의 종 수가 7번째로 많았던 연도가 속하는 계급을 말하여라.

(3) 히스토그램을 이용하여 천연기념물의 종 수의 평균을 구하여라. (단, 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)

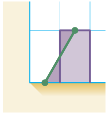
천연기념물의 종 수



〈자료 : 통계청〉

도수분포다각형을 어떻게 그리는가?

도수분포다각형의 넓이와 히스토그램의 직사각형들의 넓이의 합은 같다.



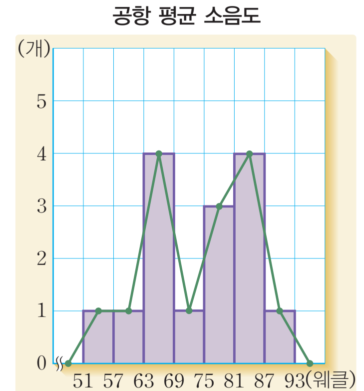
오른쪽 그림은 탐구 활동의 공항 평균 소음도에 대한 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결한 것이다.

이때 양 끝은 도수가 0인 계급이 하나씩 더 있는 것으로 생각하여 그 가운데 점과 연결한다.

이와 같이 그린 다각형 모양의 그래프를 **도수분포다각형**이라고 한다.

도수분포다각형은 히스토그램과 마찬가지로 자료의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다.

공항 평균 소음도



문제 2 다음 도수분포표는 어느 중학교 1학년 여학생 40명의 100 m 달리기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 이것을 도수분포다각형으로 나타내어라.

100 m 달리기 기록

기록(초)	학생 수(명)
14 이상 ~ 16 미만	7
16 ~ 18	14
18 ~ 20	10
20 ~ 22	5
22 ~ 24	4
합계	40

100 m 달리기 기록

문제 3 오른쪽 그림은 20개월 동안 한 도시에 내린 비의 월평균 산성도(pH)를 측정하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

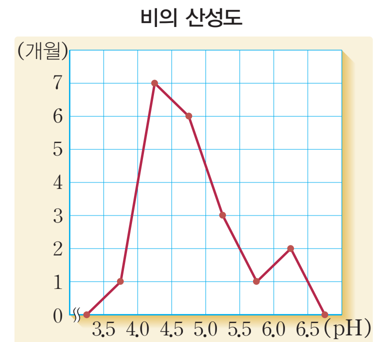
수소 이온 농도 지수를 나타내는 pH는 potential of Hydrogen의 약자이다.

(1) 월평균 산성도가 4.5 pH 이상 5.0 pH 미만인 비가 내린 것은 몇 개월인가?

(2) 도수가 가장 큰 계급의 계급값을 구하여라.

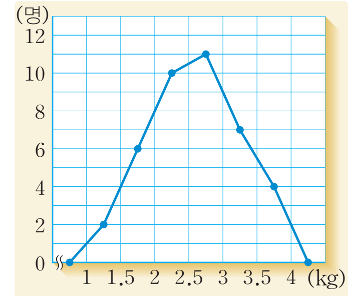
(3) 월평균 산성도가 5.5 pH 미만인 개월 수는 전체의 몇 %인가?

비의 산성도



함께 만들어요 문제 4

오른쪽 그림은 진희네 반 학생들의 책가방 무게를 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 이것을 이용하여 도수분포다각형에 대한 여러 가지 문제를 만들어 보아라.

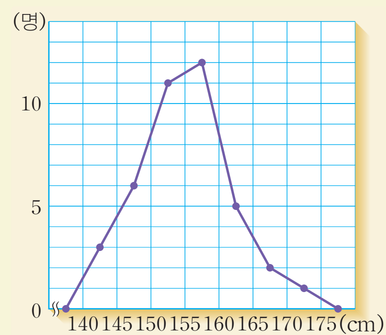


창의 UP

다음은 수진이네 중학교 1학년 학생들의 키를 조사하여 도수분포표와 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 이와 같은 자료에 대한 두 가지 표현은 각각 자료의 어떤 내용을 알고 싶을 때 편리한지 설명하여라.

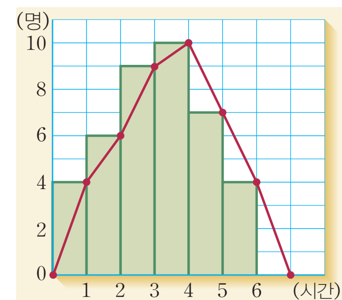
학생들의 키

키(cm)	학생 수(명)
140 이상 ~ 145 미만	3
145 ~ 150	6
150 ~ 155	11
155 ~ 160	12
160 ~ 165	5
165 ~ 170	2
170 ~ 175	1
합계	40



의사소통

오른쪽 그림은 지윤이가 같은 반 친구들의 하루 평균 인터넷 사용 시간에 대한 도수분포다각형을 그린 것이다. 지윤이가 그린 그래프에서 잘못된 부분을 말하여 보자.



1-4 상대도수와 그래프

● 상대도수를 구하여 이를 그래프로 나타내고, 상대도수의 분포를 이해한다.

상대도수의 분포를 이해하는가?

창의력 기르기

등교 시간

“소아청소년의학(APAM)”이라는 전문지에 10대 청소년들의 등교 시간을 30분 늦추었더니 긍정적인 효과를 보았다는 연구 결과가 발표되어 화제를 모았다. 이 연구에 따르면 수업 집중력이 좋아지고 낮잠은 49 %에서 20 %로 감소하고 아침을 먹게 되었다는 학생이 2배 이상 늘었다고 한다.

탐구 활동

오른쪽 도수분포표는 어느 중학교 1학년 농구반 학생 50명과 1학년 전체 학생 400명의 등교할 때 걸리는 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 1학년 농구반 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 몇 %인가?

2 1학년 전체 학생 중 등교할 때 걸리는 시간이 10분 미만인 학생은 몇 %인가?

〈표 8〉 등교할 때 걸리는 시간

시간(분)	학생 수(명)	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만	4	28
10 ~ 20	9	80
20 ~ 30	15	128
30 ~ 40	13	96
40 ~ 50	8	64
50 ~ 60	1	4
합계	50	400

● 도수분포표에서 각 계급의 도수는 쉽게 알 수 있지만, 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율은 한눈에 알기 어렵다.

탐구 활동에서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생 수는 1학년 농구반에서 4명, 1학년 전체에서 28명이다. 이때 학생 수가 1학년 농구반은 50명, 1학년 전체는 400명이므로 4명과 28명을 그대로 비교하는 것은 의미가 없다.

이와 같은 경우에는 도수 대신 도수의 합계에 대한 각 계급의 도수의 비율을 구하여 그 값을 비교한다.

즉, 1학년 농구반과 1학년 전체에서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생의 비율은 각각 $\frac{4}{50}=0.08$, $\frac{28}{400}=0.07$이다.

따라서 등교할 때 걸리는 시간이 0분 이상 10분 미만인 학생의 비율은 1학년 농구반의 경우가 1학년 전체에 비하여 높음을 알 수 있다.

이와 같이 도수의 합계에 대한 각 계급의 도수의 비율을 그 계급의 **상대도수**라고 한다.

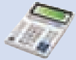
상대도수는 백분율(%)로 나타내기도 한다.

반올림하여 상대도수를 구한 경우에는 상대도수의 합이 1이 되지 않을 수도 있다.

$$(\text{어떤 계급의 상대도수})=\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$$

이때 상대도수의 합은 자료에 관계없이 항상 1이다.

예 제 1



〈표 8〉의 도수분포표에서 각 계급의 상대도수를 구하여 오른쪽 표를 완성하고, 등교할 때 걸리는 시간이 10분 이상 20분 미만인 학생의 비율은 어느 쪽이 더 높은지 말하여라.

등교할 때 걸리는 시간

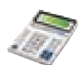
시간(분)	상대도수	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만		
10 ~ 20		
20 ~ 30		
30 ~ 40		
40 ~ 50		
50 ~ 60		
합계		

풀이 각 계급의 도수를 전체 도수로 나누어 정리하면 오른쪽 표와 같다. 이때 10분 이상 20분 미만인 계급에서 1학년 농구반의 상대도수는 0.18, 1학년 전체의 상대도수는 0.2이므로 등교할 때 걸리는 시간이 10분 이상 20분 미만인 학생의 비율은 1학년 전체가 높다고 할 수 있다.

등교할 때 걸리는 시간

시간(분)	상대도수	
	1학년 농구반	1학년 전체
0 이상 ~ 10 미만	0.08	0.07
10 ~ 20	0.18	0.2
20 ~ 30	0.3	0.32
30 ~ 40	0.26	0.24
40 ~ 50	0.16	0.16
50 ~ 60	0.02	0.01
합계	1	1

문제



다음 표는 어느 중학교 1학년 1반과 2반 학생들의 수학 성적을 조사하여 나타낸 것이다. 각 계급의 상대도수를 구하고, 수학 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 어느 반이 더 높은지 말하여라.

수학 성적

성적(점)	학생 수(명)		상대도수	
	1반	2반	1반	2반
50 이상 ~ 60 미만	5	2		
60 ~ 70	8	6		
70 ~ 80	14	12		
80 ~ 90	7	8		
90 ~100	6	4		
합계	40	32		

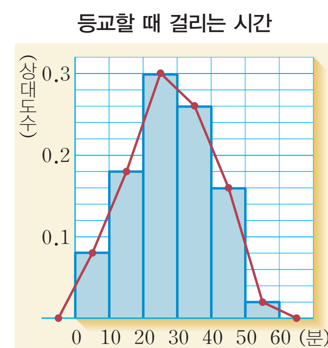
상대도수의 분포를 어떻게 그래프로 나타내는가?

도수분포표를 그래프로 나타내면 자료의 분포 상태를 알아보기 편리한 것과 같이, 상대도수의 분포표도 그래프로 나타내면 각 계급이 전체에서 차지하는 비율을 알아보거나 자료를 비교하는 데 편리하다.

상대도수의 분포표를 그래프로 나타낼 때에는 가로축에 각 계급의 양 끝 값을, 세로축에 상대도수를 써넣고 히스토그램이나 도수분포다각형과 같은 모양으로 그린다.

오른쪽 그림은 예제 1에서 구한 1학년 농구반 학생의 등교할 때 걸리는 시간에 대한 상대도수의 분포표를 히스토그램과 도수분포다각형과 같은 모양의 그래프로 나타낸 것이다.

등교할 때 걸리는 시간



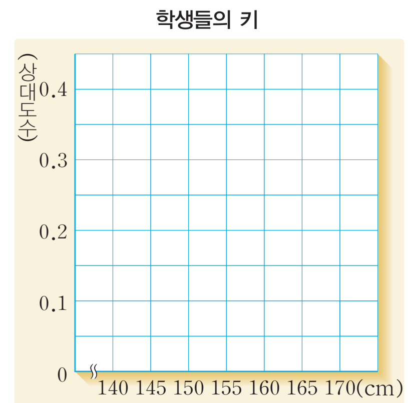
예 제 2

다음 표는 민경이네 중학교 1학년 학생 500명의 키와 육상부 학생 40명의 키를 조사하여 나타낸 것이다. 이것을 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내어라.

학생들의 키

키(cm)	학생 수(명)	
	1학년	육상부
140 이상 ~145 미만	28	2
145 ~150	45	2
150 ~155	102	8
155 ~160	220	4
160 ~165	81	10
165 ~170	24	14
합계	500	40

학생들의 키

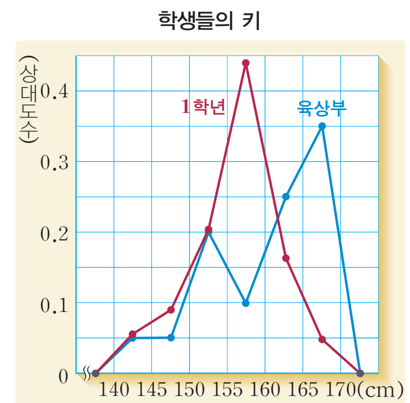


● 풀이 각 계급의 상대도수를 구하고 그래프로 나타내면 다음과 같다.

학생들의 키

키(cm)	상대도수	
	1학년	육상부
140 이상 ~145 미만	0.056	0.05
145 ~150	0.09	0.05
150 ~155	0.204	0.2
155 ~160	0.44	0.1
160 ~165	0.162	0.25
165 ~170	0.048	0.35
합계	1	1

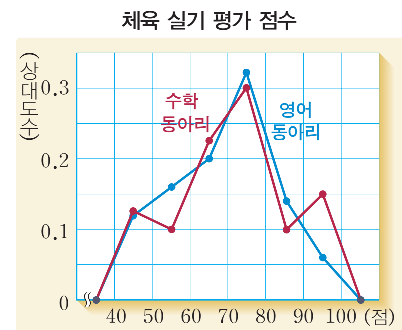
학생들의 키



문제 2

오른쪽 그림은 어느 중학교 수학 동아리와 영어 동아리 학생들의 체육 실기 평가 점수를 조사하여 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타낸 것이다. 이때 70점 이상 80점 미만인 학생의 비율은 어느 쪽이 더 높은지 말하여라.

체육 실기 평가 점수



> 세로선을 긋고 세로선의 왼쪽에는 줄기의 숫자를, 오른쪽에는 잎의 숫자를 써서 자료를 나타낸 그림을 줄기와 잎 그림이라고 한다.

1 다음 표는 민영이네 반 학생들의 윗몸일으키기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

윗몸일으키기 기록 (단위: 회)

32	18	19	40	27	35	27	48	43	39
31	37	17	24	33	41	14	19	22	35

(1) 표를 보고, 줄기와 잎 그림으로 나타내어라.

(2) 잎이 가장 많은 줄기를 말하여라.

(3) 줄기가 2인 학생들의 윗몸일으키기 횟수는 모두 몇 회인가?

윗몸일으키기 기록 (3|2는 32회)

줄기	잎
1	
2	
3	
4	

2 다음은 어느 버스에 탄 승객 30명을 대상으로 버스를 기다린 시간을 분 단위로 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

버스를 기다린 시간 (단위: 분)

6	2	8	5	3	1	7	9	12	17
6	7	3	14	10	8	5	4	1	8
13	7	16	10	9	14	7	5	8	11

(1) 오른쪽 표를 완성하여라. (단, 상대도수는 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

(2) 도수분포표의 계급의 크기를 말하여라.

(3) 버스를 14분 동안 기다린 승객이 속하는 계급을 말하여라.

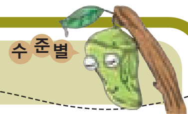
(4) 도수가 가장 큰 계급의 계급값을 구하여라.

버스를 기다린 시간

시간(분)	승객 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 3 미만	3	
3 ~ 6	6	
6 ~ 9		
9 ~ 12		
12 ~ 15		
15 ~ 18		
합계	30	1

> (어떤 계급의 상대도수) $= \frac{\text{(그 계급의 도수)}}{\text{(전체 도수)}}$

중/단/원 기본



줄기와 잎 그림

1 다음은 1학년과 2학년 각 반에서 개근상을 받는 학생 수를 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 20명 이상 33명 미만의 학생들이 개근상을 받는 반은 모두 몇 개의 반인지 구하여라.

개근상 수상자 (1|1은 11명)

잎(1학년)	줄기	잎(2학년)
8 2 1	1	3 5
7 6 3 0	2	5 6 7 8
7 4 2	3	0 1 9

히스토그램

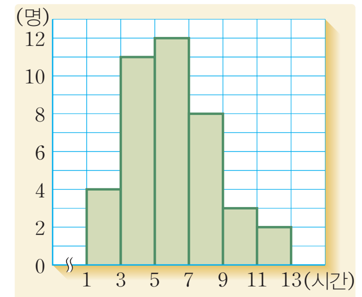
2 오른쪽 그림은 희진이네 중학교 1학년 학생들을 대상으로 일주일 동안 컴퓨터를 사용한 시간을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 조사한 학생은 모두 몇 명인가?

(2) 컴퓨터 사용 시간이 일주일에 5시간 미만인 학생은 전체의 몇 %인가?

(3) 일주일 동안 컴퓨터 사용 시간의 평균을 구하여라.

일주일 동안 컴퓨터 사용 시간



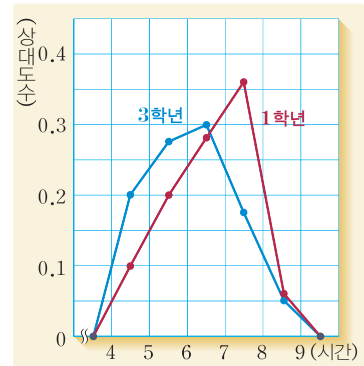
상대도수와 그래프

3 오른쪽 그림은 어진이네 중학교 1학년 학생 50명과 3학년 학생 40명의 하루 평균 수면 시간을 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 1학년과 3학년에서 수면 시간에 대한 도수가 가장 큰 계급을 각각 말하여라.

(2) 오른쪽 그래프에서 3학년이 1학년보다 상대적으로 수면 시간이 적다고 말할 수 있는가?

수면 시간



중/단/원 실력

1 오른쪽 도수분포표는 한 달 동안 학교 도서관에서 대출된 책 중에서 40권의 대여 기간을 조사하여 나타낸 것인데 일부가 보이지 않는다. 다음 물음에 답하여라.

도서 대여 기간

대여 기간(일)	책 수(권)
0 이상 ~ 4 미만	4
4 ~ 8	6
8 ~ 12	
12 ~ 16	
16 ~ 20	7
20 ~ 24	3
합계	40

(1) 대여 기간이 12일 미만인 책이 전체의 45 %라고 할 때, 대여 기간이 8일 이상 12일 미만인 책은 몇 권인가?

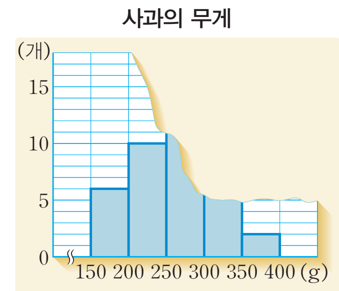
• $\frac{(\text{대여 기간이 12일 미만인 책 수})}{(\text{조사한 전체 책 수})} \times 100 = 45(\%)$

(2) 대여 기간이 12일 이상 16일 미만인 책은 몇 권인가?

(3) 책의 평균 대여 기간을 구하여라.

2 오른쪽 그림은 한 상자에 들어 있는 사과 40개의 무게를 각각 재어서 히스토그램으로 나타낸 것인데 일부가 찢어져 보이지 않는다. 다음 물음에 답하여라.

사과의 무게



(1) 무게가 가벼운 쪽에서 20번째인 사과가 속하는 계급의 계급값을 구하여라.

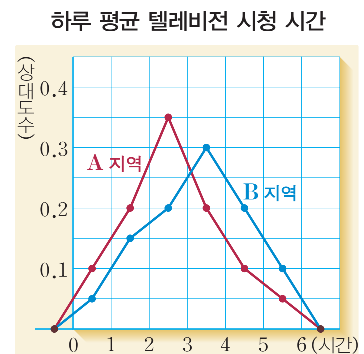
(2) 무게가 300 g 미만인 사과가 전체의 75 %일 때, 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 사과는 몇 개인가?

• $\frac{(300\text{ g 미만인 사과의 수})}{(\text{전체 사과의 수})} \times 100 = 75(\%)$

(3) 무게가 300 g 이상 350 g 미만인 사과는 몇 개인가?

3 오른쪽 그림은 가구 수가 3만 가구인 A 지역과 가구 수가 2만 가구인 B 지역에 있는 각 가정의 하루 평균 텔레비전 시청 시간을 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 것이다. A, B 두 지역 중에서 어느 지역이 하루 평균 텔레비전 시청 시간이 더 길다고 할 수 있는가? 또 그 이유를 설명하여라.

하루 평균 텔레비전 시청 시간



수행 과제

어떤 동물이 빠를까?

지구 상에 살고 있는 동물들은 종류에 따라 다른 환경에서 진화하여 달리는 속력이 다르다고 한다. 다음 표는 동물들이 한 시간 동안 최대로 이동할 수 있는 거리를 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물로 나누어 조사한 것이다. 물음에 답하여 보자.

시간당 최대 이동 거리 (단위: km)

발굽을 가진 동물		발굽을 가지지 않은 동물	
얼룩말	64	고양이	46
엘크	75	코끼리	42
기린	52	치타	112
들소	51	코요테	69
사슴	56	여우	68
돼지	17	개	63
영양	98	곰	47
말	75	자칼	55
멧돼지	48	사자	81
아프리카 영양	84	토끼	56

과제 1 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물 각각에 대하여 시간당 최대 이동 거리를 계급의 크기를 20 km로 하는 상대도수의 분포다각형 모양의 그래프로 나타내어 보자.

과제 2 과제 1에서 그린 상대도수의 그래프를 보고 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물 사이의 속력을 비교하면, 어떤 쪽이 더 빠르다고 할 수 있는가?

과제 3 주어진 자료 이외에 발굽을 가진 동물과 그렇지 않은 동물을 더 많이 조사하여 상대도수의 그래프로 나타낸 후, 과제 2의 결과와 비교하여 보고 그 이유를 설명하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		(찡그린 얼굴)	(무표정 얼굴)	(웃는 얼굴)
학습 내용	줄기와 잎 그림, 도수분포표를 이해하고 해석할 수 있는가?			
	도수분포표로 주어진 자료의 평균을 구할 수 있는가?			
	히스토그램, 도수분포다각형을 이해하고 해석할 수 있는가?			
	상대도수를 구하며, 이를 그래프로 나타낼 수 있는가?			
	상대도수의 분포를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 줄기와 잎 그림

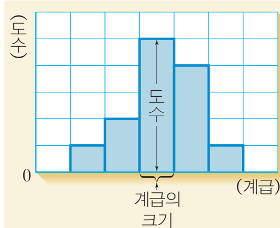
줄기와 잎 그림	세로선을 긋고 그 선을 중심으로 왼쪽에 있는 수를 줄기, 오른쪽에 있는 수를 잎으로 하여 자료를 나타낸 그림을 줄기와 잎 그림이라고 한다.

2 도수분포표와 평균

도수분포표	(1) 변량: 자료를 수량으로 나타낸 것 (2) 계급: 변량을 일정한 간격으로 나눈 구간 (3) 계급의 크기: 구간의 폭 (4) 계급값: 계급의 중앙의 값 (5) 도수: 각 계급에 속하는 자료의 개수 (6) 도수분포표: 각 계급의 도수를 조사하여 나타낸 표
도수분포표에서의 평균	$(\text{평균})=\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$

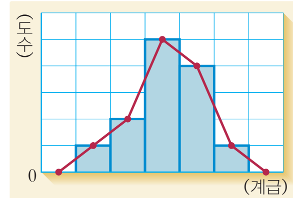
3 히스토그램

히스토그램	도수분포표의 각 계급의 크기를 가로, 도수를 세로로 하는 직사각형을 그려 나타낸 그래프



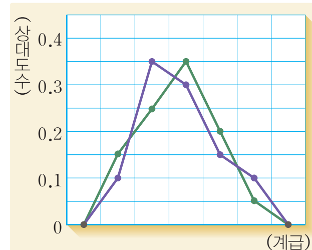
4 도수분포다각형

도수분포다각형	히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결하여 다각형 모양으로 그린 그래프



5 상대도수와 그래프

상대도수	(1) (어떤 계급의 상대도수) $=\dfrac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$ (2) 상대도수의 총합은 항상 1이다.
상대도수의 그래프	각 계급의 계급값에 상대도수를 대응시킨다.



이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 줄기와 잎 그림, 변량, 계급, 계급의 크기, 도수, 도수분포표, 계급값, 히스토그램, 도수분포다각형, 상대도수

나의 비결은?

생각 키/우/기 실생활에서 자료를 목적에 맞게 분류하면 편리한 예를 찾아보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

◈ 다음은 효리네 반 학생을 대상으로 등교할 때 걸리는 시간을 조사하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [1~2]

등교할 때 걸리는 시간 (0|3은 3분)

줄기	잎
0	3 4 4 5 5 6 9
1	2 2 2 3 3 6 7 8
2	0 3 3 4 5 6 6 6 7
3	2 5 5 6

1 효리네 반 학생은 모두 몇 명인가?

① 28명 ② 30명 ③ 32명
④ 34명 ⑤ 40명

2 등교할 때 걸리는 시간이 20분대인 학생은 모두 몇 명인가?

① 6명 ② 7명 ③ 8명
④ 9명 ⑤ 10명

◈ 다음 도수분포표는 진우네 반 학생 20명을 대상으로 일 년 동안 본 영화의 편 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [3~4]

일 년 동안 본 영화의 편 수

편 수(편)	학생 수(명)
0 이상 ~ 4 미만	1
4 ~ 8	3
8 ~ 12	5
12 ~ 16	8
16 ~ 20	2
20 ~ 24	1
합계	20

3 도수가 가장 큰 계급의 계급값은?

① 6편 ② 10편 ③ 14편
④ 18편 ⑤ 22편

4 영화를 본 편 수의 평균은?

① 10편 ② 12편 ③ 14편
④ 16편 ⑤ 18편

◈ 다음 표는 지현이네 중학교 1학년 학생 40명을 대상으로 타자를 칠 때 1분당 타 수를 조사하여 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [5~6]

1분당 타 수

타 수(타)	학생 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 100 미만	3	
100 ~ 200	6	
200 ~ 300	A	0.3
300 ~ 400	16	D
400 ~ 500	B	
500 ~ 600	C	
합계	40	

5 A와 $B+C$의 값을 바르게 구한 것은?

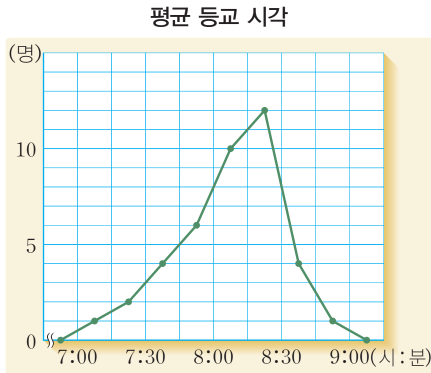
① 3, 3 ② 5, 3 ③ 8, 5
④ 10, 5 ⑤ 12, 3

6 D에 들어갈 알맞은 수는?

① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3
④ 0.4 ⑤ 0.5

7 다음은 민정이네 반 학생들의 평균 등교 시각을 조사하여 도수분포다각형으로 나타낸 것이다. 등교 시간에 가장 많은 학생들이 음악을 들을 수 있도록 학교 방송반에서 30분 동안 음악을 틀어 주려고 한다. 가장 적당한 시간대는?

평균 등교 시각

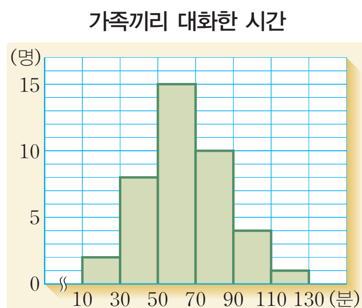


① 7시 이전
② 7시부터 7시 30분 이전
③ 7시 30분부터 8시 이전
④ 8시부터 8시 30분 이전
⑤ 8시 30분 이후

서/답/형

◈ 다음은 우주네 반 학생들을 대상으로 일주일 동안 가족끼리 대화한 시간을 조사하여 히스토그램으로 나타낸 것이다. 물음에 답하여라. [8~10]

가족끼리 대화한 시간



8 우주네 반 전체 학생 수를 구하여라.

9 일주일 동안 가족끼리 대화한 시간이 70분 이상인 학생은 몇 명인지 구하여라.

| 서술형 |

10 가족끼리 대화한 시간의 평균을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

| 서술형 |

11 다음 표는 지성이네 밭과 경미네 밭에서 하루 동안 수확한 토마토의 무게를 조사하여 상대도수의 분포표로 나타낸 것이다. 210 g 미만인 토마토는 상품성이 없다고 할 때, 상품성이 없는 토마토를 수확한 비율은 어느 밭이 더 높은지 상대도수의 그래프를 그리고 그 이유를 설명하여라.

하루 동안 수확한 토마토의 무게

무게(g)	상대도수	
	지성이네	경미네
150 이상 ~ 180 미만	0.02	
180 ~ 210		0.1
210 ~ 240	0.24	0.32
240 ~ 270	0.42	0.38
270 ~ 300	0.18	0.15
300 ~ 330	0.08	0.02
합계	1	1

컴퓨터의 활용

컴퓨터를 이용하여 자료를 나타내어 보자.

컴퓨터에서 스프레드시트 프로그램을 이용하여 우리 반 학생들의 수학 성적을 도수분포표와 도수분포다각형으로 나타내어 보자.

1 도수분포표 작성

1. 워크시트에 오른쪽 그림과 같이 입력한다.

이 프로그램은 이상, 미만이 포함된 계급을 인식하지 못하므로 도수분포표에 비고란을 만들어 계급의 끝 값을 표시한다.

수학 성적

A	B	C	D	E
83	99	26	92	78
84	65	83	74	94
32	93	67	71	86
36	75	51	56	87
69	82	77	43	63
52	53	43	53	83
77	64	46	82	51

수학 성적(점)	학생 수(명)	비고
20~30		29
30~40		39
40~50		49
50~60		59
60~70		69
70~80		79
80~90		89
90~100		99
합계		

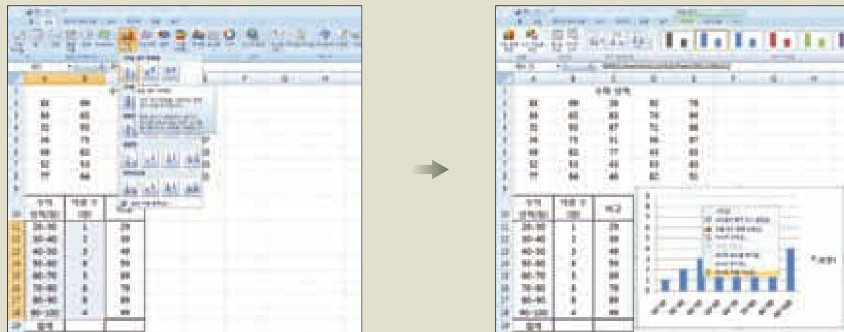
2. 도수를 구하여 도수분포표를 완성한다.

B11～B18 영역을 지정하고, [수식] – [함수 삽입] – [범주 선택 : 통계] – [함수 선택 : FREQUENCY] – [확인]을 클릭한다. 나타나는 창의 Data_array에 'A2 : E8', Bins_array에 'C11 : C18'을 입력하고, Ctrl+Shift+Enter를 누른다.

2 히스토그램과 도수분포다각형의 작성

1. 히스토그램을 그린다.

A11~B18의 영역을 지정하고, [삽입] – [차트: 세로 막대형] – [묶은 세로 막대형]을 클릭하여 그래프를 그린다. 그래프의 막대 위에 커서를 놓고, 마우스의 오른쪽 버튼을 누른다. [데이터 계열 서식] – [계열 옵션] – [간격 너비: 간격 없음] – [테두리 색] – [실선] – [색: 검정] – [닫기]를 클릭하여 히스토그램을 만든다.

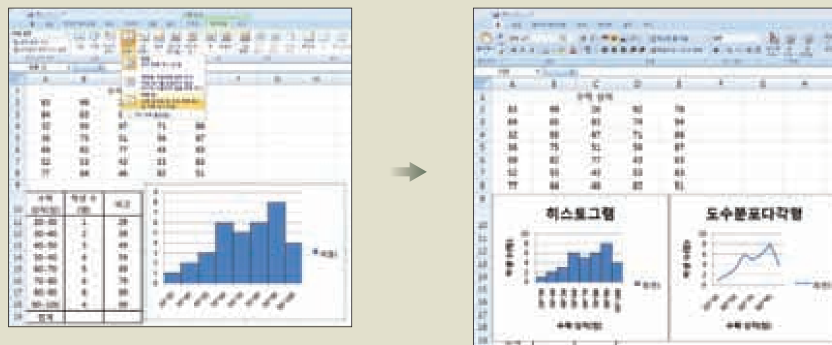


2. 도수분포다각형을 그린다.

A11~B18 영역을 지정하고, [삽입] – [차트: 꺾은선형] – [꺾은선형]을 클릭하여 도수분포다각형을 그린다.

3. 차트 제목, 축 제목, 범례 등을 지정하여 히스토그램과 도수분포다각형을 완성한다.

히스토그램과 도수분포다각형을 각각 클릭하여 [레이아웃] – [차트 제목], [축 제목], [범례]를 이용하여 다음 그림과 같이 입력한다.



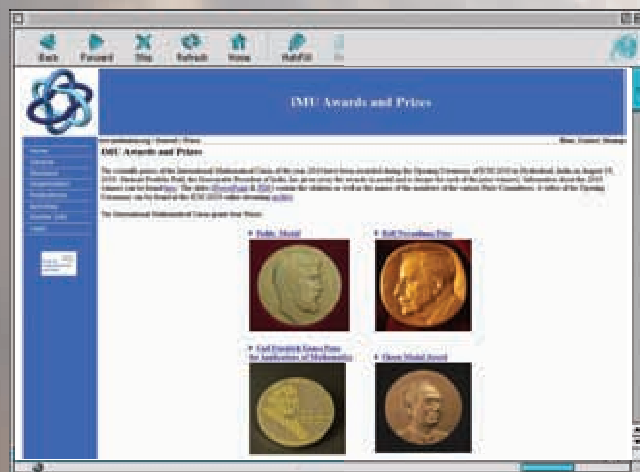
필즈 메달

스웨덴의 노벨이 만든 노벨상에는 수학 분야가 없다. 그래서 수학자들은 노벨상과 같은 세계적으로 권위 있는 상을 만들었다. 이 상은 '수학에서 뛰어난 발견에 관한 국제 메달'인데 보통 필즈 메달(Fields Medal)이라고 한다.

이 상은 캐나다의 수학자 필즈(Fields, J. C. ; 1863~1932)의 노력으로 만들어졌다. 그는 1924년 캐나다의 토론토에서 국제수학자총회를 주관했고, 이 상의 스폰서와 후원자를 모았다. 국제수학자총회는 4년마다 한 번씩 열리며, 그곳에서 필즈 메달의 수상자를 선정하여 수상한다.

이 메달은 40세 이전에 뛰어난 업적을 이룩했거나 가까운 장래에 완성할 것으로 인정되는 사람에게 수여된다. 1936년 국제수학자총회에서 첫 번째 필즈 메달 수상자가 선정된 이후 1962년까지 매번 두 명의 수상자가 선정되었다. 그런데 수학의 분야가 점점 넓어지고 있고 뛰어난 업적이 많이 나오기 때문에 1966년부터 수상자를 4명 이하로 늘렸다. 189쪽의 표는 1936년부터 2010년까지의 수상자 명단이다.

국제수학자총회와 필즈 메달에 관한 자세한 내용은 국제수학연맹 홈페이지(http://www.mathunion.org/)에 접속하면 볼 수 있다.



역대 필즈 메달 수상자

연도(년)	이름	나이	국적
1936	Lars Ahlfors Jesse Douglas	29 39	핀란드 미국
1950	Laurent Schwartz Atle Selberg	35 33	프랑스 노르웨이
1954	Kunihiko Kodaira Jean-Pierre Serre	39 33	일본 프랑스
1958	Klaus Roth René Thom	32 35	영국 프랑스
1962	Lars Hörmander John Milnor	31 31	스웨덴 미국
1966	Michael Atiyah Paul Cohen Alexander Grothendieck Stephen Smale	37 32 38 36	영국 미국 프랑스 미국
1970	Alan Baker Heisuke Hironaka Serge Novikov John Thompson	31 39 32 37	영국 일본 소련 미국
1974	Enrico Bombieri David Mumford	33 37	이탈리아 미국
1978	Pierre Deligne Charles Fefferman Gregori Margulis Daniel Quillen	33 29 32 38	프랑스 미국 소련 미국

연도(년)	이름	나이	국적
1982	Alain Connes William Thurston Shing-Tung Yau	35 35 33	프랑스 미국 중국
1986	Simon Donaldson Gerd Faltings Michael Freedman	27 32 35	영국 독일 미국
1990	Vladimir Drinfeld Vaughan Jones Shigefumi Mori Edward Witten	36 38 39 38	소련 뉴질랜드 일본 미국
1994	Jean Bourgain Pierre-Louis Lions Jean-Christophe Yoccoz Efim I. Zelmanov	40 38 37 39	벨기에 프랑스 프랑스 미국
1998	Richard Borcherds Maxim Kontsevich William Gowers Curtis McMullen	39 34 35 39	영국 프랑스 영국 미국
2002	Laurent Lafforgue Vladimir Voevodsky	36 36	프랑스 러시아
2006	Andrei Okounkov Grigori Perelman Terence Tao Wendelin Werner	37 39 31 38	러시아 러시아 미국 프랑스
2010	Stanislav Smirnov Elon Lindenstrauss Ngo Bao Chau Cedric Villani	40 40 38 37	러시아 이스라엘 베트남 프랑스

V 기본 도형과 작도

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 점, 선, 면, 각을 이해하고, 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.
2. 평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해한다.
3. 삼각형을 작도할 수 있다.
4. 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

현대 추상 미술의 선구자인 바실리 칸딘스키(Wassily Kandinsky ; 1866～1944)는 러시아 출신의 프랑스 화가로 대상의 구체적인 재현에 연연하지 않고, 기하학적 형태에 의한 구성적 추상화를 추구하였다. 칸딘스키는 우리가 접하는 모든 도형의 기본인 점, 선, 면을 회화의 기본 요소로서 연구하고 표현하였다. 그는 하나의 그림을 오케스트라에 비유했는데 화가는 오케스트라의 지휘자이고 모든 점, 선, 면의 형태는 연주자여서 이 모든 것이 조화를 이룰 때, 아름다운 그림이 나온다고 생각하였다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[초3~4학년군]
- 도형의 기초
- 여러 가지 삼각형
- 여러 가지 사각형
- 다각형

[초5~6학년군]
- 직육면체와 정육면체
- 합동과 대칭
- 각기둥과 각뿔

이 단원에서 공부할 내용

1. **기본 도형**
   - 점, 선, 면
   - 각과 평행선
   - 위치 관계
2. **작도와 합동**
   - 간단한 도형의 작도
   - 삼각형의 작도와 합동

이후에 배울 내용

[중1~3학년군]
- 다각형, 부채꼴
- 다면체와 회전체
- 삼각형과 사각형의 성질
- 도형의 닮음
- 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

[수학 Ⅰ]
- 원과 직선의 위치 관계

1 기본 도형

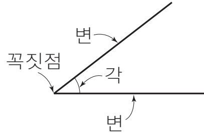
준 | 비 | 학 | 습

선분, 직선, 반직선

- 선분: 두 점을 곧게 이은 선
- 직선: 선분을 양쪽으로 끝없이 늘린 곧은 선
- 반직선: 한 점에서 다른 한 점의 방향으로 끝없이 늘린 곧은 선

각

한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형



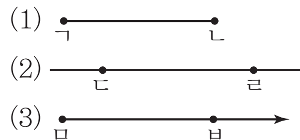
두 직선의 수직, 평행

- 두 직선이 만나서 이루는 각이 직각일 때, 두 직선은 서로 수직이라고 한다.
- 평면에서 서로 만나지 않는 두 직선을 평행이라고 한다.

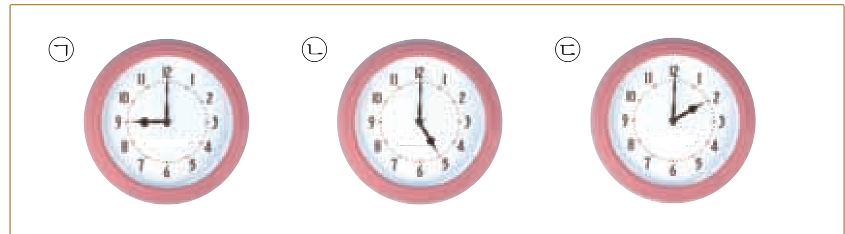
두 평면의 수직, 평행

직육면체에서 계속 늘려도 만나지 않는 두 면을 서로 평행이라 하고, 직각으로 만나는 두 면을 서로 수직이라고 한다.

1 다음 도형의 이름을 말하여라.



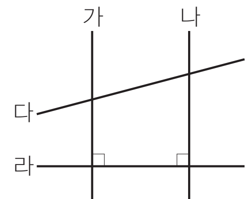
2 다음 그림과 같은 시계에서 시침과 분침이 이루는 작은 각이 예각인 경우와 둔각인 경우를 각각 찾아라.



3 오른쪽 그림에서 다음을 모두 말하여라.

(1) 서로 수직인 직선

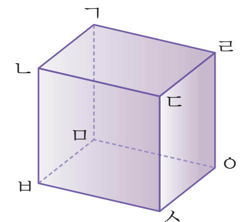
(2) 서로 평행인 직선



4 오른쪽 직육면체를 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 면 ㄱㄴㄷㄹ과 평행인 면을 말하여라.

(2) 면 ㄱㄴㄷㄹ과 수직인 면은 몇 개인가?



1-1 점, 선, 면

● 점, 선, 면을 이해한다.

도형은 무엇으로 이루어져 있는가?

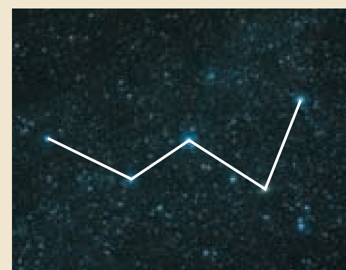
창의력 기르기

은하계

태양계가 포함되어 있는 은하계의 수많은 별들이 띠 모양으로 펼쳐져 은빛으로 빛나는 강처럼 보이는 것을 은하수라고 한다. 은하계는 지름이 길고 두께가 얇은 원반 모양(나선 은하)이지만, 태양계는 은하계의 가장자리에 위치하고 있어 중심부를 바라보면 기다랗게 보인다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 카시오페이아자리를 포함한 밤하늘의 일부분이다. 다음 물음에 답하여 보자.

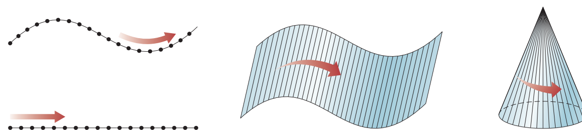


1 카시오페이아자리에서 W자를 이루는 5개의 별로 만들 수 있는 직선의 개수를 구하여 보자.

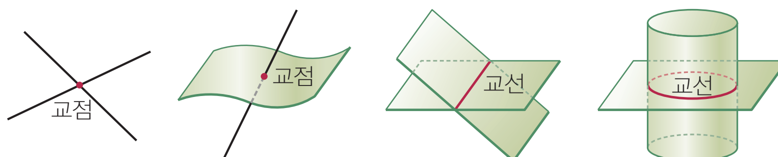
2 각 별을 점으로 보고 연결하여 여러 가지 도형을 만들어 보자.

● 선에는 직선과 곡선이 있고, 면에는 평면과 곡면이 있다.

점이 연속하여 움직이면 선이 되고, 선이 연속하여 움직이면 면이 된다. 따라서 선은 무수히 많은 점으로 이루어져 있고, 면은 무수히 많은 선으로 이루어져 있다.



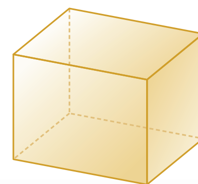
다음 그림과 같이 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점을 **교점**이라 하고, 면과 면이 만나서 생기는 선을 **교선**이라고 한다.



문제 오른쪽 직육면체를 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 교점은 몇 개 있는가?

(2) 교선은 몇 개 있는가?



의사소통 생활 주변에서 점, 선, 면을 찾아 서로 이야기하여 보자.

직선, 반직선, 선분이란 무엇인가?

창의력 기르기

독도

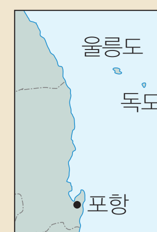
독도는 경상북도 울릉군에 속하는 화산섬으로 대한민국의 동쪽 끝에 있는 영토이다. 조선 시대에는 '우산도(于山島)', '삼봉도(三峰島)' 등으로 불렸으며, 울릉도 주민들은 돌(石)을 '독'이라 하고 돌섬을 '독섬'이라고 하였다. 오늘날과 같이 '독도(獨島)'라고 한 것은 1906년부터이다.

탐구 활동

오른쪽 지도를 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 독도를 통과하는 직선 항로를 지도 위에 표시하여 보자.

2 포항에서 독도를 잇는 가장 짧은 항로를 지도 위에 표시하여 보자.



초등학교에서 배운 직선, 반직선, 선분을 기호로 나타내어 보자.

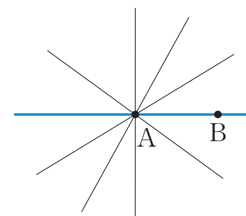
한 점 A를 지나는 직선은 무수히 많지만 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.

서로 다른 두 점 A, B는 하나의 직선을 결정한다.

서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선을 직선 AB라고 하며, 이것을 기호로

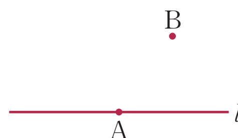
$$\overleftrightarrow{AB}$$

와 같이 나타낸다.



직선을 소문자 l, m, n, …으로 나타내기도 한다.

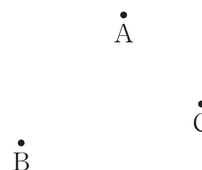
직선 l이 점 A를 지날 때 '점 A는 직선 l 위에 있다.' 고 한다. 또 직선 l이 점 B를 지나지 않을 때, '점 B는 직선 l 위에 있지 않다.' 고 한다.



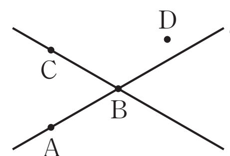
문제 2 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, C가 있다. 두 점을 지나는 직선을 그어 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 점을 지나는 직선은 모두 몇 개인가?

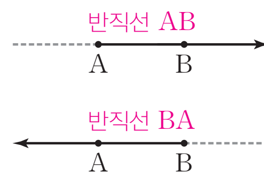
(2) 두 점을 지나는 직선을 기호로 나타내어라.



문제 3 오른쪽 그림에서 직선 l 위에 있는 점과 직선 l 위에 있지 않은 점을 각각 말하여라.



오른쪽 그림과 같이 직선 AB 위의 점 A에서 시작하여 점 B 쪽으로 뻗어 나가는 부분을 반직선 AB라고 하며, 이것을 기호로



$$\overrightarrow{AB}$$

와 같이 나타낸다. 또 직선 AB 위의 점 B에서 시작하여 점 A 쪽으로 뻗어 나가는 반직선 BA는 $\overrightarrow{BA}$와 같이 나타낸다.

$\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 서로 다른 반직선이다.

한편 직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분을 선분 AB라고 하며, 이것을 기호로

$$\overline{AB}$$

와 같이 나타낸다.

문제 4 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 세 점 A, B, C가 있다. 물음에 답하여라.

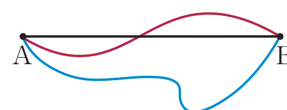
(1) 다음 중에서 서로 같은 것끼리 짝지어라.

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$

(2) 위의 그림에서 서로 다른 선분을 모두 찾아라.

의사소통 반직선을 기호로 나타낼 때, 두 점의 순서를 고려해야 하는 이유를 말하여 보자.

두 점 A와 B를 양 끝 점으로 하는 여러 개의 선 가운데 길이가 가장 짧은 것이 선분 AB이고, 이것의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다. 한편 선분 AB의 길이가 3 cm일 때 $\overline{AB}=3$ cm로 나타내고, 선분 AB와 선분 CD의 길이가 같을 때 $\overline{AB}=\overline{CD}$로 나타낸다.



● $\overline{AB}$는 도형으로서 선분 AB를 나타내기도 하고, 선분 AB의 길이를 나타내기도 한다.

오른쪽 그림과 같이 점 M이 선분 AB를 이등분할 때, 즉 $\overline{AM}=\overline{MB}$일 때 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.

이때 $\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$이다.

● $\overline{AB}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{MB}$이다.

문제 5 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점이다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $\overline{AB}=\square\,\overline{AM}$

(2) $\overline{AB}=\square\,\overline{NB}$

(3) $\overline{AB}=12$ cm일 때, $\overline{MN}=\square$ cm이다.

1-2 각과 평행선

- 각을 이해한다.
- 평행선과 동위각, 엇각과의 관계를 이해한다.

각이란 무엇인가?

창의력 기르기

책장과 각

오른쪽 그림은 이탈리아의 칼튼 책장으로 선반이나 책장은 항상 똑바르게 만들어야 한다는 전통적인 생각에서 벗어나 새롭게 개인의 느낌이나 감정을 표현한 것이다. 밝은 빨강, 파랑, 노랑 등 새로운 색깔의 플라스틱 합판과 목재 합판을 재료로 사용하여 마치 어린이 장난감처럼 재치 있고 재미있게 만든 작품이다.

탐구 활동

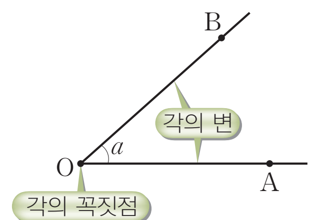
창의력 기르기의 책장 그림을 보면 다양한 크기의 각이 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 예각을 찾아 그림에 표시하여 보자.

2 직각을 찾아 그림에 표시하여 보자.

3 둔각을 찾아 그림에 표시하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 한 점 O에서 시작하는 두 반직선 OA, OB로 이루어진 도형을 각 AOB라고 하며, 이것을 기호로

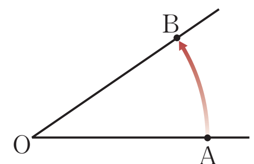


$$\angle\text{AOB}$$

와 같이 나타낸다. 또 ∠AOB를 ∠BOA로 나타내기도 하고, 간단히 ∠O, ∠a와 같이 나타내기도 한다.

∠AOB에서 점 O를 각의 꼭짓점이라 하고, 두 반직선 OA, OB를 각의 변이라고 한다.

∠AOB에서 꼭짓점 O를 중심으로 변 OA를 회전시켜 변 OB와 겹치게 할 수 있는데, 이때 회전한 양을 ∠AOB의 크기라고 한다.

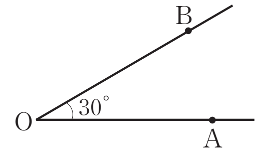


∠AOB는 도형으로서 각을 나타내기도 하고, 그 각의 크기를 나타내기도 한다.

∠AOB의 크기가 30°이면

$$\angle AOB = 30^\circ, \quad \angle O = 30^\circ$$

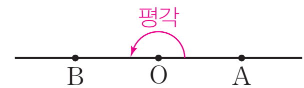
와 같이 나타낸다.



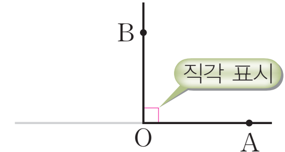
문제 1

오른쪽 그림에서 빨간색 선으로 표시된 부분의 각들을 각각 기호를 사용하여 나타내어라.

오른쪽 그림과 같이 ∠AOB의 두 변 OA, OB가 점 O를 중심으로 반대쪽에 있고 한 직선을 이룰 때, ∠AOB를 **평각**이라고 한다.



평각의 크기는 180°이고, 평각의 크기의 $\frac{1}{2}$인 각을 직각이라고 한다.

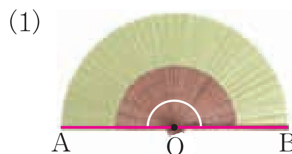


따라서 직각의 크기는 90°이고, 각의 크기가 0°보다 크고 90°보다 작은 각을 예각, 90°보다 크고 180°보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

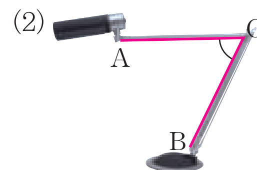
실생활 문제 2

다음 그림에서 ∠AOB는 예각, 직각, 둔각, 평각 중 어느 것인지 말하여라.

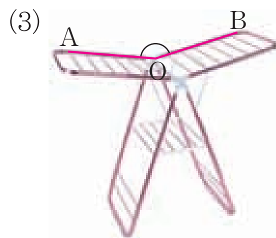
(1)



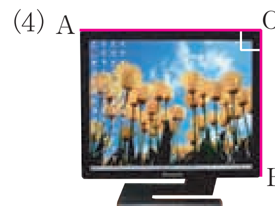
(2)



(3)



(4)

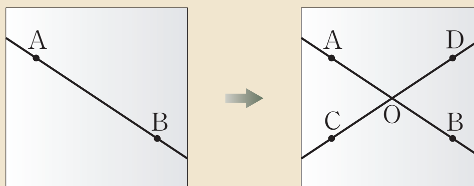


맞꼭지각이란 무엇인가?

탐 구 활 동

● 준비물
투명 종이, 연필, 자

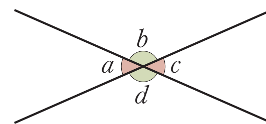
다음 그림과 같이 투명 종이 위에 한 점 O에서 만나는 두 직선 AB와 CD를 그리고 물음에 답하여 보자.



1 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OC}$가 겹치도록 접었을 때, $\angle AOD$와 $\angle COB$가 겹쳐지는지 알아보자.

2 점 O를 중심으로 $\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OD}$가 겹치도록 접었을 때, $\angle AOC$와 $\angle DOB$가 겹쳐지는지 알아보자.

3 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$가 만나서 생기는 네 개의 각 중에서 크기가 서로 같은 각을 찾아보자.



오른쪽 그림과 같이 서로 다른 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$를 두 직선의 **교각**이라고 한다. 특히 교각 중에서

$$\angle a\text{와 } \angle c, \quad \angle b\text{와 } \angle d$$

와 같이 서로 마주 보는 두 각을 **맞꼭지각**이라고 한다.

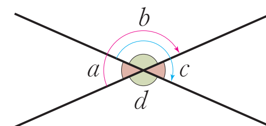
이때

$$\angle a + \angle b = 180^\circ, \quad \angle b + \angle c = 180^\circ$$

이므로 $\angle a + \angle b = \angle b + \angle c$에서

$$\angle a = \angle c$$

이다.



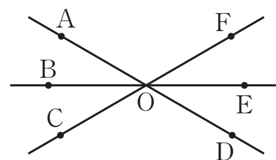
마찬가지로 $\angle b = \angle d$임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

맞꼭지각의 성질

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

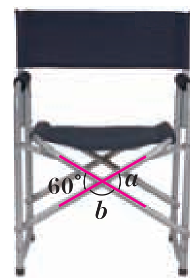
문제 3 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점 O에서 만날 때, 다음 각의 맞꼭지각을 말하여라.



(1) ∠AOB　　　　(2) ∠AOC

(3) ∠BOD　　　　(4) ∠EOF

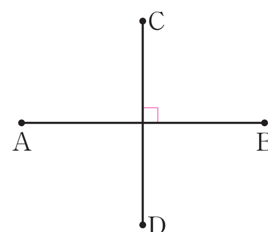
문제 4 오른쪽 그림에서 ∠a와 ∠b의 크기를 각각 구하여라.



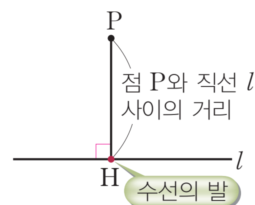
오른쪽 그림과 같이 두 선분 AB와 CD의 교각이 직각일 때, 이 두 선분은 서로 **직교**한다 또는 수직이다라고 하며, 이것을 기호로

$$\overline{AB} \perp \overline{CD}$$

와 같이 나타낸다. 이때 한 선분은 다른 선분의 수선이라고 한다.



오른쪽 그림과 같이 직선 l 위에 있지 않은 한 점 P에서 직선 l에 수선을 그었을 때, 그 교점 H를 점 P에서 직선 l에 내린 **수선의 발**이라고 한다. 이때 선분 PH의 길이를 점 P와 직선 l 사이의 거리라고 한다.

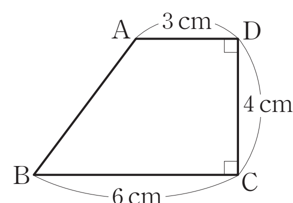


문제 5 오른쪽 사다리꼴 ABCD에서 다음을 구하여라.

(1) 변 BC와 직교하는 변

(2) 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발

(3) 점 D와 변 BC 사이의 거리



동위각, 엇각이란 무엇인가?

창의력 기르기

도로명 주소

예전에 쓰던 지번 주소는 1910년대 일제 강점기 시절 세금을 걷기 위해 토지를 나누면서 번호를 붙인 것이었다. 하지만 번지수만 보고는 위치를 찾기 어렵게 되어 '도로명 주소'라고 하는 현 주소 체계가 도입되었다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 단풍길과 솔길, 단풍길과 샘길이 각각 만날 때, 다음 물음에 답하여 보자.

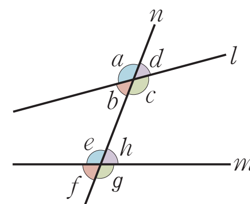
1 단풍길과 솔길의 교차로를 기준으로 도서관이 오른쪽 위에 있다고 할 때, 문방구는 단풍길과 샘길의 교차로를 기준으로 오른쪽 위에 있으므로 서로 같은 위치에 있다고 볼 수 있다. 우체국과 같은 위치에 있는 건물을 찾아보자.

2 단풍길과 솔길의 교차로를 기준으로 학교가 오른쪽 아래에 있다고 할 때, 병원은 단풍길과 샘길의 교차로를 기준으로 왼쪽 위에 있으므로 서로 엇갈린 위치에 있다고 볼 수 있다. 약국과 엇갈린 위치에 있는 건물을 찾아보자.

오른쪽 그림과 같이 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만나면 8개의 각이 생긴다. 이때

$$\angle a\text{와 } \angle e,\ \angle b\text{와 } \angle f,\ \angle c\text{와 } \angle g,\ \angle d\text{와 } \angle h$$

와 같이 같은 위치에 있는 두 각을 각각 서로 **동위각**이라고 한다. 또



$$\angle b\text{와 } \angle h,\ \angle c\text{와 } \angle e$$

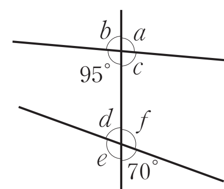
와 같이 엇갈린 위치에 있는 두 각을 각각 서로 **엇각**이라고 한다.

문제 6 오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) $\angle a$, $\angle b$의 동위각을 각각 말하여라.

(2) $\angle c$의 엇각을 말하여라.

(3) $\angle d$, $\angle e$, $\angle f$의 크기를 각각 구하여라.



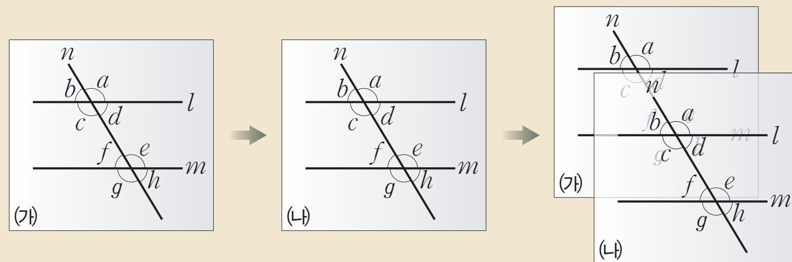
평행선과 동위각, 엇각은 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

●준비물
투명 종이, 연필, 자

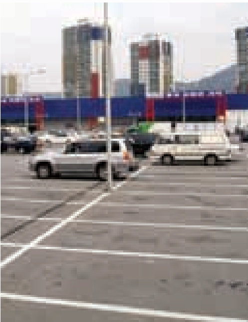
다음 과정에 따라 투명 종이 위에 선을 그리고 물음에 답하여 보자.

❶ 투명 종이 ㈎ 위에 서로 평행한 직선 l, m을 그리고, 그 두 직선과 만나는 직선 n을 그린다.
❷ 투명 종이 ㈏를 투명 종이 ㈎ 위에 대고 똑같이 세 직선을 따라서 그린다.
❸ 투명 종이 ㈏를 투명 종이 ㈎ 위에 올려놓고 움직여 본다.



1 투명 종이 ㈏를 움직여 동위각의 크기가 각각 같은지 알아보자.

2 투명 종이 ㈏를 움직여 엇각의 크기가 각각 같은지 알아보자.



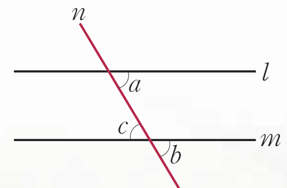
한 평면 위에 있는 두 직선 l, m이 만나지 않을 때, 두 직선은 서로 평행이라고 하며, 이것을 기호로

$$l /\!/ m$$

과 같이 나타낸다. 이때 서로 평행한 두 직선을 평행선이라고 한다.

일반적으로 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기는 서로 같고, 엇각의 크기도 서로 같다.

또 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기나 엇각의 크기가 각각 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다. 이를테면 오른쪽 그림에서



$\angle a = \angle b$이면 $l /\!/ m$

$\angle a = \angle c$이면 $l /\!/ m$

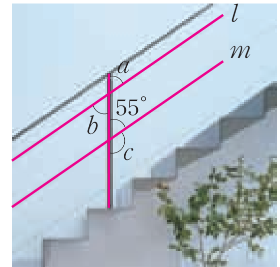
이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

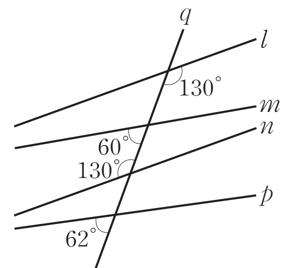
평행선의 성질

(1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다.
(2) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 서로 같다.
(3) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다.
(4) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다.

문제 7 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$의 크기를 각각 구하여라.

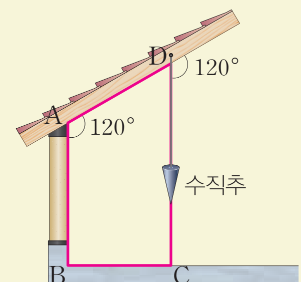


문제 8 오른쪽 그림에서 서로 평행한 두 직선을 찾아라.



창의 UP

오른쪽 그림과 같이 지붕과 벽이 이루는 각의 크기가 120°이고 수직추를 매단 줄과 지붕이 이루는 각의 크기도 120°였을 때, 선분 AB와 선분 BC가 수직임을 설명하여라. (단, 바닥은 수평면이다.)



1-3 위치 관계

● 점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있다.

평면에서 두 직선은 어떤 위치 관계에 있는가?

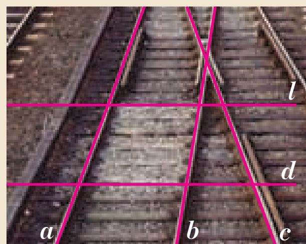
창의력 기르기

철도와 침목

침목은 레일을 정해진 위치에 고정하고, 기차가 지나가면서 누르는 힘을 분산하기 위하여 레일 밑에 가로로 깔아 놓은 것이다. 예전에는 목재를 주로 사용하였지만 요즈음은 콘크리트나 철재를 사용하기도 한다.

탐구 활동

오른쪽 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.



1 직선 l과 만나는 직선은 어느 것인가?

2 직선 l과 만나지 않는 직선은 어느 것인가?

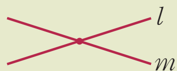
점과 직선의 위치 관계는 다음 두 가지 경우가 있음을 앞에서 배웠다.

(1) 점 A는 직선 l 위에 있다. (2) 점 A는 직선 l 위에 있지 않다.

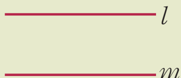
한편 한 평면 위에 있는 두 직선 l, m의 위치 관계는 다음 세 가지 경우가 있다.

한 평면에서 두 직선의 위치 관계

(1) 한 점에서 만난다.



(2) 평행하다.

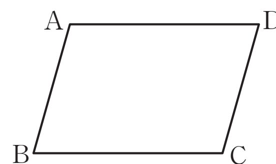


(3) 일치한다.

문제 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 다음을 말하여라.

(1) 변 AB와 평행한 변

(2) 변 BC와 만나는 변



공간에서 두 직선은 어떤 위치 관계에 있는가?

창의력 기르기 **입체 도로의 유용성**

교통량이 많은 주요 도로나 고속 국도에서 교차하는 부분을 평면적으로 만들면 교통이 혼잡해져서 차량이 정체되거나 사고가 많이 발생하게 된다. 따라서 교차하는 부분을 입체적으로 만들면 교통이 원활해지고 사고를 줄일 수 있다.

탐구 활동 **창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.**

1 직선 l과 평행한 직선은 어느 것인가?

2 직선 l과 만나지도 않고, 평행하지도 않는 직선은 어느 것인가?

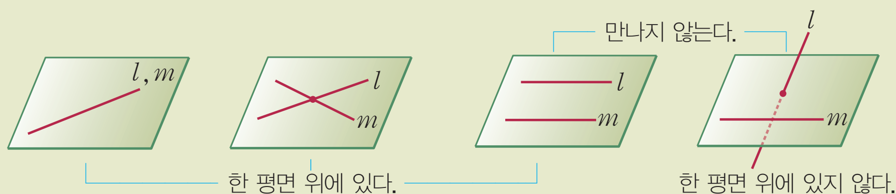
꼬인 위치에 있는 두 직선은 같은 평면 위에 있지 않다.

공간에서 두 직선이 서로 만나지도 않고 평행하지도 않을 때, 두 직선은 **꼬인 위치**에 있다고 한다.

공간에서 서로 다른 두 직선 l, m의 위치 관계는 다음 네 가지 경우가 있다.

공간에서 두 직선의 위치 관계

(1) 일치한다. (2) 한 점에서 만난다. (3) 평행하다. (4) 꼬인 위치에 있다.

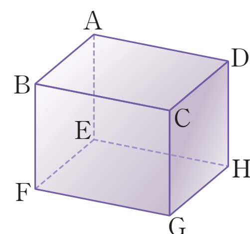


문제 2 오른쪽 직육면체에서 다음을 말하여라.

(1) 모서리 AB와 만나는 모서리

(2) 모서리 AD와 평행한 모서리

(3) 모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리



의사소통 공간에서 두 직선의 위치 관계를 보여 주는 예를 생활 주변에서 찾아 말하여 보자.

공간에서 직선과 평면은 어떤 위치 관계에 있는가?

창의력 기르기

가드펜스와 도로

차도와 인도 사이 또는 고속 국도의 중앙 분리대에 설치한 가드펜스는 자동차와 사람이 안전하게 이동할 수 있도록 하기 위하여 반드시 필요한 시설물이다. 요즈음은 직선, 곡선, 원 등을 사용하여 이것이 주변과 조화를 이루어 아름답고 개성 있는 공간이 되도록 만들고 있다.

탐구 활동

창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 지면과 한 점에서 만나는 직선은 어느 것인가?

2 지면과 만나지 않는 직선은 어느 것인가?

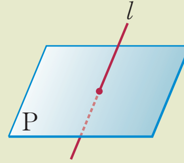
3 지면에 포함되는 직선은 어느 것인가?

공간에서 직선 l과 평면 P의 위치 관계는 다음 세 가지 경우가 있다.

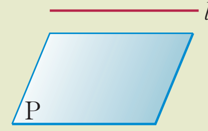
공간에서 직선과 평면의 위치 관계

(1) 포함된다.

(2) 한 점에서 만난다.



(3) 만나지 않는다.



공간에서 직선이 평면과 만나는 경우는 직선이 평면에 포함되거나 평면과 한 점에서 만나는 경우이다.

공간에서 직선과 평면의 위치 관계 (3)과 같이 직선 l이 평면 P와 만나지 않는 경우는 직선 l과 평면 P가 서로 평행하다고 하며, 이것을 기호로

$$l /\!/ \mathrm{P}$$

와 같이 나타낸다.

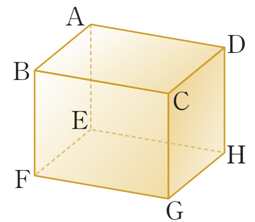
문제 3

오른쪽 직육면체에서 다음을 말하여라.

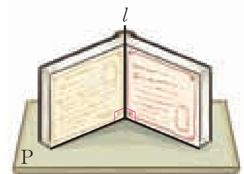
(1) 면 ABCD에 포함되는 모서리

(2) 면 ABCD와 평행한 모서리

(3) 모서리 AE와 한 점에서 만나는 면



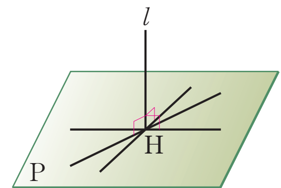
직선 l과 평면 P의 교점을 지나고 평면 P 위에 있는 두 개의 직선이 각각 직선 l에 수직이면 직선 l과 평면 P는 수직이다.



오른쪽 그림과 같이 직선 l과 평면 P가 한 점 H에서 만나고, 직선 l이 점 H를 지나는 평면 P 위의 모든 직선과 수직으로 만날 때, 직선 l과 평면 P는 수직이라고 하며, 이것을 기호로

$$l \perp \mathrm{P}$$

와 같이 나타낸다. 이때 직선 l은 평면 P의 수선이라고 한다.



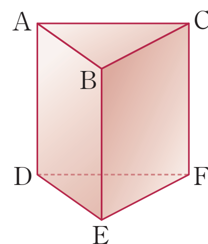
문제 4 오른쪽 삼각기둥에서 다음을 말하여라.

(1) 면 ABC와 평행한 모서리

(2) 면 BEFC와 평행한 모서리

(3) 모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리

(4) 모서리 AD와 수직인 면

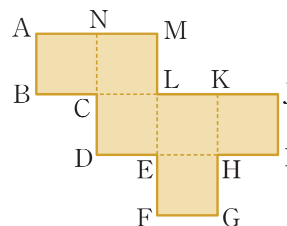


발전 문제 5 오른쪽과 같은 전개도로 만든 정육면체에 대하여 다음을 말하여라.

(1) 면 LEHK와 평행한 모서리

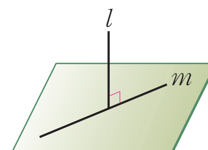
(2) 면 LEHK와 수직인 모서리

(3) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리



추론

한 직선 l이 평면과 한 점에서 만나고 그 점을 지나는 평면 위의 한 직선 m과 수직일 때, 직선 l은 그 평면과 수직이라고 할 수 있는지 설명하여 보자.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

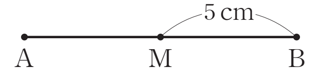
건축가

도형들의 성질과 특성을 알아보는 수학의 분야인 기하학은 오늘날에도 높은 빌딩이나 서해대교와 같은 긴 다리를 건설하는 데 반드시 필요하다. 빌딩이나 다리를 건설하기 위하여 기술적인 면과 예술적인 면을 생각하여 그림을 그리는 것을 설계라고 하며, 건축을 위한 설계나 건축 공사의 지휘와 감독을 전문으로 하는 사람을 건축가라고 한다.

중/단/원 기초

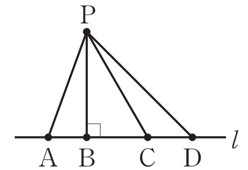
> 선분 AB의 중점을 M이라고 하면
> $\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

1 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고 $\overline{MB}=5\text{ cm}$일 때, 다음을 구하여라.



(1) 선분 AM의 길이　　(2) 선분 AB의 길이

2 오른쪽 그림에서 다음을 말하여라.

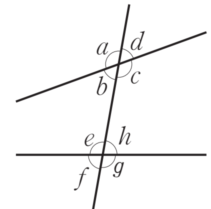


(1) 점 P에서 직선 l까지의 거리를 나타내는 선분

(2) 점 P에서 직선 l에 내린 수선의 발

(3) 직선 l과 수직인 선분

3 오른쪽 그림에서 다음을 말하여라.



(1) $\angle a$의 동위각

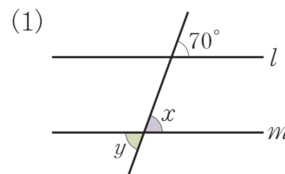
(2) $\angle c$의 엇각

(3) $\angle f$의 맞꼭지각

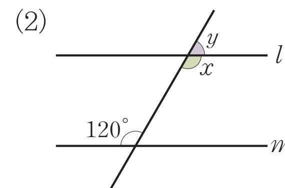
> 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

4 다음 그림에서 $l \mathbin{/\!/} m$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기를 각각 구하여라.

(1)

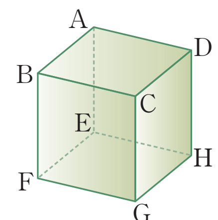


(2)



> 공간에서 두 직선이 만나지 않는 경우에는 평행인 경우와 꼬인 위치에 있는 경우가 있다.

5 오른쪽 정육면체에서 다음을 말하여라.

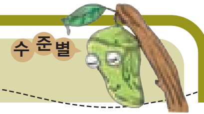


(1) 모서리 AB와 평행한 모서리

(2) 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리

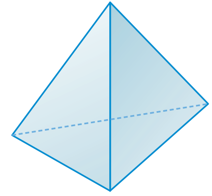
(3) 모서리 AB를 포함하는 면

중/단/원 기본



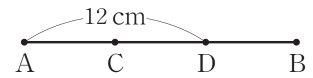
도형을 이루는 요소

1 오른쪽 그림에서 교점의 개수를 a개, 교선의 개수를 b개라고 할 때, $b-a$의 값을 구하여라.



직선, 반직선, 선분

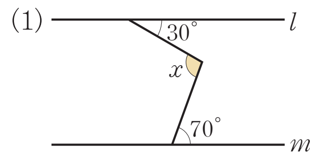
2 오른쪽 그림에서 점 C는 선분 AD의 중점이고, 점 D는 선분 BC의 중점이다. $\overline{AD}=12$ cm일 때, 선분 CB의 길이를 구하여라.



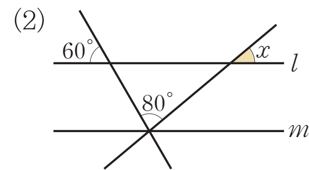
평행선과 동위각, 엇각의 관계

3 다음 그림에서 $l \mathbin{/\!/} m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)

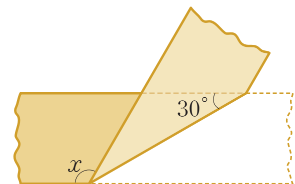


(2)



평행선과 동위각, 엇각의 관계

4 오른쪽 그림과 같이 종이테이프를 접었을 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



공간에서의 위치 관계

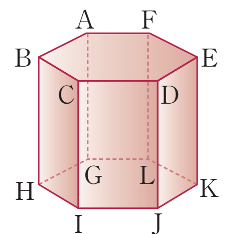
5 오른쪽 그림과 같이 밑면이 정육각형인 각기둥에서 다음을 말하여라.

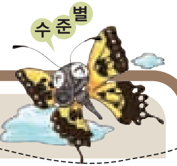
(1) 모서리 BC와 평행한 모서리

(2) 모서리 BH와 꼬인 위치에 있는 모서리

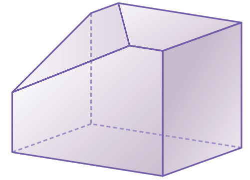
(3) 모서리 CI와 수직인 면

(4) 모서리 DJ와 평행한 면



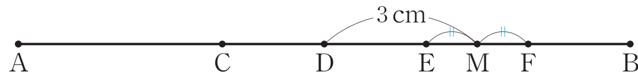


1 오른쪽 그림에서 교점의 개수를 a개, 교선의 개수를 b개, 면의 개수를 c개, 한 꼭짓점에서 만나는 교선의 개수를 d개라고 할 때, $a-b+c-d$의 값을 구하여라.

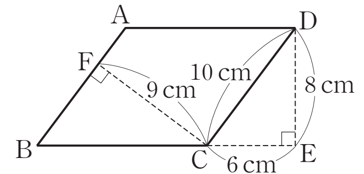


• 점 M이 선분 EF의 중점이고, 선분 DM의 길이는 선분 EM의 길이의 3배이다.

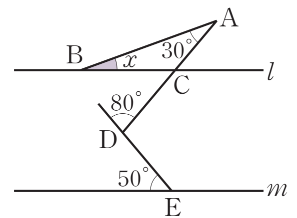
2 다음 그림과 같이 $\overline{AC}:\overline{BC}=1:2$이고, 선분 BC를 사등분하는 점 D, E, F가 있다. 선분 EF의 중점이 M이고 $\overline{DM}=3$ cm일 때, 선분 AB의 길이를 구하여라.



3 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 점 A와 $\overline{CD}$ 사이의 거리를 구하여라.

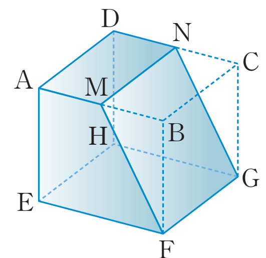


4 오른쪽 그림에서 $l \,/\!/\, m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



• 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않고, 만나지도 않고, 평행하지도 않는다.

5 오른쪽 그림은 정육면체에서 모서리 AB, CD의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, 그 정육면체를 평면 MFGN으로 잘라 만든 입체도형이다. 모서리 MN과 평행한 모서리의 개수를 a개, 모서리 MN과 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 b개라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

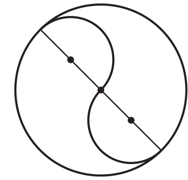


2 작도와 합동

준 | 비 | 학 | 습

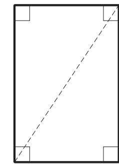
원으로 여러 가지 모양 만들기
원의 중심을 옮기거나 반지름의 길이를 다르게 하면 여러 가지 모양을 만들 수 있다.

1 자와 컴퍼스를 사용하여 오른쪽 그림과 같은 무늬를 그려라.



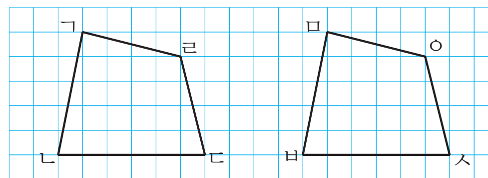
도형의 합동
모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다.

2 오른쪽 도형을 점선을 따라 잘랐을 때, 잘린 두 도형은 서로 합동인가?



합동인 도형
합동인 두 도형을 포개었을 때, 겹쳐지는 꼭짓점을 대응점, 겹쳐지는 변을 대응변, 겹쳐지는 각을 대응각이라고 한다.

3 다음 그림에서 두 도형이 합동일 때, 물음에 답하여라.



(1) 꼭짓점 ㄱ의 대응점을 말하여라.
(2) 변 ㄴㄷ의 대응변을 말하여라.
(3) 각 ㄱㄹㄷ의 대응각을 말하여라.

2-1 간단한 도형의 작도

- 작도의 뜻을 안다.
- 주어진 선분의 길이와 각의 크기가 같은 도형을 각각 작도할 수 있다.

작도란 무엇인가?

창의력 기르기

쌍둥이자리

겨울에 볼 수 있는 별자리 중에 쌍둥이자리에는 다음과 같은 이야기가 있다. 그리스 신화에서 주신인 제우스의 아들 중에 생김새도 많이 닮고 사이가 아주 좋아서 사람들이 쌍둥이로 생각하는 형제가 있었다. 그런데 어느 날 동생이 죽자 형은 제우스를 찾아가 자신의 남은 생명을 동생과 나누어 같이 살 수 있게 해 달라고 애원했다. 이를 가엽게 여긴 제우스는 형의 소원을 들어주었다. 그리고 이들이 죽은 후에도 언제나 함께 있을 수 있도록 하늘의 별자리로 만들어 주었다.

탐구 활동

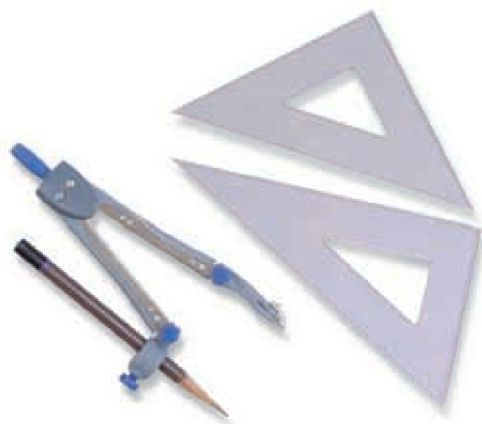
●준비물
눈금 없는 자, 컴퍼스, 연필

창의력 기르기의 그림에서 별들이 한 평면 위에 있다고 하자. 별 D에서 별 H까지의 거리를 a 광년이라고 할 때, 눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 별 F와 별 B, E, G, M을 각각 연결하는 선분을 그려 보자.

2 별 F로부터 거리가 a 광년인 별을 찾는 방법을 말하여 보자.

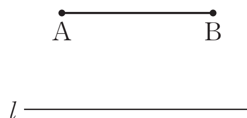
3 별 D로부터 거리가 a 광년 이하인 별들을 모두 찾아보자.



눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것을 **작도**라고 한다. 이때 눈금 없는 자는 두 점을 연결하는 선분을 그리거나 선분을 연장하는 데 사용하고, 컴퍼스는 원을 그리거나 주어진 선분의 길이를 옮기는 데 사용한다.

예 제 1

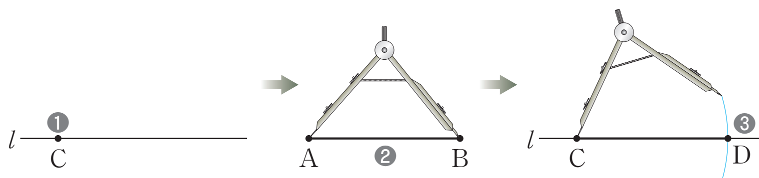
다음 그림의 선분 AB와 길이가 같은 선분 CD를 직선 l 위에 작도하여라.



● 풀이 ❶ 직선 l 위에 한 점 C를 잡는다.

❷ 컴퍼스를 선분 AB의 길이만큼 벌린다.

❸ 점 C를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 직선 l과 만나는 점을 D라고 한다. 이때 선분 CD가 구하는 선분이다.

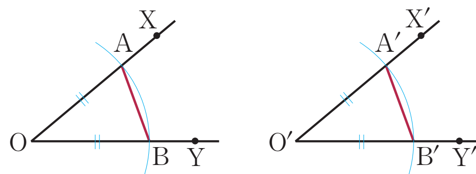


문 제

다음 그림의 선분 AB를 B 쪽으로 연장하여 그 길이가 선분 AB의 2배가 되는 선분 BC를 작도하여라.

이제 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도하는 방법에 대하여 알아보자.

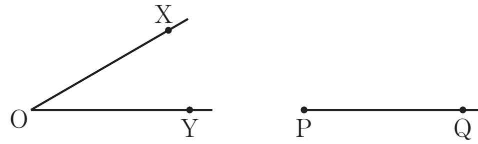
다음 그림과 같이 $\angle XOY$와 $\angle X'O'Y'$이 주어질 때, 점 O, O′을 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그려 점 A, B, A′, B′을 잡는다.



이때 $\overline{AB}=\overline{A'B'}$이면 $\angle AOB$와 $\angle A'O'B'$은 포개어진다. 따라서 이 사실을 이용하면 크기가 같은 각을 작도할 수 있다.

예 제 2

다음 그림의 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 작도하여라.



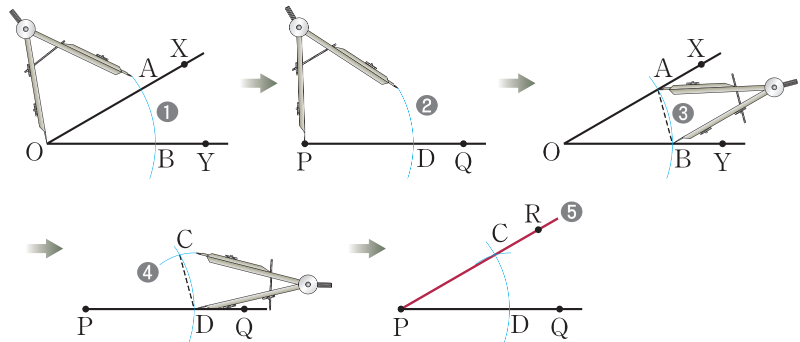
풀이 ❶ 점 O를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 반직선 OX, OY와 만나는 점을 각각 A, B라고 한다.

❷ 점 P를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그려 반직선 PQ와 만나는 점을 D라고 한다.

❸ ❶에서 선분 AB의 길이와 같게 컴퍼스를 맞춘다.

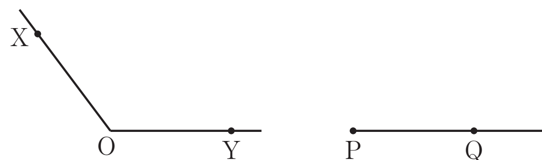
❹ 점 D를 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ❷에서 그린 원과 만나는 점을 C라고 한다.

❺ 점 P와 C를 지나는 반직선 PR를 그으면 ∠RPQ가 구하는 각이다.



문 제 2

다음 그림의 ∠XOY와 크기가 같은 각을 반직선 PQ를 한 변으로 하여 작도하여라.



2-2 삼각형의 작도와 합동

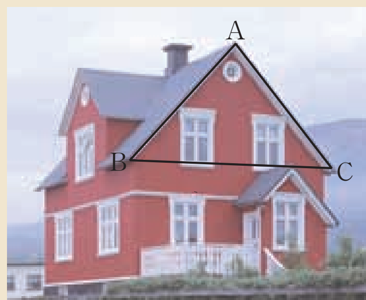
- 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있다.
- 삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있다.

삼각형에서 대변, 대각이란 무엇인가?

창의력 기르기

지붕의 모양

건물의 지붕을 설계할 때, 지붕의 각도는 여러 가지 조건을 감안하여 결정한다. 이를테면 바람이 많이 부는 지역에서는 지붕을 평평하게 만들어야 하고, 강수량이 많은 지역에서는 지붕을 뾰족하게 만들어야 한다. 또 삼각형 모양의 지붕 밑에 다락방을 만들 때에는 방의 크기나 용도에 따라 지붕의 각도를 결정해야 한다.



탐구 활동

창의력 기르기의 삼각형 ABC에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 점 A를 지나는 변을 모두 찾아보자.

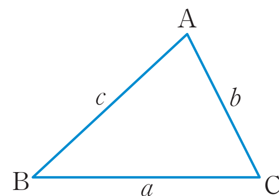
2 점 A와 만나지 않는 변을 찾아보자.

3 변 AC로 이룰 수 없는 각을 찾아보자.

세 꼭짓점이 A, B, C인 삼각형 ABC를 기호로

△ABC

와 같이 나타낸다.



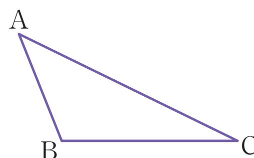
이때 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 **대변**이라 하고, ∠A를 변 BC의 **대각**이라고 한다. 한편 꼭짓점 A, B, C의 대변 BC, CA, AB를 각각 a, b, c로 나타내기도 한다.

문제 1

오른쪽 그림의 △ABC에서 다음을 말하여라.

(1) ∠B의 대변 (2) ∠C의 대변

(3) 변 AB의 대각 (4) 변 AC의 대각

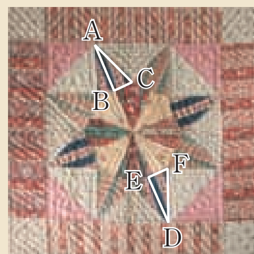


주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 어떻게 작도하는가?

창의력 기르기

퀼트 속의 도형

퀼트란 천을 조각낸 후 솜과 안감을 대고 도안대로 누벼 완성하는 작업을 말한다. 옛날에는 천 조각이나 버리는 천을 모아서 삼각형, 사각형 등과 같은 모양으로 자른 후 이어 붙여 일상생활에 필요한 것들을 만들어 재활용했지만 현재는 대부분 새 천을 사용하여 작품을 만들고 있다.



탐 구 활 동

창의력 기르기의 두 삼각형 ABC와 DEF는 합동이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 두 삼각형에서 길이가 같은 변의 쌍을 찾아보자.

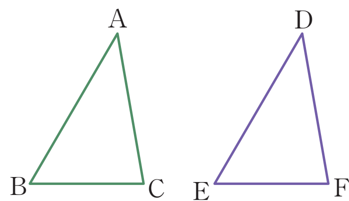
2 두 삼각형에서 크기가 같은 각의 쌍을 찾아보자.

모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 서로 합동이라고 한다. 이때 서로 합동인 두 도형에서 포개어지는 꼭짓점과 꼭짓점, 변과 변, 각과 각은 서로 **대응**한다고 한다.

오른쪽 그림의 △ABC와 △DEF가 서로 합동일 때, 이것을 기호로

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$$

와 같이 나타낸다.



두 도형이 합동이라는 것을 기호로 나타낼 때에는 두 도형의 꼭짓점을 대응하는 순서대로 쓴다.

이때 대응하는 각의 크기는 같고, 대응하는 변의 길이도 같다. 이를 기호로 나타내면 다음과 같다.

$$\angle A = \angle D,\quad \angle B = \angle E,\quad \angle C = \angle F$$

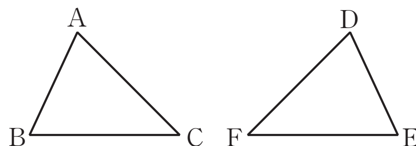
$$\overline{AB} = \overline{DE},\quad \overline{BC} = \overline{EF},\quad \overline{AC} = \overline{DF}$$

문제 2 오른쪽 그림에서 △ABC≡△DEF일 때, 다음을 말하여라.

(1) 점 B에 대응하는 점

(2) ∠C에 대응하는 각

(3) 변 BC에 대응하는 변



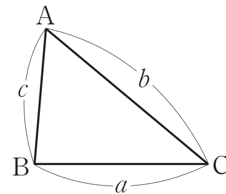
삼각형은 세 변과 세 각으로 이루어져 있고, 세 변의 길이와 세 각의 크기 중에서 몇 가지만 알면 삼각형을 작도할 수 있는 경우가 있다.

세 변의 길이가 주어질 때 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 삼각형을 작도할 수 있다.

먼저 세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

예제 1

세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.

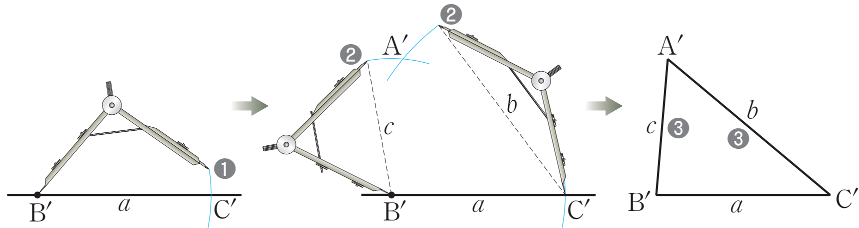


세 변의 길이가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

● 풀이 ❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.

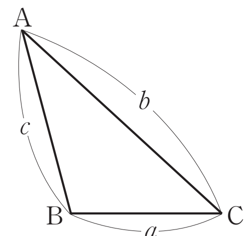
❷ 점 B′과 C′을 중심으로 하고, 선분 AB, AC의 길이를 반지름으로 하는 원을 각각 그려 이 두 원이 만나는 점을 A′이라고 한다.

❸ 점 A′과 B′, 점 A′과 C′을 각각 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



문제 3

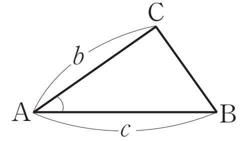
세 변의 길이를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



다음으로 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

예제 2

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



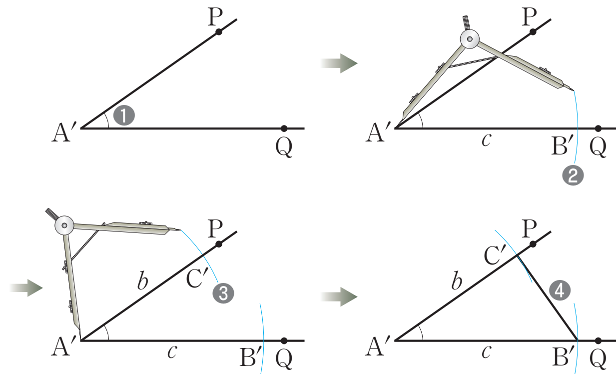
두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

풀이 ❶ ∠A와 크기가 같은 ∠PA′Q를 작도한다.

❷ 점 A′을 중심으로 하고, 선분 AB의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 A′Q와 만나는 점을 B′이라고 한다.

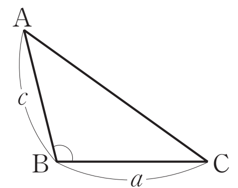
❸ 점 A′을 중심으로 하고, 선분 AC의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 반직선 A′P와 만나는 점을 C′이라고 한다.

❹ 점 B′과 C′을 이으면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



문제 4

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



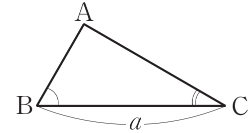
추론

문제 4에서 주어진 삼각형의 두 변 AC, BC의 길이와 ∠A의 크기를 이용하여 삼각형을 작도하여 보고, 삼각형 ABC와 합동인지 설명하여 보자.

마지막으로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도하는 방법을 알아보자.

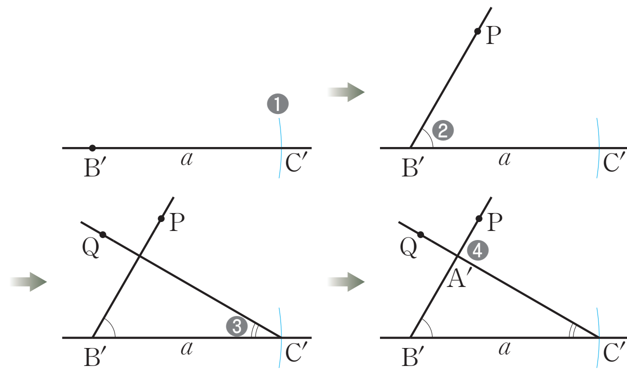
예 제 3

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



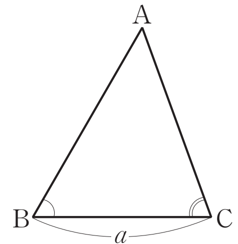
한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때 삼각형이 하나로 결정된다.

풀이 ❶ 한 직선을 긋고, 그 위에 선분 BC와 길이가 같은 선분 B′C′을 잡는다.
❷ ∠B와 크기가 같은 ∠PB′C′을 작도한다.
❸ ∠C와 크기가 같은 ∠QC′B′을 작도한다.
❹ 반직선 B′P와 반직선 C′Q의 교점을 A′이라고 하면 △A′B′C′이 구하는 삼각형이다.



문 제 5

한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



추 론

문제 5에서 주어진 삼각형의 세 각의 크기를 이용하여 삼각형을 작도하여 보고, 삼각형 ABC와 합동인지 설명하여 보자.

삼각형은 어떤 경우에 합동이 되는가?

탐 구 활 동

다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1 어떤 삼각형이 삼각형 ABC와 합동인지 알 수 있는 조건 중에 남학생이 말한 것 이외의 조건을 말하여 보자.

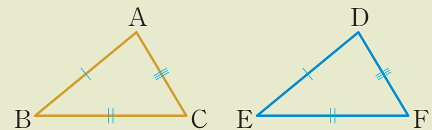
주어진 삼각형과 합동인 삼각형의 작도에서 살펴보았듯이 대응하는 모든 변과 모든 각을 비교하지 않아도 두 삼각형이 서로 합동이 됨을 알 수 있다.

즉, 다음과 같은 **삼각형의 합동조건**을 얻을 수 있다.

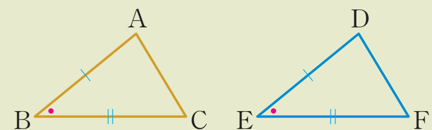
삼각형의 합동조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

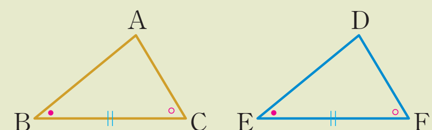
(1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때



(2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때



(3) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

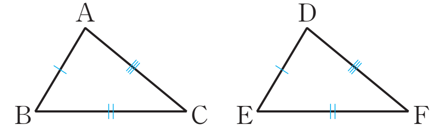


삼각형의 합동조건을 Side(변)와 Angle(각)의 첫 글자를 사용하여 간단히
(1) SSS 합동
(2) SAS 합동
(3) ASA 합동
으로 나타내기도 한다.

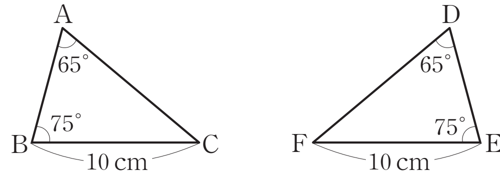
예를 들어 오른쪽 그림의 두 삼각형에서

$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

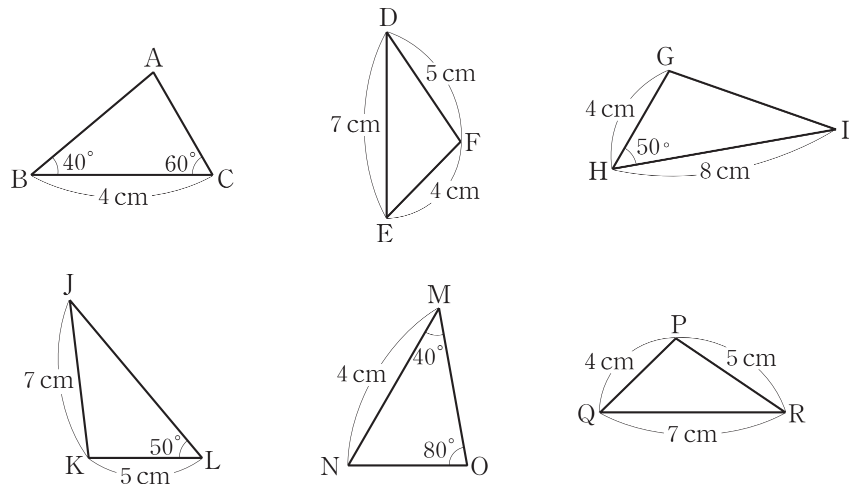
라고 하면 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$이다.



문제 6 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 합동조건을 말하여라.

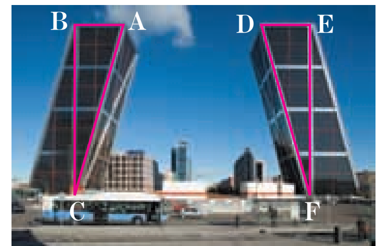


문제 7 다음 삼각형 중에서 서로 합동인 것을 모두 찾아 기호로 나타내고, 합동조건을 말하여라.



문제해결

오른쪽 그림의 두 삼각형 ABC와 DEF에서 두 변의 길이가 각각 같다. 이때 두 삼각형이 합동이 되기 위해 필요한 조건 한 가지를 더 구하여 보자.



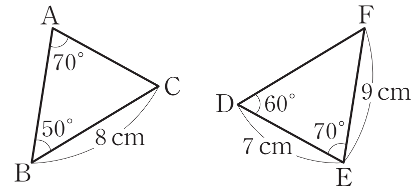
중 / 단 / 원 기 초

> 합동인 도형에서
> - 대응하는 두 변의 길이는 서로 같다.
> - 대응하는 두 각의 크기는 서로 같다.

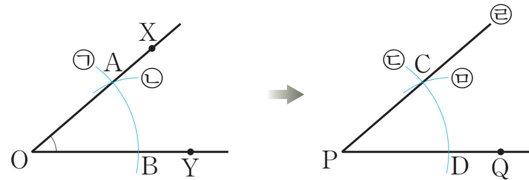
1 오른쪽 그림에서 두 삼각형이 서로 합동일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BC}$에 대응하는 변

(2) $\angle A$에 대응하는 각

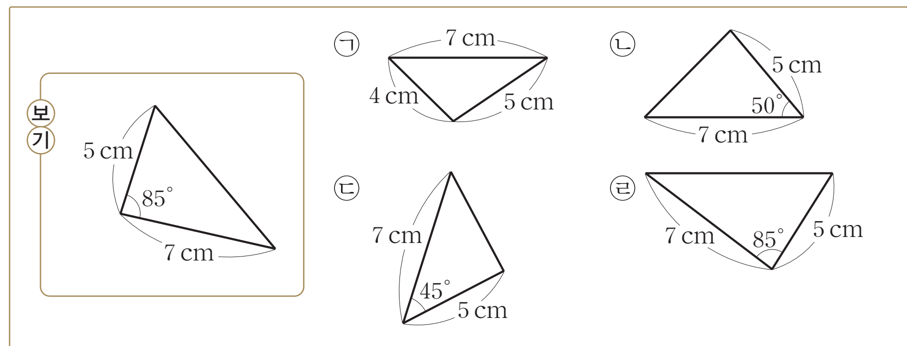


2 다음 그림은 $\angle XOY$와 크기가 같은 각을 작도하는 과정이다. 작도 순서를 바르게 나열하여라.

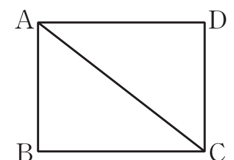


> 삼각형의 합동조건
> - SSS 합동
> - SAS 합동
> - ASA 합동

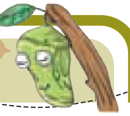
3 다음 중에서 보기의 삼각형과 합동인 것을 찾아라.



4 오른쪽 그림은 직사각형 ABCD의 한 대각선을 그은 것이다. 합동인 삼각형을 찾고, 합동조건을 말하여라.

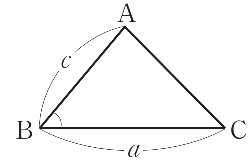


중 / 단 / 원 기본



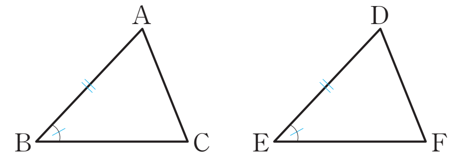
삼각형의 작도

1 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 주어진 삼각형과 합동인 삼각형 A′B′C′을 작도하여라.



삼각형의 합동조건

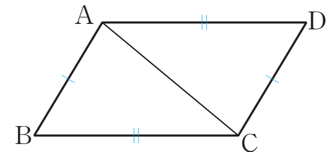
2 오른쪽 그림에서 △ABC와 △DEF가 합동이 되기 위해 더 필요한 조건을 모두 찾아라.



㉠ $\overline{BC}=\overline{EF}$	㉡ $\overline{AC}=\overline{DF}$
㉢ $\overline{BC}=\overline{DE}$	㉣ $\angle A=\angle D$

삼각형의 합동조건

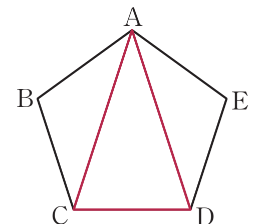
3 다음은 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이면 △ABC≡△CDA임을 설명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

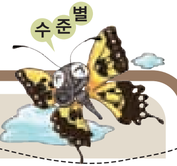


> △ABC와 △CDA에서
>
> $\overline{AB}=$ □, □ $=\overline{DA}$, □는 공통
>
> 이므로 두 삼각형은 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
>
> 따라서 △ABC≡△CDA이다.

삼각형의 합동조건

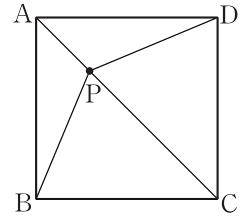
4 오른쪽 그림의 정오각형 ABCDE에 대하여 △ACD가 이등변삼각형임을 설명하여라.





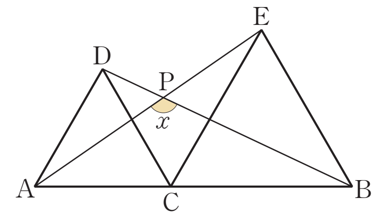
중/단/원 실력

1 오른쪽 그림은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AC}$ 위에 점 P를 잡아 $\overline{PB}$, $\overline{PD}$를 그린 것이다. 서로 합동인 삼각형을 찾아 기호로 나타내고, 합동인 이유를 설명하여라.

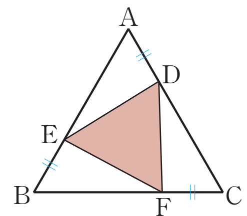


• △ACE≡△DCB임을 이용한다.

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 위에 한 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 만들 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

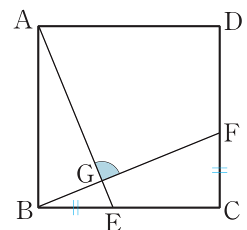


3 오른쪽 정삼각형 ABC에서 $\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$일 때, 삼각형 DEF는 어떤 삼각형인지 말하고, 그 이유를 설명하여라.



• $\angle BAE+\angle AEB=90^{\circ}$와 삼각형의 합동을 이용한다.

4 오른쪽 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE}=\overline{CF}$이고, $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 G라고 할 때, $\angle AGF$의 크기를 구하여라.



수행 과제

작도와 디자인

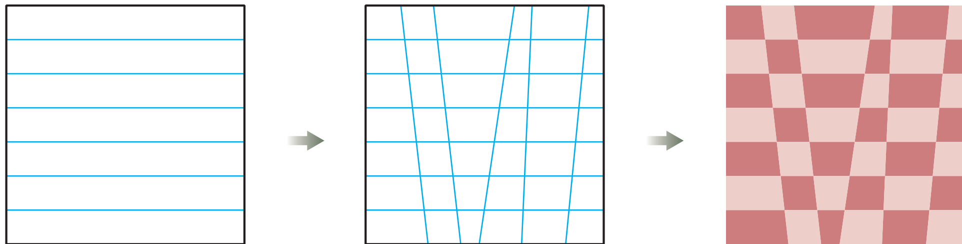
수학은 과학이나 공학뿐 아니라 미술이나 음악 같은 예술 분야에서도 활용되고 있다. 미술의 한 분야인 옵아트(op art)는 자와 컴퍼스로 선을 그리고 색칠하여 만들어 낼 수 있다.

과제 1 다음과 같이 옵아트 작품을 만들어 보자.

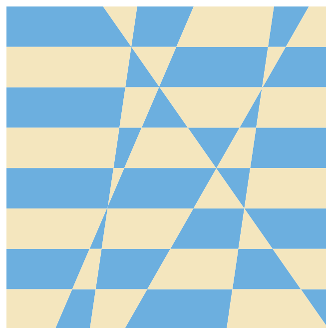
❶ 적당한 크기를 정하고, 일정한 간격으로 평행선을 긋는다.

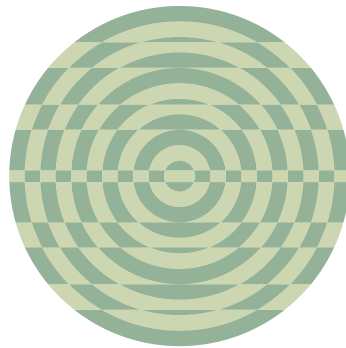
❷ 이 평행선들과 만나는 선을 적당히 그린다.

❸ 2가지 색을 골라서 번갈아 색칠한다.



과제 2 사각형과 직선, 원과 직선을 이용하여 자신만의 옵아트 작품을 만들어 보자.





학습에 대한 자/기/평/가

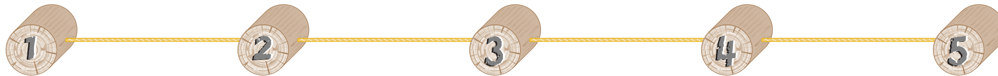
이름: ______________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		😟	😐	🙂
학습 내용	점, 선, 면, 각을 이해하였는가?			
	점, 직선, 평면의 위치 관계를 설명할 수 있는가?			
	평행선에서 동위각과 엇각의 성질을 이해하였는가?			
	주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있는가?			
	삼각형의 합동조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 합동인지 판별할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 점, 선, 면

교점 교선	(1) 교점: 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점 (2) 교선: 면과 면이 만나서 생기는 직선 또는 곡선
직선 반직선 선분	(1) 직선 AB($\overleftrightarrow{AB}$) (2) 반직선 AB($\overrightarrow{AB}$) (3) 선분 AB($\overline{AB}$)
두 점 사이의 거리	두 점을 이은 선분의 길이

2 각과 평행선

맞꼭지각의 성질	서로 다른 두 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.
평행선의 성질	(1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다. (2) 두 직선 l, m이 다른 한 직선 n과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기가 각각 서로 같으면 두 직선 l, m은 서로 평행하다.

3 위치 관계

평면에서 두 직선의 위치 관계	l, m (한 점에서 만난다) / l, m (평행하다) / l, m (일치한다)
공간에서 두 직선의 위치 관계	l, m / l, m / l, m / l, m
직선과 평면의 위치 관계	l, P / l, P / l, P

4 삼각형의 작도와 합동

작도	눈금 없는 자와 컴퍼스만을 사용하여 도형을 그리는 것
대변과 대각	삼각형 ABC에서 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 대변, ∠A를 변 BC의 대각이라고 한다.
합동인 삼각형의 작도	변의 길이와 각의 크기가 다음과 같이 주어진 삼각형과 합동인 삼각형을 작도할 수 있다. (1) 세 변의 길이 (2) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기 (3) 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기
삼각형의 합동조건	두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다. (1) 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 (2) 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 교점, 교선, 두 점 사이의 거리, 중점, 평각, 교각, 맞꼭지각, 직교, 수선의 발, 동위각, 엇각, 꼬인 위치, 작도, 대변, 대각, (도형의) 대응, 삼각형의 합동조건
- $\overleftrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$, ∠ABC, $\overline{AB}\perp\overline{CD}$, $l /\!/ m$, △ABC, ≡

만화로 보는 수학 이야기

똑같은 모양의 타일 주문은 어떻게?

생각 키/우/기 공장에서 똑같은 삼각형 모양의 타일을 만들기 위해 가게 주인이 알려 주어야 했던 것은 무엇인지 말하여 보자.

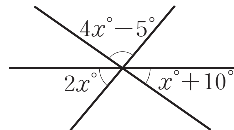
대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

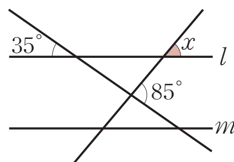
① 시작하는 점이 같은 두 반직선은 같은 반직선이다.
② 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다.
③ 두 점을 잇는 선 중에서 가장 짧은 것은 선분이다.
④ 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다.
⑤ 두 점 A와 B 사이의 거리는 선분 AB의 길이이다.

2 오른쪽 그림과 같이 세 직선이 한 점에서 만날 때, x의 값은?



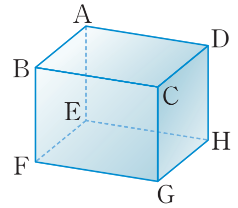
① 25 ② 28 ③ 30
④ 32 ⑤ 35

3 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$일 때, $\angle x$의 크기는?



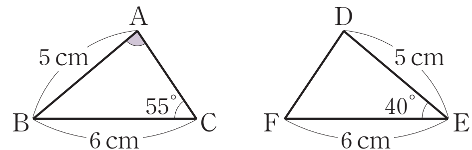
① 35° ② 45°
③ 50° ④ 60°
⑤ 85°

4 오른쪽 직육면체에 대한 다음 설명 중에서 옳은 것은?



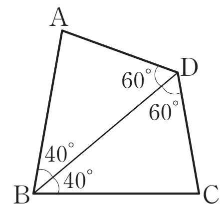
① 면 AEGC에 평행한 모서리는 없다.
② $\overline{AC}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 5개이다.
③ 면 AEGC와 수직인 모서리는 4개이다.
④ $\angle$FEG의 크기는 90°이다.
⑤ $\overline{AE}$에 수직인 면은 면 ABCD와 면 EFGH이다.

5 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, $\angle A$의 크기는?



① 90° ② 85° ③ 80°
④ 75° ⑤ 60°

6 오른쪽 그림에서 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$일 때, 사용된 합동조건은?

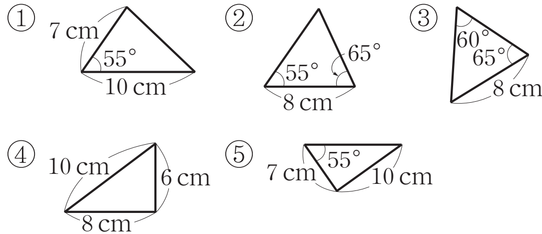


① 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.
② 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
③ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 두 각의 크기가 같다.
④ 세 각의 크기가 각각 같다.
⑤ 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.

7 △ABC에서 ∠B의 크기를 알고 있을 때, △ABC와 합동인 삼각형을 작도하려면 어떤 조건이 더 필요한가? (정답 2개)

① $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ ② $\overline{AB}$, ∠A
③ $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ ④ $\overline{AB}$, $\overline{AC}$
⑤ ∠A, ∠C

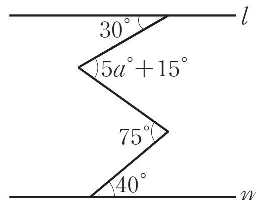
8 다음 삼각형 중에서 서로 합동인 두 삼각형을 고르면?



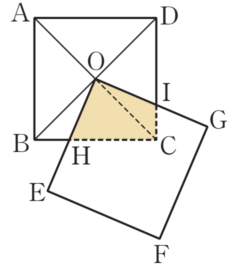
서/답/형

9 다음 그림에서 $\overline{AM}=\overline{MC}$, $\overline{CN}=\overline{NB}$, $\overline{AB}=24$ cm, $\overline{AC}$: $\overline{CB}$ =2 : 1일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하여라.

10 오른쪽 그림에서 $l \,/\!/\, m$일 때, a의 값을 구하여라.

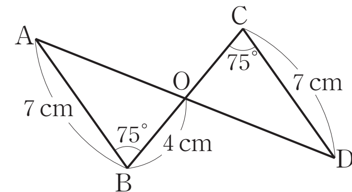


11 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형 모양의 스티커가 두 장 있다. 오른쪽 그림과 같이 스티커 한 장의 두 대각선의 교점을 O라 하고, 점 O에 다른 스티커의 한 꼭짓점을 놓을 때, 두 스티커가 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



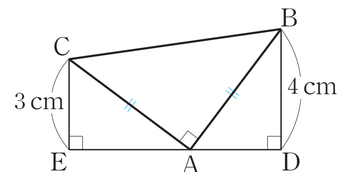
|서술형|

12 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 교점을 O라고 할 때, $\overline{CO}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

13 다음 그림에서 삼각형 ABC는 $\overline{AC}=\overline{AB}$, ∠CAB=90°인 직각삼각형이다. $\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CE}=3$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



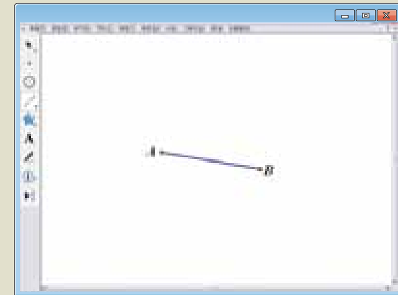
컴퓨터의 활용

컴퓨터를 이용하여 도형을 작도하여 보자.

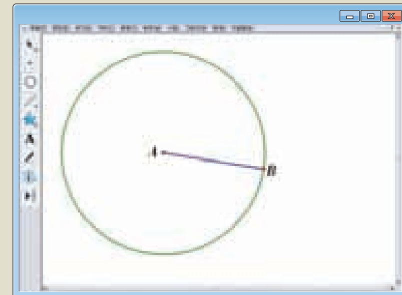
컴퓨터에서 작도 프로그램을 이용하여 정삼각형을 작도하여 보고, 정삼각형의 성질을 확인하여 보자.

1 정삼각형의 작도

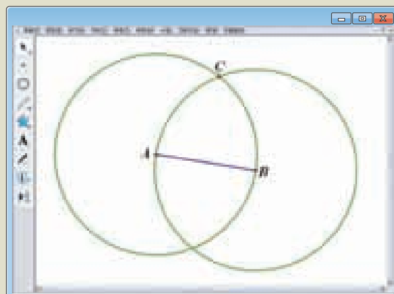
1. 선분 도구 아이콘 [선분 도구 아이콘]을 선택한 후 화면에 두 점을 클릭하면 선분 AB가 그려진다.
이때 점을 찍은 후 마우스 오른쪽 버튼을 클릭하여 [이름표 보이기]를 선택하면 두 점 A, B를 표시할 수 있다.

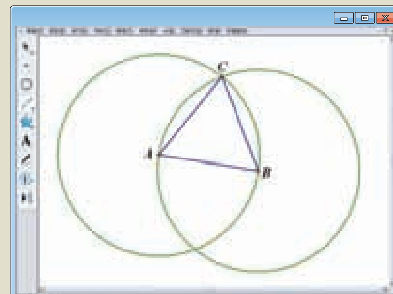


2. 원 도구 아이콘 [원 도구 아이콘]을 선택한 후 원의 중심 A와 점 B를 순서대로 클릭하면 $\overline{AB}$가 반지름인 원이 그려진다.



3. 마찬가지로 점 B가 원의 중심이고 $\overline{AB}$가 반지름인 원을 그리고, 화살표 도구 아이콘 [화살표 도구 아이콘]을 선택한 후 두 원이 만나는 점 중 하나를 클릭하여 점 C라고 표시한다. 선분 도구 아이콘 [선분 도구 아이콘]을 선택한 후 점 C와 선분 AB의 양 끝 점을 이어 정삼각형을 만든다.

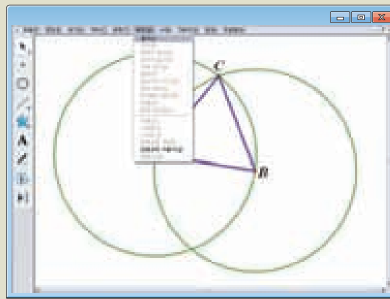
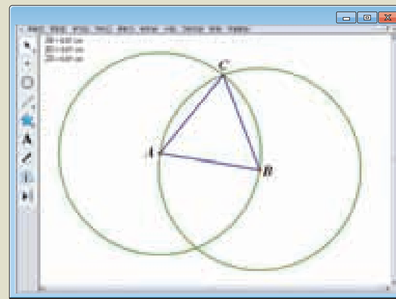




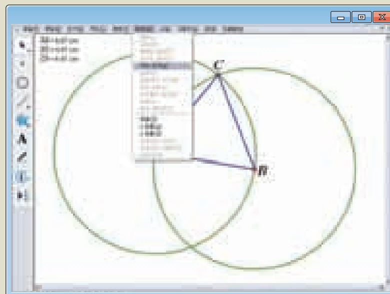
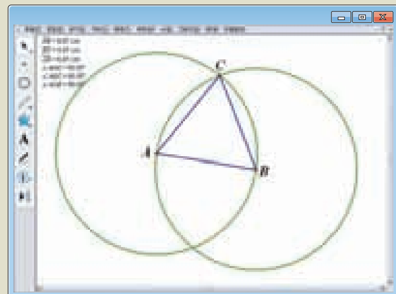
2 정삼각형의 성질

앞에서 만든 정삼각형 ABC의 크기를 조절하여 정삼각형의 성질을 확인하여 보자.

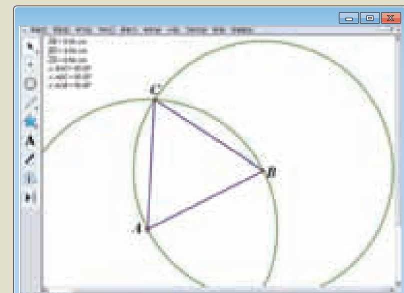
1. 화살표 도구 아이콘 을 선택한 후 변 AB, BC, CA를 클릭한다.
[측정] – [길이]를 선택하면 각 변의 길이가 표시된다.

2. 세 점 B, A, C를 순서대로 클릭하고 [측정] – [각의 크기]를 선택하면 ∠BAC의 크기가 표시된다. 같은 방법으로 세 점 A, B, C를 순서대로 선택하면 ∠ABC의 크기가, 세 점 A, C, B를 순서대로 선택하면 ∠ACB의 크기가 표시된다.

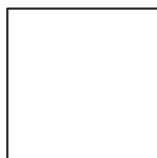
3. 점 A의 위치를 이동하여 보자.
정삼각형 ABC의 크기가 변하여도 세 변의 길이는 서로 동일하며 세 각의 크기는 60˚로 같은 것을 알 수 있다.

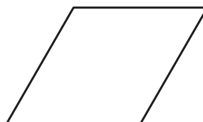


우리 주변에서 볼 수 있는
삼각형의 힘

주변을 둘러보면 빌딩이나 다리 등 많은 건축물에서 삼각형을 찾아볼 수 있다. 왜 삼각형 구조가 건축물에 많이 쓰이는 걸까? 그 이유는 삼각형이 쉽게 변형되지 않기 때문이다.

삼각형의 작도에서 알 수 있듯이 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 세 각의 크기를 결정할 수 있다. 다음 그림과 같이 네 변의 길이만 주어졌을 때 만들어지는 사각형이 여러 개 있을 수 있는 것과는 대조된다. 이것은 사각형의 경우 모서리만 밀어도 모양이 변할 수 있지만, 삼각형의 경우 변의 길이가 길어지거나 짧아지지 않는 한 그 모양이 변하지 않는다는 것을 설명해 준다.





일상생활에서 안정된 삼각형 구조를 이용한 경우는 많다.

다리가 세 개인 카메라 삼각대는 바닥이 울퉁불퉁한 경우에도 균형을 맞추어 흔들리지 않게 세울 수 있다. 그 외에도 선반 받침대, 자전거, 송전탑 등에서 삼각형을 찾아볼 수 있다.

삼각형은 그림을 그리거나 사진을 찍을 때에도 이용된다. 삼각형은 보는 사람으로 하여금 안정감을 느끼게 하기 때문에 미술 작품에 자주 쓰인다.

왼쪽 그림은 이탈리아의 화가 라파엘로(Raffaello Sanzio ; 1483~1520)의 작품이다. 가운데 인물의 머리를 꼭짓점으로 해서 양옆에 인물을 배치하여 전체적으로 삼각형을 이루고 있다. 그림을 볼 때 편안한 느낌을 받는 것에는 이러한 삼각형 구도도 한몫을 한다.

또한 여러 모양의 꽃꽂이에도 삼각형이 이용된다. 길고 큰 잎을 중심으로 좌우 대칭으로 꽂아 만든 삼각형 구도는 행사장의 장식 화환 등에서 자주 찾아볼 수 있다.

이렇듯 우리는 미처 깨닫지 못한 사이에도 생활 속에서 삼각형이 주는 안정감을 누리고 있다.

VI 평면도형

이 단원의 학습목표

1. 다각형의 성질을 이해한다.
2. 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.
3. 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

1. 다각형

2. 부채꼴

유적지의 오래된 건물 벽을 살펴보면 평면도형을 반복적으로 사용하여 아름다운 문양을 만든 것을 쉽게 볼 수 있다. 그중 가장 대표적인 것은 스페인 그라나다의 무어 왕조의 요새인 알람브라 궁전이다. 이 궁전은 1238년부터 1358년까지 약 120년에 걸쳐 세워졌으며, 도형과 도형 사이의 관계를 잘 이용하여 만든 문양은 신비로운 느낌을 준다.

아랍어로 '붉은 성'이란 뜻인 알람브라 궁전은 공간과 빛, 물과 장식이 신비롭게 조화된 건물로 이슬람 건축의 최고 걸작으로 평가된다. 종유석 모양의 장식인 모카라베, 덩굴무늬와 기하학적 무늬가 융합된 아라베스크에서 이러한 모습을 볼 수 있다. 평면도형의 성질을 잘 이해하면 알람브라 궁전과 같은 아름다운 건축물의 매력을 한층 더 깊이 느낄 수 있다.

단원의 연계성

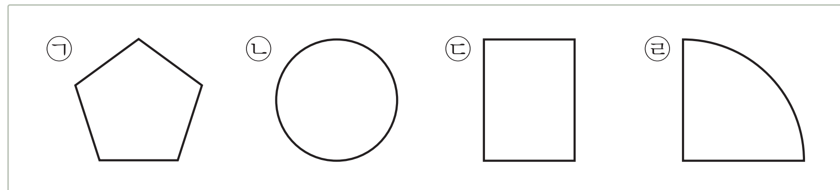
이전에 배운 내용	이 단원에서 공부할 내용	이후에 배울 내용
[초3~4학년군] 원의 구성 요소 여러 가지 삼각형 여러 가지 사각형 다각형 각도 [초5~6학년군] 비례식과 비례배분 원주율과 원의 넓이	1. 다각형 다각형의 성질 다각형의 내각과 외각 2. 부채꼴 부채꼴의 중심각과 호의 관계 부채꼴의 호의 길이와 넓이	[중1~3학년군] 삼각형의 성질 사각형의 성질 도형의 닮음 닮음의 활용 원과 직선 원주각

1 다각형

준 | 비 | 학 | 습

다각형과 대각선
- 다각형: 선분으로만 둘러싸인 평면도형
- 대각선: 다각형에서 서로 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분

1 다음 그림을 보고, 물음에 답하여라.



(1) 다각형을 모두 찾아라.

(2) 다각형인 그림에 대각선을 모두 그려라.

삼각형과 사각형의 각의 크기의 합
- 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이다.
- 사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이다.

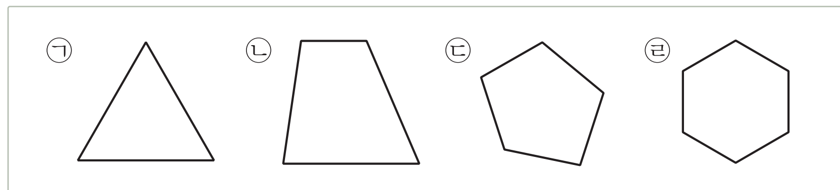
2 다음 다각형에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) (2)

정다각형

변의 길이가 모두 같고, 각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.

3 다음 그림에서 정다각형을 모두 찾고, 그것의 이름을 말하여라.



1-1 다각형의 성질

● 다각형의 성질을 이해한다.

다각형이란 무엇인가?

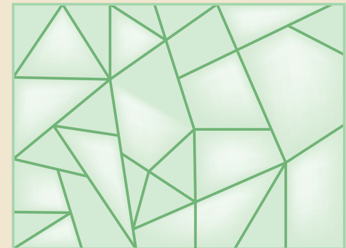
창의력 기르기

모자이크

모자이크는 여러 가지 색깔의 돌이나 유리, 금속, 조개껍데기, 타일 따위를 조각조각 붙여서 무늬나 그림 모양을 표현하는 기법이다. 바닥이나 벽면, 표면 등을 장식하는 데 이용되는 이 기법은 조각들을 잘게 부수어 짜 맞출수록 자연스럽고 사실적인 표현이 가능해진다.

탐구 활동

오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 그림에서 찾을 수 있는 다각형을 모두 말하여 보자.

2 1에서 찾은 다각형의 선분과 각의 개수를 각각 말하여 보자.

선분으로만 둘러싸인 평면도형을 다각형이라고 함을 초등학교에서 배웠다.

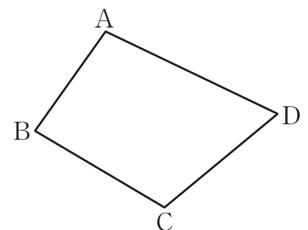
이때 선분의 개수가 3개, 4개, 5개, …인 다각형을 각각 삼각형, 사각형, 오각형, …이라 하고, 선분의 개수가 n개인 다각형을 n각형이라고 한다.

● 다각형이라고 할 때에는 오른쪽 그림과 같이 오목한 것은 생각하지 않기로 한다.

다각형은 보통 꼭짓점의 기호를 차례로 써서 나타낸다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같이 4개의 선분으로 둘러싸인 도형이면

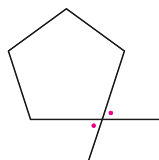
사각형 ABCD

와 같이 나타낸다.



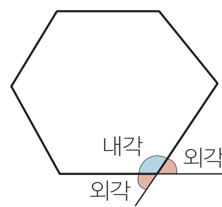
내각, 외각에서 '내(內)'는 '안쪽', '외(外)'는 '바깥쪽'이라는 뜻이다.

한 내각에 대한 외각은 2개이지만 두 외각은 서로 맞꼭지각이므로 그 크기가 같다. 따라서 외각은 하나만 생각한다.

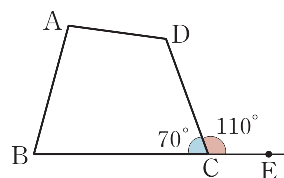


다각형에서 각 선분을 다각형의 변, 변과 변이 만나는 점을 다각형의 꼭짓점, 이웃하는 두 변으로 이루어진 각을 다각형의 각 또는 **내각**이라고 한다.

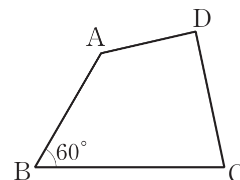
또 다각형의 한 꼭짓점에서 한 변과 그 변에 이웃한 변의 연장선이 이루는 각을 그 내각의 **외각**이라고 한다.



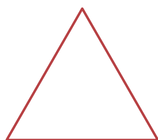
보기 오른쪽 사각형 ABCD의 한 내각인 ∠DCB의 외각은 ∠DCE이다. 또 ∠DCB$=70^\circ$이므로 ∠DCE$=110^\circ$이다.

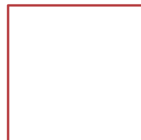


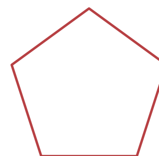
문제 오른쪽 사각형 ABCD에서 ∠B의 외각을 그리고, 그 크기를 구하여라.



모든 변의 길이와 모든 내각의 크기가 각각 같은 다각형을 정다각형이라 하고, 변의 개수에 따라 정삼각형, 정사각형, 정오각형, ⋯, 정n각형이라고 한다.


정삼각형


정사각형


정오각형

의사소통 우리 주변에서 볼 수 있는 정오각형, 정육각형, 정팔각형 모양을 찾아서 말하여 보자.

다각형의 대각선의 개수를 구할 수 있는가?

창의력 기르기

악수

악수는 두 사람이 손을 맞잡은 후에 그 손을 위아래로 가볍게 흔드는 일로 대개 만날 때, 헤어질 때, 축하할 때, 합의를 이끌어 냈을 때 한다.
오늘날의 악수는 선의를 보이기 위한 것이지만, 처음에는 무기를 손에 쥐고 있지 않다는 것을 보이기 위해 시작되었다고 한다.

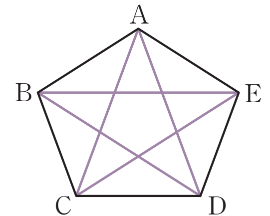
탐 구 활 동

오른쪽 그림과 같이 5명의 학생 A, B, C, D, E가 둥글게 손을 잡고 서 있다. 서로 잡았던 손을 놓고 자신과 손을 잡지 않았던 사람들과 서로 한 번씩 악수를 한다고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 5명의 학생이 서 있는 곳을 꼭짓점으로 하여 다각형을 그린다면 어떤 도형이 그려지겠는가?

2 학생들이 악수를 하는 총 횟수를 말하여 보자.

탐구 활동에서 5명의 학생 A, B, C, D, E가 서로 악수를 한 것을 오른쪽 그림과 같이 선으로 연결하면 오각형 ABCDE의 대각선으로 나타낼 수 있다.



다각형에서 대각선은 서로 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분을 말한다.

오각형 ABCDE의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(5-3)$개이므로 5개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 모든 대각선의 개수는 $5\times(5-3)=10$(개)이다.

두 대각선 AC와 CA는 같다.

그런데 꼭짓점 A에서 꼭짓점 C로 그은 대각선과 꼭짓점 C에서 꼭짓점 A로 그은 대각선은 같으므로 10개의 대각선은 한 대각선을 두 번씩 계산한 결과이다.

따라서 오각형의 대각선의 총수는 다음과 같다.

$$\frac{5\times(5-3)}{2}=5(\text{개})$$

이와 같이 생각하면 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이다.

또한 n개의 꼭짓점에서 그을 수 있는 모든 대각선의 개수는 $n(n-3)$개이다. 이것은 한 대각선을 두 번씩 계산한 결과이므로 n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개임을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 대각선의 개수

(1) n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이다.

(2) n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개이다.

문제 2

한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 7개인 다각형의 이름을 말하여라.

문제 3

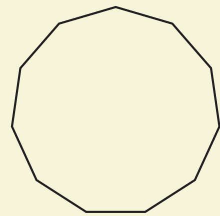
다음 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

(1) 사각형　　(2) 육각형

(3) 팔각형　　(4) 십이각형

창의 UP

오른쪽 그림과 같은 정십일각형에서 길이가 서로 다른 대각선의 개수를 구하여라.



추론

n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 $(n-3)$개인 이유를 설명하여 보자.

1-2 다각형의 내각과 외각

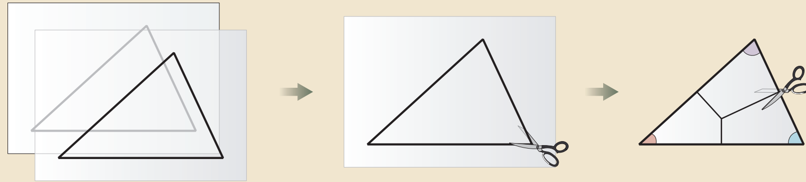
● 다각형의 내각과 외각의 크기의 합을 구할 수 있다.

삼각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?

탐구 활동

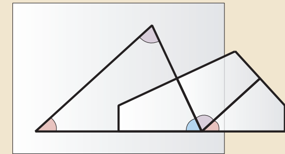
● **준비물**
종이, 투명 종이, 연필, 자, 가위

종이에 삼각형을 그린 다음 투명 종이를 대고 본을 뜬다. 투명 종이에 그려진 삼각형을 다음 그림과 같이 오려서 세 부분으로 나누고, 물음에 답하여 보자.



1 오른쪽 그림과 같이 세 내각을 한 점에 모아 보자.

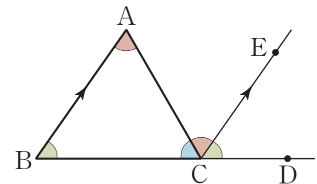
2 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 얼마인가?



삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$임을 초등학교에서 배웠다.

이제 평행선의 성질을 이용하여 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$임을 확인하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 C를 지나고 변 AB에 평행한 직선 CE를 그으면



● $\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$이므로
$\angle A = \angle ACE$ (엇각)
$\angle B = \angle ECD$ (동위각)

$$\angle A = \angle ACE, \quad \angle B = \angle ECD$$

이므로

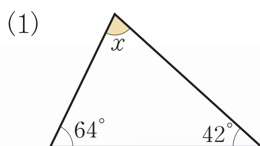
$$\begin{aligned}\angle A + \angle B + \angle C &= \angle ACE + \angle ECD + \angle ACB \\ &= \angle BCD \\ &= 180° \text{ (평각)}\end{aligned}$$

이다.

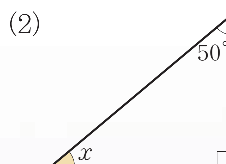
따라서 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 확인할 수 있다.

문제 | 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)

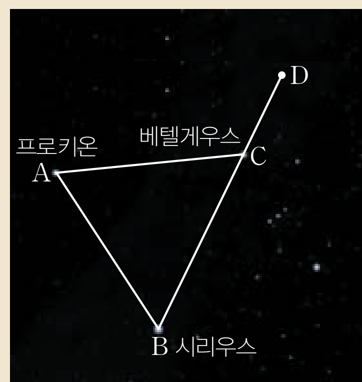


삼각형의 내각과 외각 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기

별자리

밤하늘에는 계절마다 각각 잘 보이는 별자리들이 있다. 특히 겨울에는 오리온자리의 베텔게우스, 큰개자리의 시리우스, 작은개자리의 프로키온이 거대한 삼각형을 이루며 빛나기 때문에 이것을 '겨울의 대삼각형'이라고 부른다. 또 이 별들은 겨울철 다른 별자리를 찾는 데 길잡이 역할을 한다.



탐구 활동

창의력 기르기의 그림에서 프로키온을 A, 시리우스를 B, 베텔게우스를 C라 하고 선분 BC의 연장선을 선분 CD라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 삼각형 ABC에서 세 내각의 크기의 합인 $\angle A+\angle B+\angle C$는 몇 도인가?

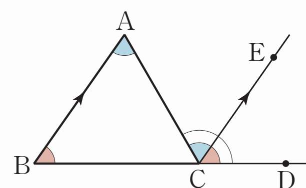
2 선분 BD 위에 있는 두 각의 크기의 합인 $\angle ACB+\angle ACD$는 몇 도인가?

3 $\angle A+\angle B$와 $\angle ACD$의 크기를 비교하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 꼭짓점 C를 지나고 변 AB에 평행한 직선 CE를 그으면

$$\angle ACE+\angle ECD=\angle A+\angle B$$

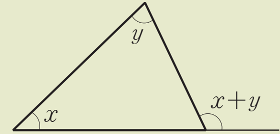
이다. 따라서 $\angle C$의 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합인 $\angle A+\angle B$와 같음을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 내각과 외각 사이의 관계

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

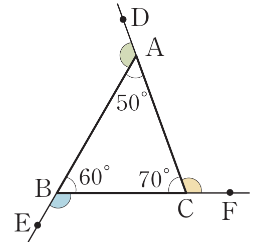


보기 오른쪽 그림의 삼각형 ABC에서 세 외각의 크기는

$\angle DAB = \angle B + \angle C = 60^\circ + 70^\circ = 130^\circ$

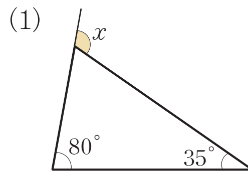
$\angle EBC = \angle A + \angle C = 50^\circ + 70^\circ = 120^\circ$

$\angle FCA = \angle A + \angle B = 50^\circ + 60^\circ = 110^\circ$

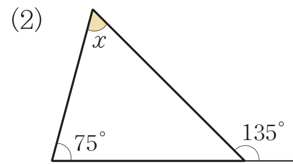


문제 2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

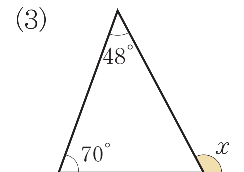
(1)



(2)



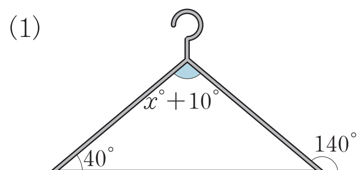
(3)



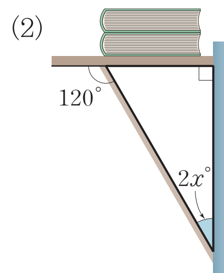
문제 3 문제 2와 같이 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계에 대한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제 4 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



다각형의 내각의 크기의 합은 얼마인가?

창의력 기르기

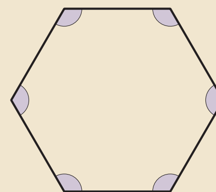
벌집

벌집은 정육각형 모양의 방들로 이루어져 있는데, 그 이유는 최소의 재료로 최대의 공간을 만들기 위함이다. 그래서 정삼각형이나 정사각형보다 정육각형으로 이루어진 집에 훨씬 많은 꿀을 채울 수 있다.

탐 구 활 동

● 준비물
각도기

오른쪽 그림은 벌집의 방을 이루는 정육각형이다. 이 정육각형을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

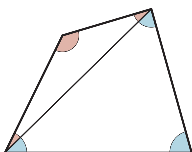
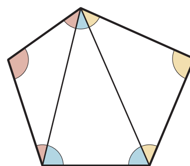
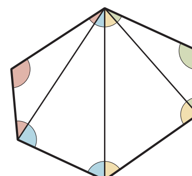


1 각도기로 정육각형의 한 내각의 크기를 재어 보고, 모든 내각의 크기의 합을 구하여 보자.

2 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그려서 정육각형을 여러 개의 삼각형으로 나누어 보자.

3 **2**에서 만들어진 모든 삼각형의 내각의 크기의 총합을 구하여 **1**에서 구한 정육각형의 모든 내각의 크기의 합과 비교하여 보자.

다음 그림과 같이 사각형, 오각형, 육각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 각각 2개, 3개, 4개의 삼각형으로 나누어진다.

그런데 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이므로 사각형, 오각형, 육각형의 내각의 크기의 합은 각각

$$180^\circ \times 2 = 360^\circ,\quad 180^\circ \times 3 = 540^\circ,\quad 180^\circ \times 4 = 720^\circ$$

이다.

일반적으로 n각형은 한 꼭짓점에서 그은 대각선에 의하여 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어지므로 n각형의 내각의 크기의 합은

$$180^\circ \times (n-2)$$

이다.

특히 정다각형은 내각의 크기가 모두 같으므로 정n각형의 한 내각의 크기는 내각의 크기의 합을 n으로 나눈

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

다각형의 내각의 크기

(1) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이다.

(2) 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$이다.

보기 정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$이다.

문제 5 다음 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

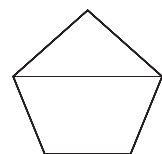
(1) 칠각형 (2) 십각형

문제 6 다음 정다각형의 한 내각의 크기를 구하여라.

(1) 정팔각형 (2) 정십이각형

문제해결

오른쪽 그림은 오각형에 대각선을 하나 그어서 오각형을 두 다각형으로 나눈 것이다. 이를 이용하여 오각형의 내각의 크기의 합이 얼마인지 구하여 보자.

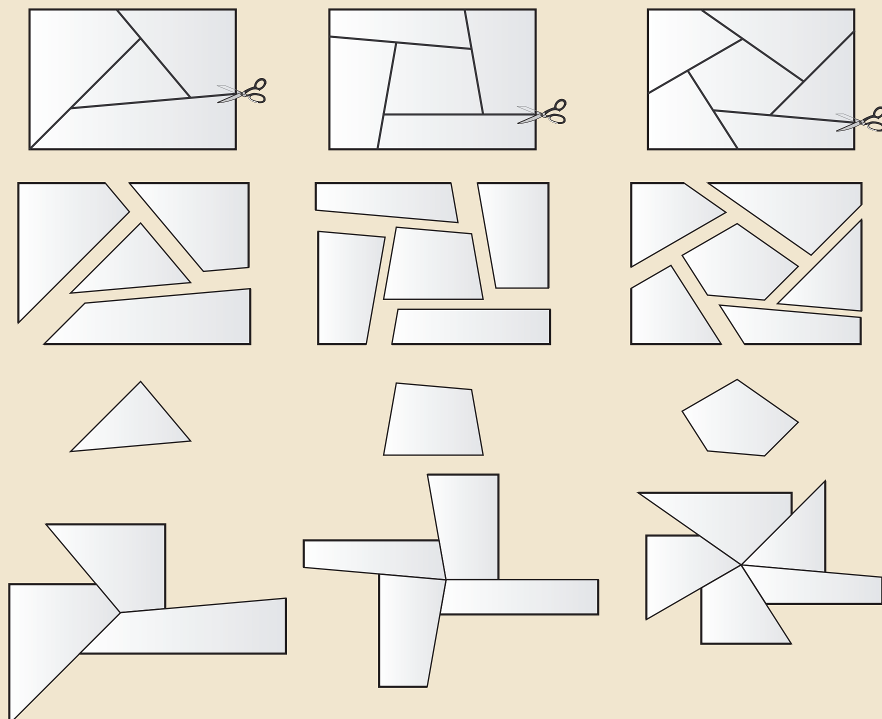


다각형의 외각의 크기의 합은 얼마인가?

탐 구 활 동

●**준비물**
종이, 연필, 자, 가위

다음 그림과 같이 종이에 삼각형, 사각형, 오각형을 그리고 각 도형의 변을 연장한 후 선을 따라 오린다. 외각을 한 점에 모아 보고, 물음에 답하여 보자.



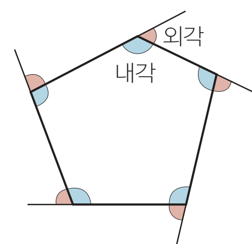
1 삼각형, 사각형, 오각형의 외각의 크기의 합은 각각 몇 도인가?

2 육각형, 칠각형, …을 종이에 그려 위와 같은 방법으로 만들어 보고, 외각의 크기의 합은 얼마인지 말하여 보자.

오른쪽 오각형의 각 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 오각형의 모든 꼭짓점에서의 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ \times 5$이다. 즉,

$$\begin{aligned}&(\text{내각의 크기의 합})+(\text{외각의 크기의 합})\\&=180^\circ \times 5\end{aligned}$$

이다.



그런데 오각형의 내각의 크기의 합이 $180° \times (5-2)$이므로

$$(\text{외각의 크기의 합}) = 180° \times 5 - (\text{내각의 크기의 합})$$
$$= 180° \times 5 - 180° \times (5-2)$$
$$= 900° - 540°$$
$$= 360°$$

이다.

다각형의 외각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 관계없이 항상 360°이다.

일반적으로 n각형에는 n개의 꼭짓점이 있으므로 n각형의 외각의 크기의 합은

$$(\text{외각의 크기의 합}) = 180° \times n - (\text{내각의 크기의 합})$$
$$= 180° \times n - 180° \times (n-2)$$
$$= 180° \times n - 180° \times n + 180° \times 2$$
$$= 360°$$

이다.

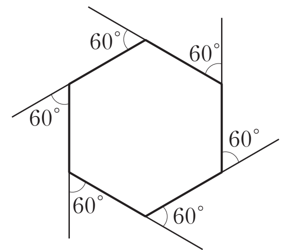
특히 정다각형은 외각의 크기가 모두 같으므로 정n각형의 한 외각의 크기는 외각의 크기의 합을 그 꼭짓점의 개수인 n으로 나눈 것과 같다.

즉, 정n각형의 한 외각의 크기는

$$\frac{360°}{n}$$

이다.

예를 들어 오른쪽 그림과 같이 정육각형의 외각의 크기의 합은 360°이고, 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{6} = 60°$이다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

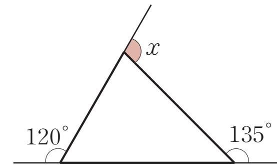
다각형의 외각의 크기

(1) n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

(2) 정n각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{n}$이다.

예 제 1

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



● 풀이 삼각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$$\angle x+120°+135°=360°$$

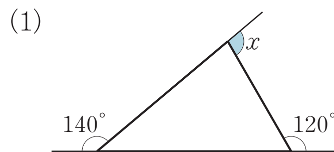
따라서 $\angle x=105°$이다.

답 ● $105°$

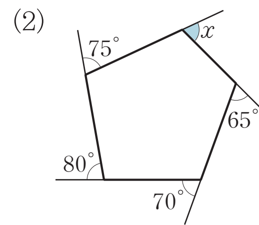
문 제 7

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



문 제 8

문제 7과 같이 다각형의 외각의 크기를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문 제 9

다음 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

(1) 정삼각형 (2) 정사각형

(3) 정팔각형 (4) 정십각형

의사소통

다각형의 내각의 크기의 합을 알면 다각형의 이름을 알 수 있지만 다각형의 외각의 크기의 합으로는 다각형의 이름을 알 수 없다. 그 이유를 토의하여 보자.

> n각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$개이다.

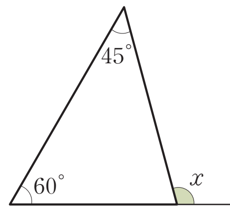
1 칠각형에 대하여 다음을 구하여라.

(1) 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수

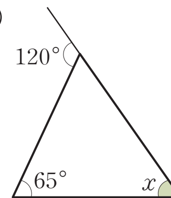
(2) 대각선의 총수

2 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)



> n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$이고, 정n각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$이다.

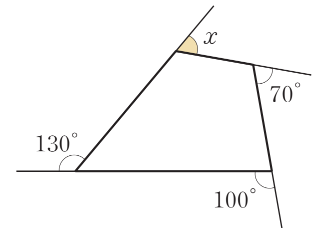
3 다음을 구하여라.

(1) 구각형의 내각의 크기의 합

(2) 정십각형의 한 내각의 크기

> 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

4 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



5 다음 중에서 다각형에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 사각형의 내각의 크기는 모두 같다.

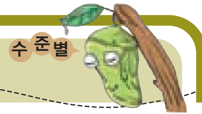
② 팔각형의 대각선의 총수는 40개이다.

③ 다각형의 대각선의 길이는 모두 같다.

④ 모든 변의 길이가 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.

⑤ 십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 7개이다.

중 / 단 / 원 기본



다각형의 대각선의 개수

1 십일각형의 대각선의 총수를 구하여라.

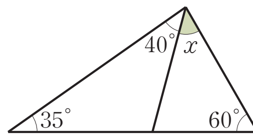
다각형의 대각선의 개수

2 어떤 다각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였더니 8개의 삼각형이 생겼다. 이 다각형의 대각선의 총수를 구하여라.

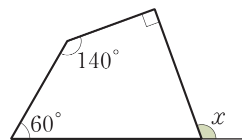
다각형의 내각과 외각

3 다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

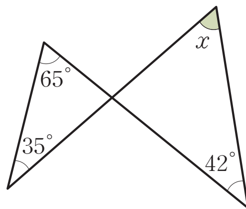
(1)



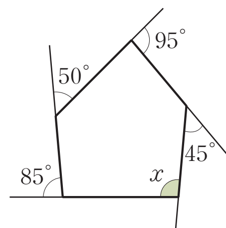
(2)



(3)



(4)

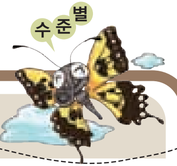


다각형의 내각의 크기

4 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수가 9개인 다각형의 내각의 크기의 합을 구하여라.

다각형의 외각의 크기

5 한 외각의 크기가 40°인 정다각형의 대각선의 총수를 구하여라.



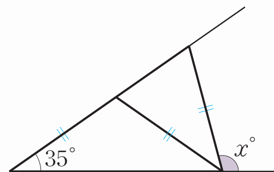
중/단/원 실력

1 십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 a개, 대각선의 총수를 b개라고 할 때, $3a-\frac{b}{3}$의 값을 구하여라.

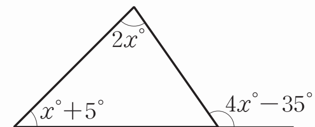
2 대각선의 총수가 20개인 다각형의 이름을 말하여라.

3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

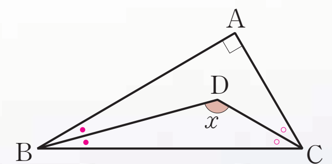


(2)



• $\angle B+\angle C=90°$

4 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.

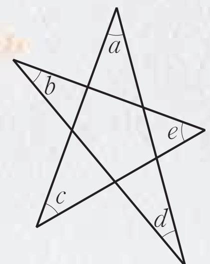


• 삼각형의 두 내각과 외각 사이의 관계를 생각한다.

5 오른쪽 그림에서

$$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$$

의 크기를 구하여라.



2 부채꼴

준 | 비 | 학 | 습

비례식
비의 값이 같은 두 비를 등식으로 나타낸 식

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

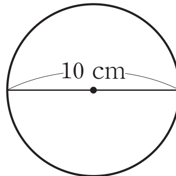
(1) 5 : 4=10 : □

(2) □ : 7=6 : 21

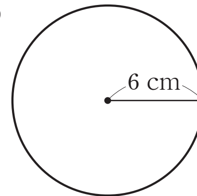
원의 둘레의 길이
(원의 둘레의 길이)
=(지름의 길이)×(원주율)
=(지름의 길이)×3.14
=(반지름의 길이)×2×3.14

2 다음 원의 둘레의 길이를 구하여라.

(1)



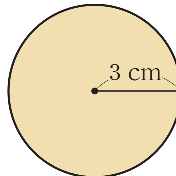
(2)



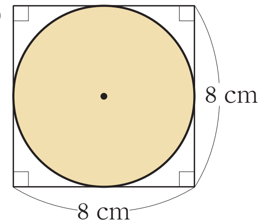
원의 넓이
(원의 넓이)
=(반지름의 길이)
×(반지름의 길이)×3.14

3 다음 원의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계

● 부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해한다.

현, 호, 활꼴, 부채꼴이란 무엇인가?

창의력 기르기

창덕궁

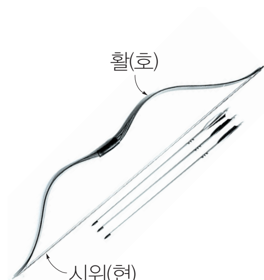
조선 시대의 궁궐인 창덕궁은 그 원형이 잘 보존되어 있을 뿐만 아니라 배치가 뛰어나 주변 자연환경과 완벽한 조화를 이루고 있다. 유네스코는 이러한 점을 인정하여 1997년에 창덕궁을 세계 문화유산으로 등록하였다.

탐구 활동

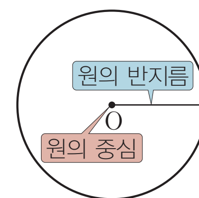
창의력 기르기의 그림은 창덕궁에 있는 원형 문이다. 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 원 위의 점 A, B, C, D 중에서 두 점을 연결한 선분을 찾아보자.

2 점 A와 점 B를 연결한 원의 일부를 모두 그려 보자.

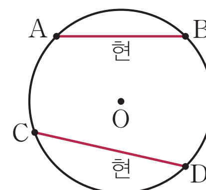


평면 위의 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 모든 점으로 이루어진 도형을 원이라 하고, 이것을 원 O로 나타낸다. 이때 점 O는 원의 중심이고, 원의 중심에서 원 위의 한 점을 이은 선분이 원의 반지름이다.



오른쪽 그림에서 선분 AB, CD와 같이 원 O 위의 두 점을 이은 선분을 **현**이라 하고, 양 끝 점이 A, B인 현을 현 AB라고 한다. 특히, 원의 중심을 지나는 현은 그 원의 지름이다.

● 한 원에서 길이가 가장 긴 현은 지름이다.

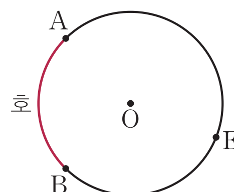


오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 두 점 A, B를 잡으면, 원은 두 부분으로 나누어지는데 이 두 부분을 **호**라고 한다. 양 끝 점이 A, B인 호를 호 AB라고 하며, 이것을 기호로

$$\overset{\frown}{AB}$$

와 같이 나타낸다.

● $\overset{\frown}{AB}$는 보통 길이가 짧은 쪽의 호를 나타내고, 길이가 긴 쪽의 호는 그 호 위에 한 점 E를 잡아 $\overset{\frown}{AEB}$와 같이 나타낸다.

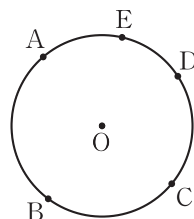


문제 1

오른쪽 그림과 같이 원 O 위에 점 A, B, C, D, E가 있다. 다음의 현과 호를 원 O 위에 나타내어라.

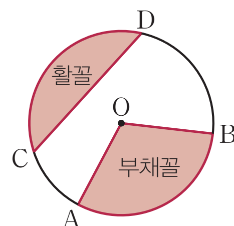
(1) 현 BC　　　　(2) 현 AD

(3) 호 AE　　　　(4) 호 CD



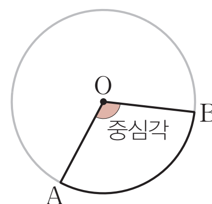
오른쪽 그림과 같이 원 O의 현 CD와 호 CD로 이루어진 도형을 **활꼴**이라고 한다.

또 원 O의 두 반지름 OA, OB와 호 AB로 이루어진 도형을 **부채꼴**이라고 한다.



$\widehat{AB}$는 중심각 ∠AOB에 대한 호이고, $\overline{AB}$는 중심각 ∠AOB에 대한 현이다.

한편 부채꼴 AOB의 두 반지름 OA, OB로 이루어지는 ∠AOB를 호 AB에 대한 **중심각**이라고 한다.

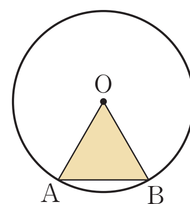


문제 2

오른쪽 그림에서 현 AB의 길이가 반지름의 길이와 같을 때, 다음 물음에 답하여라.

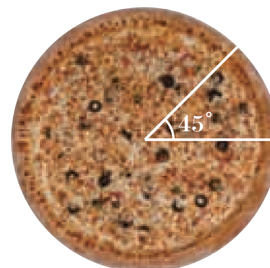
(1) 삼각형 AOB는 어떤 삼각형인가?

(2) $\widehat{AB}$에 대한 중심각의 크기를 구하여라.



실생활 **문제 3**

오른쪽 그림과 같은 원 모양의 피자를 중심각의 크기가 45° 인 부채꼴 모양으로 똑같이 나누려고 한다. 이때 피자는 모두 몇 조각으로 나누어지는지 구하여라.



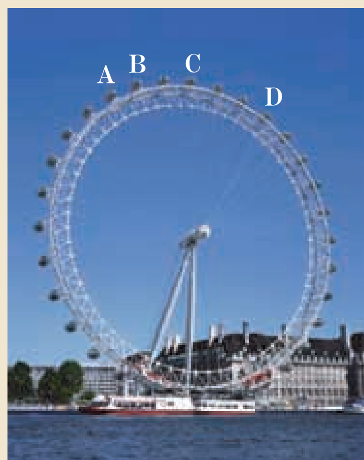
문제해결　한 원에서 부채꼴이면서 활꼴이 되는 경우를 그림으로 나타내어 보자.

부채꼴의 중심각과 호 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기

런던 아이(London Eye)

런던 아이는 새 천 년을 기념하기 위하여 1999년 영국 항공이 런던의 템스 강변에 세운 회전 관람차로 높이가 135 m이고, 한 바퀴 회전하는 데 약 30분이 소요된다. 런던 아이의 최대 수용 인원은 800명이고, 꼭대기에서는 반경 40 km 이내의 도시 모습을 볼 수 있다.



탐 구 활 동

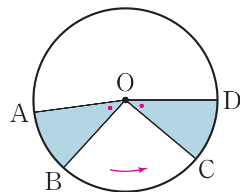
오른쪽 그림과 같이 런던 아이의 탑승 칸이 32개라고 한다. 이때 탑승 칸 A, B, C, D를 원 위의 점으로 생각하고 다음 물음에 답하여 보자.

1 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기를 구하여 보자.

2 $\overset{\frown}{BC}$와 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 각각 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 중심각의 크기의 몇 배인지 구하여 보자.

3 B에서 C, C에서 D까지 회전한 거리는 각각 A에서 B까지 회전한 거리의 몇 배인지 구하여 보자.

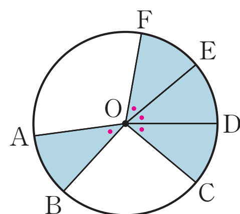
오른쪽 그림과 같이 한 원 O의 두 부채꼴 AOB와 COD의 중심각의 크기가 같으면 한 부채꼴을 중심 O를 중심으로 회전시켜 다른 부채꼴에 완전히 포갤 수 있다. 따라서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.



반지름의 길이가 같은 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 호의 길이는 같다.

또 한 원에서 부채꼴의 호의 길이나 넓이가 같으면 중심각의 크기도 같다.

일반적으로 한 원에서 부채꼴의 중심각의 크기가 2배, 3배, 4배, …가 되면, 그 부채꼴의 호의 길이도 2배, 3배, 4배, …가 되고, 넓이도 2배, 3배, 4배, …가 된다. 따라서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.



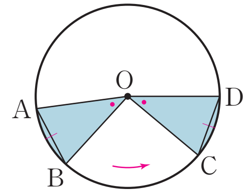
이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 중심각과 호의 관계

한 원에서
(1) 크기가 같은 중심각에 대한 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다.
(2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

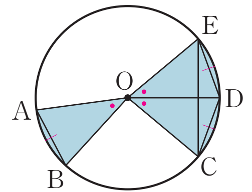
반지름의 길이가 같은 두 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같다.

한편 오른쪽 그림과 같이 한 원 O의 두 부채꼴 AOB와 COD의 중심각의 크기가 같으면 두 부채꼴은 완전히 포갤 수 있으므로 그에 대한 현 AB와 CD도 완전히 포갤 수 있다. 따라서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 현의 길이는 같다.



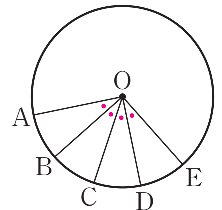
삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다.

그런데 중심각의 크기를 두 배로 하여 만든 부채꼴의 현 CE의 길이는 현 CD와 현 DE의 길이의 합보다 작으므로 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.



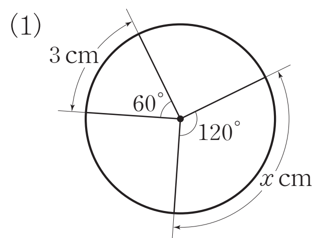
문제 4 오른쪽 그림을 보고, 다음 물음에 답하여라.

(1) 호 AE의 길이는 호 AB의 길이의 몇 배인가?
(2) 부채꼴 AOD의 넓이는 부채꼴 DOE의 넓이의 몇 배인가?

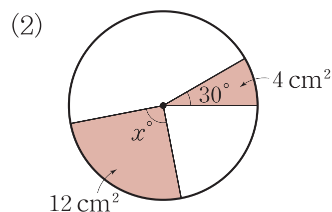


문제 5 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이

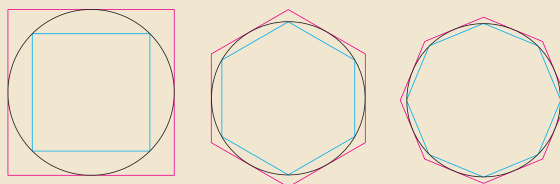
● 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있다.

원주와 원의 넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

원주율

지름에 대한 원주의 비인 원주율을 과학적으로 계산한 최초의 사람은 고대 그리스의 수학자 아르키메데스(Archimedes ; B.C. 287~B.C. 212)로 알려져 있다. 그는 원의 안과 밖에 접하는 정96각형을 이용하여 원주율을 구하였는데 그가 구한 원주율은 소수 둘째 자리인 3.14까지 정확하다.



탐구 활동

●준비물
종이, 연필, 컴퍼스, 실, 자, 가위, 풀

원주율은 끈을 이용하여 어림할 수 있다. 길이가 20 cm가 되도록 실을 몇 개 자른 후 이것을 지름의 길이가 20 cm인 원 위에 붙인 다음, 물음에 답하여 보자.

1 원 위에 붙인 실 중에서 길이가 20 cm 인 실은 몇 개인가?

2 마지막에 잘라 붙인 실의 길이는 약 몇 cm인가?

3 **1**과 **2**로부터 원의 둘레의 길이는 지름의 길이의 약 몇 배인지 말하여 보자.

(원주율)
=(원주)÷(원의 지름의 길이)

원의 크기에 관계없이 원주를 원의 지름의 길이로 나눈 값은 항상 일정한데, 그 값을 원주율이라고 함을 초등학교에서 배웠다.

원주율은 보통 3.14로 사용하는데 그 값은 3.14159265358979323 8…과 같이 한없이 계속되는 소수임이 알려져 있다. 이 원주율은 기호로

$$\pi$$

와 같이 나타내며, '파이'라고 읽는다.

원주와 원의 넓이는 각각

$$(\text{원주})=(\text{지름의 길이})\times(\text{원주율})$$

$$(\text{원의 넓이})=(\text{반지름의 길이})\times(\text{반지름의 길이})\times(\text{원주율})$$

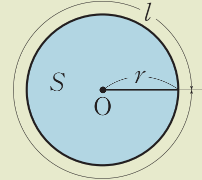
이므로 다음을 얻는다.

앞으로는 특정한 값이 주어지지 않는 경우 원주율을 π로 나타낸다.

원주와 원의 넓이

반지름의 길이가 r인 원의 원주 l과 원의 넓이 S는

$$l=2\pi r,\ S=\pi r^2$$



문제 반지름의 길이가 3 cm인 원의 원주 l과 원의 넓이 S를 구하여라.

부채꼴의 호의 길이와 넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

다트

다트는 숫자가 적힌 원반 모양의 과녁에 화살을 던져 맞힌 점수로 승패를 가리는 놀이이다. 다트는 영국의 30년 전쟁 때 병사들이 빈 술통을 과녁 삼아 화살촉을 부러뜨린 화살로 맞히기 내기를 한 것이 시초라고 한다.

탐 구 활 동

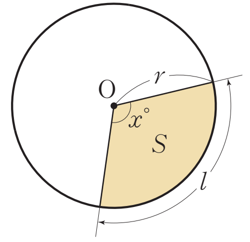
창의력 기르기의 그림과 같이 원 모양의 다트 판이 똑같은 크기의 20개의 부채꼴로 나누어져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 부채꼴 네 조각에 대한 중심각의 크기는 몇 도인가?

2 부채꼴 네 조각에 대한 호의 길이는 원주의 몇 배인가?

3 부채꼴 네 조각에 대한 넓이는 원의 넓이의 몇 배인가?

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 원 O에서 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라고 하자.



한 원에서 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례하므로 부채꼴의 호의 길이 l은

$$360 : x = 2\pi r : l,\ l = 2\pi r \times \frac{x}{360} \qquad \cdots\cdots ①$$

임을 알 수 있다.

또 부채꼴의 넓이 S는

$$360 : x = \pi r^2 : S,\ S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} \qquad \cdots\cdots ②$$

임을 알 수 있다.

한편 ①에서 $\frac{x}{360} = \frac{l}{2\pi r}$이므로 이것을 ②에 대입하면

$$S = \pi r^2 \times \frac{l}{2\pi r} = \frac{1}{2}lr$$

이다.

부채꼴의 반지름의 길이와 호의 길이를 알면 넓이를 구할 수 있다.

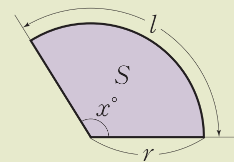
이상을 정리하면 다음과 같다.

부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는

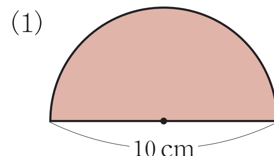
$$l = 2\pi r \times \frac{x}{360}$$

$$S = \pi r^2 \times \frac{x}{360} = \frac{1}{2}lr$$

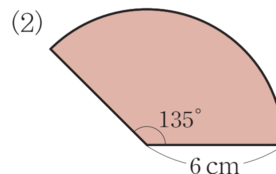


문제 2 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



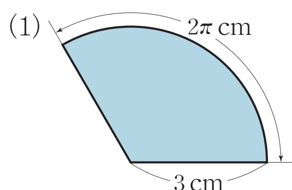
함께 만들어요 문제 3

문제 2와 같이 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

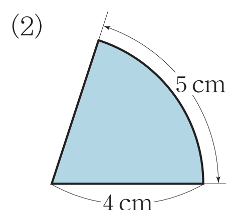
문제 4

다음 부채꼴의 넓이를 구하여라.

(1)

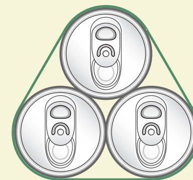


(2)



창의 UP

밑면인 원의 반지름의 길이가 3 cm인 원기둥 모양의 음료수 3개를 오른쪽 그림과 같이 테이프로 묶으려고 한다. 이때 필요한 테이프의 최소 길이를 구하는 과정을 설명하여라.



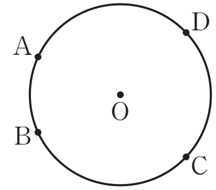
수학이 만난 세상 속 직업 이야기

반도체 디자이너

반도체는 원래 전기가 거의 통하지 않지만 빛이나 열 등을 가해 주면 전기가 통하고 이를 조절도 할 수 있는 물질이다. 반도체는 컴퓨터, 텔레비전, 스마트폰 등을 포함하여 거의 모든 전자 제품에 사용되고 있는데 반도체의 내부에는 직접 눈으로 보기 힘든 정교하게 그려진 회로가 있다. 이런 회로들은 서로 겹치지 않게 여러 가지 모양으로 되어 있으며, 그것을 이루는 선들의 굵기는 대부분 나노미터 단위이다. 이와 같은 반도체의 회로를 디자인하는 사람을 반도체 디자이너라고 한다.

중/단/원 기초

1 오른쪽 원 O 위에 다음을 나타내어라.



(1) 현 AB

(2) 호 CD

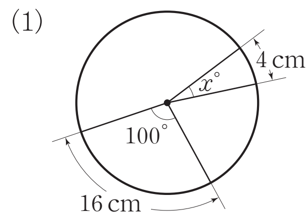
(3) $\widehat{BC}$와 $\overline{BC}$로 이루어진 활꼴

(4) $\overline{OA}$, $\overline{OD}$, $\widehat{AD}$로 이루어진 부채꼴

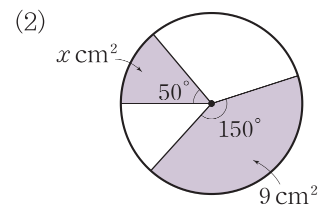
부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

2 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



3 반지름의 길이가 4 cm인 원의 원주 l과 원의 넓이 S를 구하여라.

반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴에서

(1) 호의 길이 l

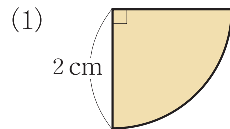
$l=2\pi r\times\frac{x}{360}$

(2) 넓이 S

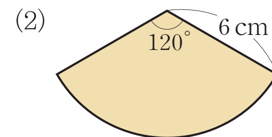
$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}lr$

4 다음 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)

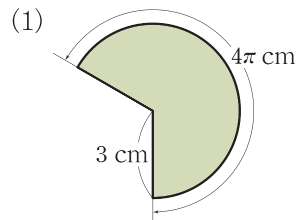


(2)

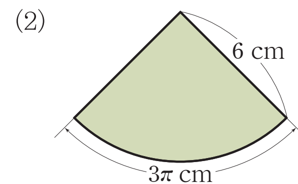


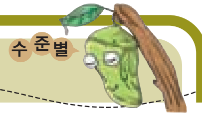
5 다음 부채꼴의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)

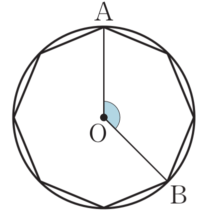




중/단/원 기본

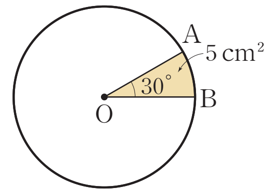
부채꼴의 중심각과 호의 관계

1 오른쪽 그림과 같이 원 위에 8개의 점을 찍어 정팔각형을 만들었다. 이때 호 AB에 대한 중심각의 크기를 구하여라.



부채꼴의 넓이와 중심각의 크기

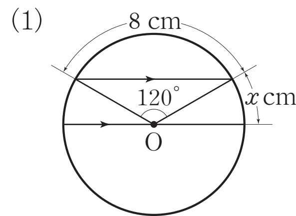
2 오른쪽 그림에서 부채꼴 AOB의 넓이가 5 cm^2일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



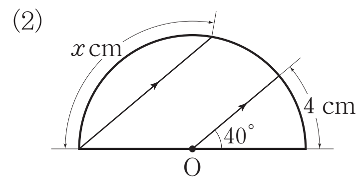
부채꼴의 호의 길이와 중심각의 크기

3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

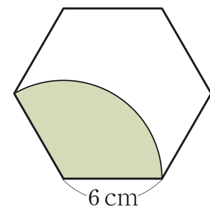


(2)



부채꼴의 넓이

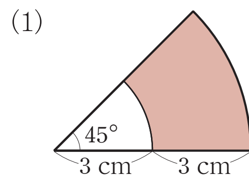
4 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 6 cm인 정육각형에서 색칠한 부채꼴의 넓이를 구하여라.



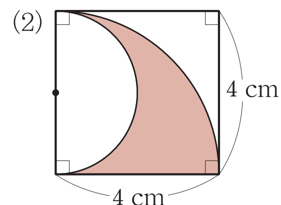
부채꼴의 호의 길이와 넓이

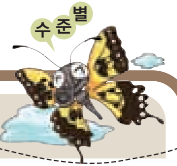
5 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 구하여라.

(1)



(2)





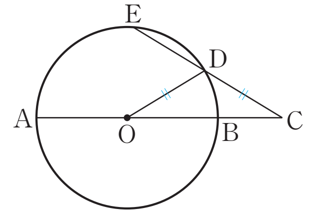
중/단/원 실력

• 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

1 오른쪽 그림에서

$$\overline{OD}=\overline{CD},\ \widehat{BD}=4\text{ cm}$$

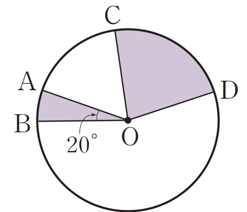
일 때, $\widehat{AE}$의 길이를 구하여라.



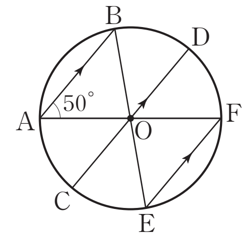
2 오른쪽 그림에서 원 O의 넓이가 36 cm^2이고

$$\angle AOB=20^\circ,\ \angle COD=4\angle AOB$$

일 때, 색칠한 두 부채꼴의 넓이의 합을 구하여라.



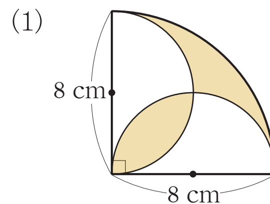
3 오른쪽 그림에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$는 원 O의 지름이고, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}\,/\!/\,\overline{EF}$이다. $\angle BAO=50^\circ$일 때, $\widehat{AC}$와 길이가 같은 호를 모두 말하여라.



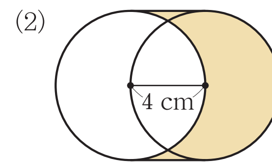
• 도형의 일부분을 이동하여 간단한 모양으로 만들어 본다.

4 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

(1)

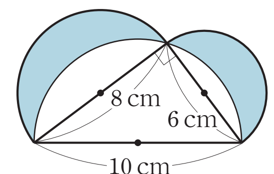


(2)



•

5 오른쪽 그림은 직각삼각형의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



수행 과제

어떻게 빈틈없이 평면을 덮을까?

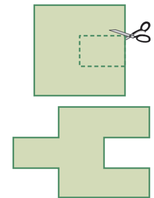
평면을 빈틈없이 겹치지 않게 채우는 것을 테셀레이션이라고 한다. 테셀레이션은 우리 생활 주변의 벽지나 거실 바닥을 비롯하여 조각보 등과 같은 한국의 전통 문양에서도 많이 찾아볼 수 있다.

평면을 겹치지 않게 덮을 수 있는 정다각형에는 정삼각형과 정사각형, 그리고 정육각형이 있는데 정다각형을 이용한 테셀레이션의 조각 하나하나의 모양은 이들 도형을 이용하여 만들어진다.

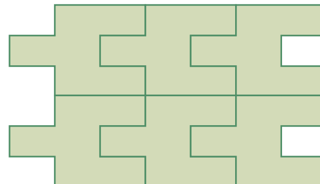
정사각형을 이용하여 테셀레이션을 만드는 과정은 다음과 같다.

❶ 정사각형 모양의 색종이를 여러 장 준비하고, 오른쪽 그림과 같이 만들고자 하는 문양을 색종이에 그려 오려 낸다.

❷ 오려 낸 조각을 오른쪽 그림과 같이 색종이 왼쪽 부분에 붙인다.

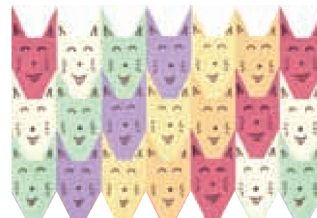


❸ 여러 장의 색종이를 ❷와 같은 방법으로 만들어 다음 그림과 같이 이어 붙인다.



과제 1 가로로 5개, 세로로 4개가 되도록 위에서 설명한 테셀레이션을 완성하여 보자.

과제 2 직사각형을 이용하여 다음과 같은 다양한 테셀레이션을 만들어 보자.



학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______________ (____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
		☹	😐	☺
학습 내용	다각형의 성질을 이해하였는가?			
	부채꼴의 중심각과 호의 관계를 이해하였는가?			
	부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 다각형

대각선의 개수	n각형의 대각선의 총수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개
삼각형의 내각과 외각	(1) 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다. (2) 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다. (x, y, $x+y$)
다각형의 내각	(1) n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(n-2)$ (2) 정n각형의 한 내각의 크기는 $\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}$
다각형의 외각	(1) n각형의 외각의 크기의 합은 360°이다. (2) 정n각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{n}$

2 부채꼴

활꼴과 부채꼴	호, 활꼴, 현 / 부채꼴, 중심각
부채꼴의 중심각과 호의 관계	한 원에서 (1) 크기가 같은 중심각에 대한 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 같다. (2) 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다. (O, A, B, C, D, E, F)

3 부채꼴의 호의 길이와 넓이

원주와 원의 넓이	반지름의 길이가 r인 원에서 원주 l과 원의 넓이 S는 $l=2\pi r,\ S=\pi r^2$
부채꼴의 호의 길이와 넓이	반지름의 길이가 r이고, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이 l과 넓이 S는 $l=2\pi r\times\dfrac{x}{360}$ $S=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}=\dfrac{1}{2}lr$ (l, S, $x°$, r)

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 내각, 외각, 현, 호, 활꼴, 부채꼴, 중심각
- $\overset{\frown}{AB}$, π

만화로 보는
수학 이야기

홍수가 나더라도 …

생각 키/우/기 | 부채꼴의 중심각의 크기에 정비례하는 것은 무엇이 있는지 알아보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

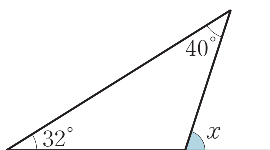
1 구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는?

① 4개 ② 5개 ③ 6개
④ 7개 ⑤ 8개

2 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그었더니 삼각형, 오각형으로 나누어졌다. 이 다각형의 대각선의 총수는?

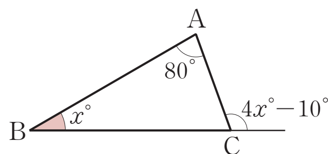
① 9개 ② 14개 ③ 20개
④ 27개 ⑤ 35개

3 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기는?



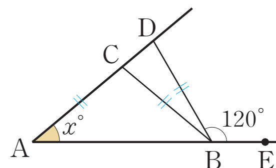
① 60° ② 68°
③ 72° ④ 78°
⑤ 82°

4 다음 그림에서 $\angle BAC=80^\circ$일 때, x의 값은?



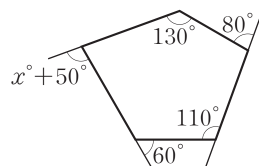
① 20 ② 25 ③ 27
④ 30 ⑤ 32

5 다음 그림에서 $\overline{AC}=\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\angle DBE=120^\circ$일 때, x의 값은?



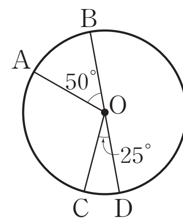
① 25 ② 30 ③ 35
④ 40 ⑤ 45

6 오른쪽 그림에서 x의 값은?



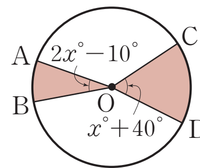
① 50 ② 60
③ 70 ④ 80
⑤ 90

7 오른쪽 그림에서 $\overline{BD}$는 원 O의 지름이고 $\angle AOB=50^\circ$, $\angle COD=25^\circ$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?



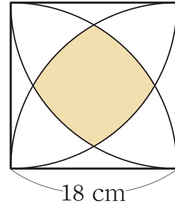
① $\widehat{AB}=2\widehat{CD}$ ② $\overline{AB}=\overline{CD}$
③ $\overline{AB}=2\overline{CD}$ ④ $\triangle AOB=2\triangle COD$
⑤ $\angle AOC=\frac{2}{3}\angle BOD$

8 오른쪽 그림에서 부채꼴 COD의 넓이가 부채꼴 AOB의 넓이의 2배일 때, x의 값은?



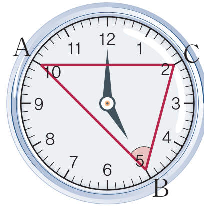
① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

9 오른쪽 그림과 같은 정사각형에서 한 변의 길이가 18 cm 일 때, 색칠한 부분의 둘레의 길이는?



① 12π cm ② 13π cm
③ 14π cm ④ 15π cm
⑤ 16π cm

10 오른쪽 그림은 시계에서 시각을 나타내는 숫자 10, 5, 2에 각각 점 A, 점 B, 점 C를 잡아 삼각형 ABC를 그린 것이다. 이때 $\angle$ABC의 크기는?



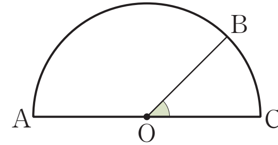
① 15° ② 30° ③ 45°
④ 60° ⑤ 75°

서/답/형

11 한 내각과 한 외각의 크기의 비가 5 : 1인 정다각형의 한 외각의 크기를 구하여라.

12 대각선의 총수가 35개인 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 각각 구하여라.

13 다음 그림에서 $\widehat{AB}=4\widehat{BC}$일 때, $\angle$BOC의 크기를 구하여라.

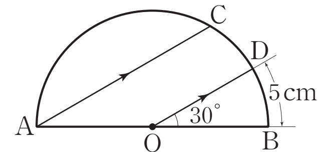


| 서술형 |

14 다음 그림과 같은 반원 O에서

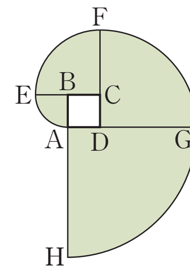
$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$, $\angle BOD=30^\circ$, $\widehat{BD}=5$ cm

일 때, $\widehat{AC}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



| 서술형 |

15 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형 ABCD의 네 꼭짓점을 중심으로 부채꼴을 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.
(단, $\overline{AB}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\overline{DF}=\overline{DG}$, $\overline{AG}=\overline{AH}$)



수학산책

기하학의 발전

인류 최초의 기하학적 고찰은 아주 먼 옛날에 물리적 형태를 인식하고 모양과 크기를 비교하는 인간의 능력에서 나온 간단한 관찰로부터 무의식적으로 생겨났다.

특히 인간은 제멋대로 생긴 듯한 자연의 형상들 중에서 특별한 모양의 곡선들과 도형들을 찾아내었다.

예를 들어 해와 보름달의 둥근 원 모양과 무지개의 호 그리고 돌을 던지거나 창을 던질 때 나타나는 포물선 궤도, 늘어진 포도나무 줄기의 현수선 모양의 곡선, 연못에 돌을 던졌을 때와 나무를 잘랐을 때 나타나는 나이테의 동심원, 둥근 과일의 구 모양, 조개껍데기의 퍼져 나가는 둥근 호 모양, 거미집의 방사상 모양 등은 인간의 잠재의식을 감동시키기에 충분했다.

이와 같이 인간의 무의식과 단순히 인간을 감동시킨 자연에서 시작된 기하학을 '잠재적 기하학'이라고 한다.

잠재적 기하학은 모든 사람들이 본능적으로 알고 있는 '직선은 두 점을 연결하는 최단 경로이다.'와 같은 자연 현상에서 흔히 볼 수 있는 것들이 그 대상이었다.

인류의 4대 문명은 아프리카의 나일 강, 서아시아의 티그리스 강과 유프라테스 강, 중앙아시아의 인더스 강, 동아시아의 황하 강 등 주로 강 유역에서 발생하였는데, 그 이유는 삼각주가 발달하였고, 강의 범람으로 비옥한 토지가 있었으며, 물자의 수송이 편리하였고, 강으로부터 물과 조개나 물고기 같은 음식물을 쉽게 구할 수 있었기 때문이다.

따라서 무의식에서 시작된 초기의 기하학은 주로 농업이나 토목, 건축, 치수, 세금과 같은 실용적인 산술과 측량 분야에서 발전하게 되었다.

초기 기하학은 논증이 없는 단순한 과정의 수학이었고, 그로 인하여 오류도 대단히 많았다.

기하학은 첫 번째 단계인 잠재적 기하학에서 다음 단계인 '실험적 기하학' 또는 '과학적 기하학'으로 발전하였다. 실험적 기하학은 구체적인 기하학적 관계들의 모임으로부터 일반적이고 추상적인 관계를 추측하고, 직접 실험을 해서 결과를 확인했던 기하학이다.

예를 들어 '삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이다.'라는 사실은 종이를 삼각형으로 오려 내고 꼭짓점이 한 곳에 모이도록 접어 봄으로써 확인할 수 있다.

이와 같은 단계가 바로 실험적 기하학 또는 과학적 기하학이라고 불리는 두 번째 단계이며, 기원전 600년경 이전에 기록된 모든 기하학은 모두 이 단계의 것이다.

기하학의 세 번째 단계는 기하학을 실험실에서 연구실로 옮겨간 '논증적 기하학'이다.

논증적 기하학은 그리스의 수학자 탈레스(Thales ; ? B.C. 624~? B.C. 546)에서 시작되었다.

그는 고대 7현인 중 한 사람으로 일컬어지며, 처음으로 증명을 하기 시작하였다.

Ⅶ 입체도형

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
2. 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
3. 입체도형의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

N서울타워는 1969년에 TV와 라디오 방송을 수도권에 송출하기 위해 세워진 한국 최초의 종합 전파 탑으로 서울의 중심인 남산에 위치한다. 이곳에서는 서울의 모습을 한눈에 내려다볼 수 있으며, 1980년부터 일반인에게 공개된 이후 남산의 자연과 함께 시민의 휴식 공간이자 관광 명소로 자리 잡고 있다.

N서울타워를 비롯한 여러 건축물들은 원기둥이나 원뿔 등 입체도형으로 이루어져 있다. 이와 같은 건축물의 구조를 이해하기 위해서는 간단한 도형의 성질뿐만 아니라 입체도형의 겉넓이와 부피 등을 알아야 한다.

단원의 연계성

이전에 배운 내용

[**초5~6학년군**]
직육면체와 정육면체
평면도형의 둘레와 넓이
각기둥과 각뿔
원기둥과 원뿔
겉넓이와 부피

[**중1~3학년군**]
부채꼴

이 단원에서 공부할 내용

1. **다면체와 회전체**
다면체
회전체

2. **입체도형의 겉넓이와 부피**
기둥의 겉넓이와 부피
뿔의 겉넓이와 부피
구의 겉넓이와 부피

이후에 배울 내용

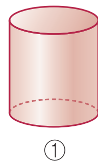
[**중1~3학년군**]
닮은 도형의 넓이와 부피

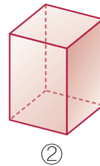
1 다면체와 회전체

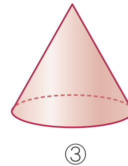
준 | 비 | 학 | 습

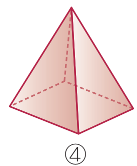
입체도형
평면이나 곡면으로 둘러싸인 도형

1 다음 설명에 맞는 입체도형을 모두 찾고, 그 이름을 써넣어라.


①


②

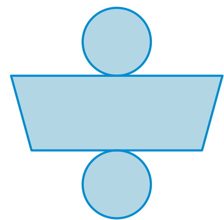

③


④

설명	번호	이름
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 입체도형		
밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형		
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 되어 있는 입체도형		

원기둥과 전개도
- 원기둥: 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 된 기둥 모양의 입체도형
- 원기둥의 전개도: 원기둥을 펼쳐 놓은 그림

2 오른쪽 그림을 원기둥의 전개도라고 할 수 있는가?



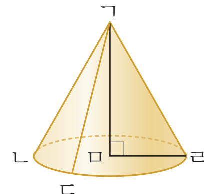
원뿔
밑면이 원이고 옆면이 곡면인 뿔 모양의 입체도형

3 오른쪽 그림의 원뿔을 보고 물음에 답하여라.

(1) 밑면의 모양은 무엇인가?

(2) 모선을 나타내는 선분을 모두 찾아라.

(3) 높이를 나타내는 선분을 찾아라.



1-1 다면체

● 다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

다면체란 무엇인가?

창의력 기르기

도시 축소 모형

오른쪽 그림은 새로운 도시를 건설하기 전에 실제 모습을 축소하여 만든 모형이다. 이러한 모형은 완성된 건축물의 실물을 보는 듯한 매력이 있어, 그 자체로 예술품이 되기도 한다.

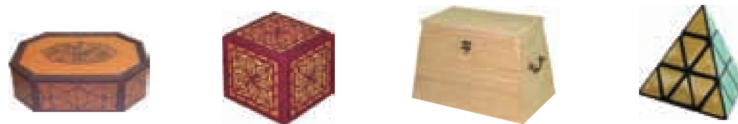
탐구 활동

창의력 기르기의 그림을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

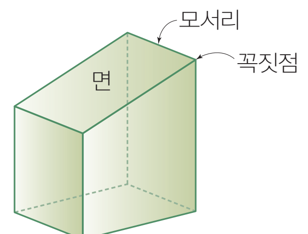
1 건물 중에서 초등학교 때 배웠던 입체도형을 찾아보고, 그 이름을 말하여 보자.

2 **1**에서 찾은 입체도형을 이루는 면의 모양을 말하여 보자.

창의력 기르기의 도시 모형처럼 우리가 살고 있는 공간은 다양한 모양의 입체도형으로 이루어져 있다. 그중에서도 다음 그림과 같이 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형을 **다면체**라고 한다.

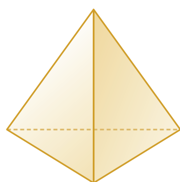


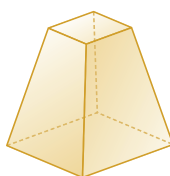
이때 다면체를 이루고 있는 다각형을 다면체의 면, 다각형의 변을 다면체의 모서리, 다각형의 꼭짓점을 다면체의 꼭짓점이라고 한다.

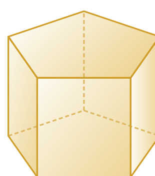


다면체는 그 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, …라고 한다.

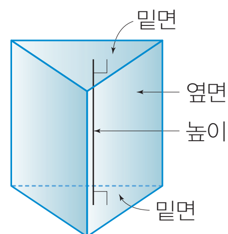
문제 1 다음 다면체는 몇 면체인지 말하여라.

(1) 

(2) 

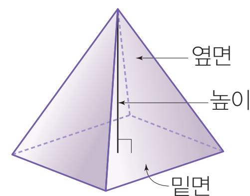
(3) 

오른쪽 그림과 같이 두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 다면체를 각기둥이라고 한다. 이때 각기둥의 두 밑면에 수직인 선분의 길이가 그 각기둥의 높이이다.



각기둥은 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥, …이라고 한다.

또 밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 다면체를 각뿔이라고 한다. 이때 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 길이가 그 각뿔의 높이이다.



각뿔은 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔, …이라고 한다.

문제 2 다음 다면체는 몇 면체인지 말하고, 꼭짓점과 모서리의 개수를 각각 구하여라.

(1) 삼각기둥 (2) 육각기둥

(3) 사각뿔 (4) 칠각뿔

의사소통 생활 주변에 있는 여러 가지 물건 중에서 다면체를 찾아보고, 그것이 몇 면체인지 말하여 보자.

각뿔대란 무엇인가?

창의력 기르기

피스톨상

국제 연합(UN)은 제2차 세계 대전 이후 국제 평화 유지와 우호 관계의 촉진, 그리고 경제적 · 사회적 · 문화적 · 인도적 문제에 관한 국제 협력을 목적으로 설립되었다. 국제 연합의 본부는 미국 뉴욕에 있는데 근처에 평화를 상징하는 피스톨상이 있다.

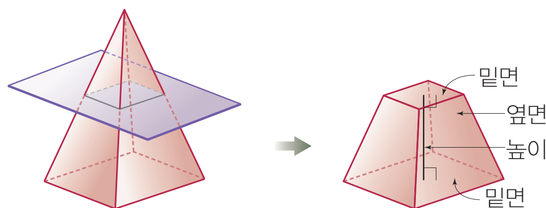
탐구 활동

창의력 기르기의 그림에서 피스톨상을 받치고 있는 입체도형을 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 입체도형의 두 밑면은 서로 평행한가?

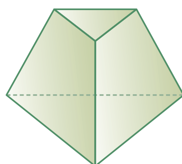
2 입체도형의 옆면의 모양을 말하여 보자.

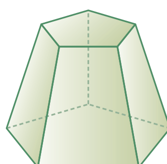
다음 그림과 같이 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 **각뿔대**라고 한다. 이때 각뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면, 두 밑면 사이의 거리를 각뿔대의 높이라고 한다.

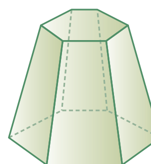


각뿔대는 밑면의 모양에 따라 삼각뿔대, 사각뿔대, 오각뿔대, …라고 한다.

문제 3 다음 각뿔대의 이름을 말하여라. 또 각각 몇 면체인지 말하여라.

(1) 

(2) 

(3) 

추론 각뿔대의 옆면의 모양은 밑면의 모양과 상관없이 항상 사다리꼴이다. 그 이유를 설명하여 보자.

정다면체란 무엇인가?

창의력 기르기

주사위

주사위는 기원전 10세기 이전부터 사용되던 놀이 도구의 하나이다. 주사위는 모든 면의 모양이 같고 하나의 재질로 만들어지기 때문에 던졌을 때 각 면이 고루 나온다. 보통 정육면체가 많이 쓰이지만 게임에 따라 면의 개수가 다른 주사위를 사용하기도 한다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 정육면체 모양의 주사위이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 주사위의 각 면은 모두 합동인가?

2 주사위의 각 꼭짓점에 모여 있는 면은 모두 몇 개인가?

탐구 활동의 정육면체는 모든 면이 서로 합동인 정사각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 3개로 모두 같다.

이와 같이 각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 같은 다면체를 **정다면체**라고 한다.

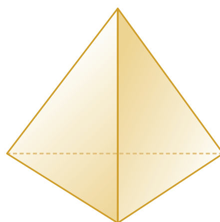
정다면체는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 종류만 있다고 알려져 있다.

● 준비물
정다면체 전개도
활동지 6

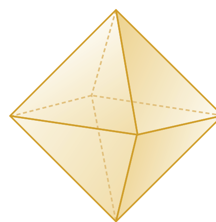
정다면체를 면의 모양에 따라 분류하면 다음과 같다.

(1) 면의 모양이 정삼각형인 경우

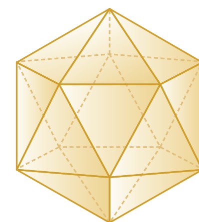
한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정사면체, 4개씩인 정팔면체, 5개씩인 정이십면체가 있다.



정사면체



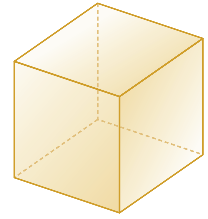
정팔면체



정이십면체

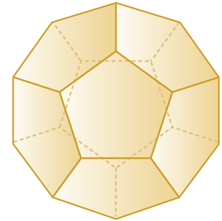
(2) 면의 모양이 정사각형인 경우

한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정육면체가 있다.


정육면체

(3) 면의 모양이 정오각형인 경우

한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개씩인 정십이면체가 있다.


정십이면체

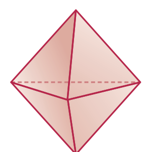
문제 4 정다면체에 대하여 다음 표를 완성하여라.

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양		정사각형			
한 꼭짓점에 모인 면의 개수		3			

창의 UP 한 꼭짓점에 모이는 정삼각형이 6개인 정다면체를 만들 수 없는 이유를 설명하여라.

의사소통

오른쪽 그림은 같은 크기의 정사면체를 두 개 붙여서 만든 입체도형이다.
이 입체도형이 정다면체인지 토의하여 보자.



1-2 회전체

● 회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

회전체란 무엇인가?

창의력 기르기

도자기

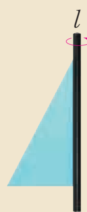
우리 주변에서 흔히 볼 수 있는 도자기는 잘 반죽한 질흙을 물레 위에서 회전시켜 모양을 만든 것이다. 우리 민족 문화유산인 고려 시대의 청자와 조선 시대의 분청자, 백자는 세계적으로 그 아름다움을 높이 평가받고 있으며, 그 시대 사람들의 삶과 문화를 담고 있다는 점에서도 가치가 있다.

탐구 활동

●준비물
빨대, 종이, 자, 가위, 컴퍼스, 투명 테이프

다음 그림과 같이 빨대에 직사각형, 직각삼각형, 반원 모양의 종이를 붙여서 돌려 보고, 물음에 답하여 보자.

(가)



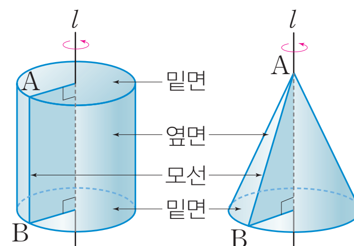
(나)

(다)

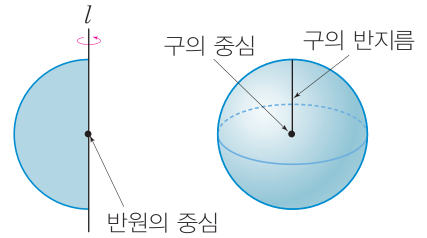
1 빨대를 한 바퀴 돌렸을 때, 어떤 모양이 되는지 그려 보자.

2 **1**에서 만들어진 입체도형의 이름은 무엇인가?

탐구 활동에서 (가)를 회전시키면 원기둥, (나)를 회전시키면 원뿔이 된다. 이와 같이 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 회전체라 하고, 축으로 사용한 직선을 회전축이라고 한다. 이때 선분 AB를 회전체의 모선이라 하고, 선분 AB가 회전하여 생기는 면을 옆면이라고 한다.

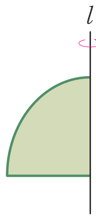


또 탐구 활동에서 (다)와 같이 반원의 지름을 축으로 하여 1회전시킨 회전체를 구라고 한다. 이때 반원의 중심은 구의 중심이 되고 반원의 반지름은 구의 반지름이 된다.

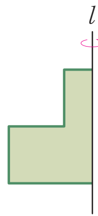


문제 1 다음 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.

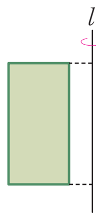
(1)



(2)

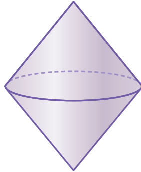


(3)

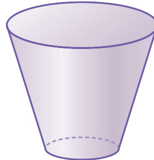


문제 2 다음 입체도형은 어떤 평면도형을 1회전시킨 것인지 그려라.

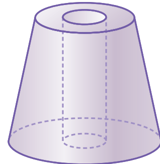
(1)



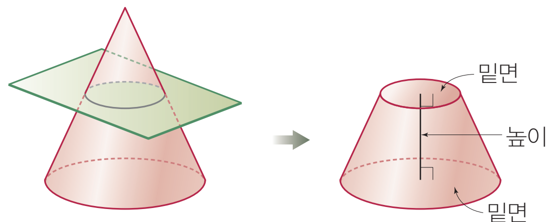
(2)



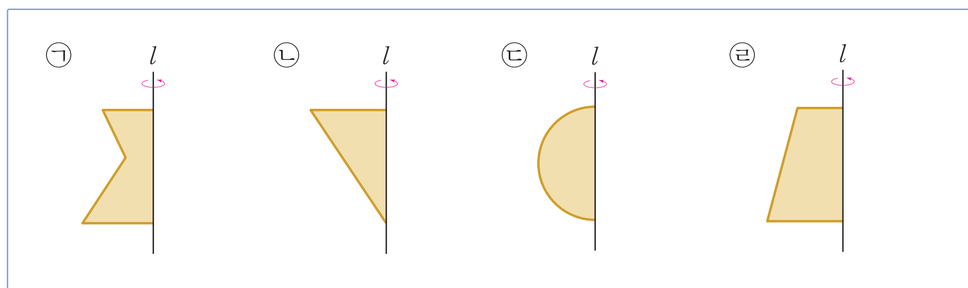
(3)



다음 그림과 같이 원뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 도형을 **원뿔대**라고 한다. 원뿔대에서 서로 평행한 두 면을 밑면, 두 밑면 사이의 거리를 원뿔대의 높이라고 한다.



문제 3 다음 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때, 원뿔대가 되는 것을 찾아라.



회전체의 단면은 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

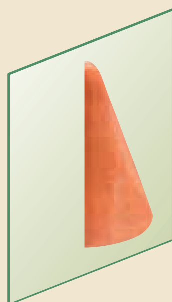
당근

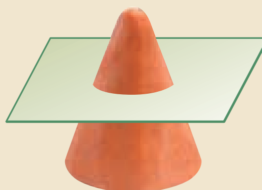
당근의 대표 성분인 베타카로틴은 몸 안에 들어가서 필요한 만큼만 비타민 A로 바뀐다. 또한 당근은 비타민 A뿐만 아니라 칼슘, 비타민 C, 식이 섬유도 풍부하게 함유하고 있다.

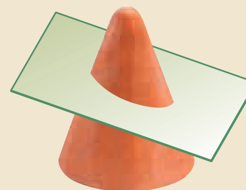
탐구 활동

● 준비물
당근, 과일칼

원뿔 모양의 당근을 다음과 같이 여러 방향의 평면으로 잘라 보고, 물음에 답하여 보자.


(가)


(나)


(다)

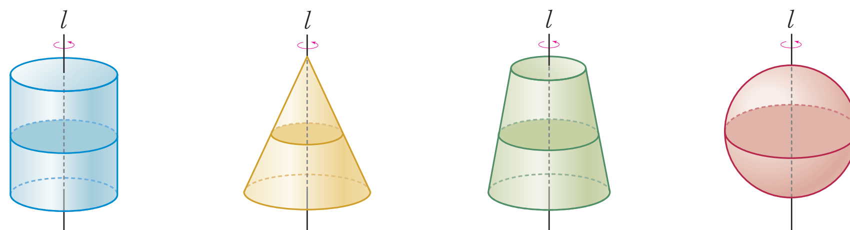
1 (가)와 같이 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보고 도형의 이름을 말하여 보자.

2 (나)와 같이 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보고 도형의 이름을 말하여 보자.

3 (다)와 같이 회전축을 포함하지 않고 회전축에 수직이 아닌 평면으로 잘랐을 때, 잘린 면의 모양을 그려 보자.

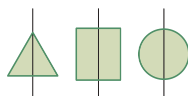
입체도형을 평면으로 자를 때 생기는 도형의 면을 단면이라고 한다.

다음 그림과 같이 회전체를 회전축 l에 수직인 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 원이 된다.



또 회전축 l을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 서로 합동이고, 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이 된다.

어떤 직선으로 접어서 완전히 겹쳐지는 도형을 선대칭도형이라 하고, 그 직선을 대칭축이라고 한다.



회전체	l	l	l	l
단면의 모양	직사각형	이등변삼각형	사다리꼴	원

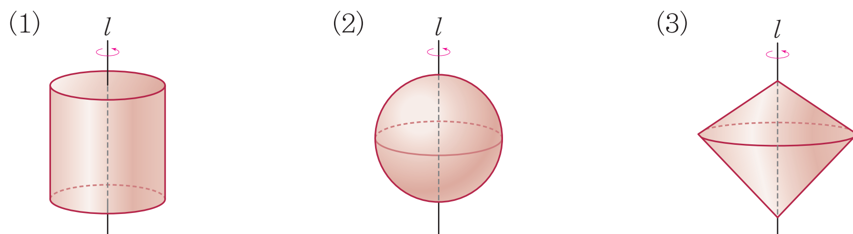
일반적으로 회전체는 다음과 같은 성질이 있다.

회전체의 성질

(1) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이다.

(2) 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 모두 합동이고 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

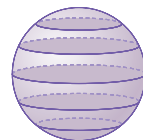
문제 4 다음 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 어떤 평면도형이 되는가? 또 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 어떤 평면도형이 되는가?



문제 5 문제 4와 같이 회전체의 성질에 관한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제해결

구를 여러 방향의 평면으로 자른 단면의 모양을 알아보고, 단면의 넓이가 최대가 되도록 자르는 방법을 말하여 보자.



수학이 만난 **세상 속 직업 이야기**

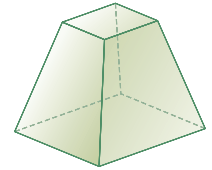
보석 세공사

보석의 원석을 다양한 다면체 모양으로 가공하여 아름답고 빛나는 보석으로 만드는 사람을 보석 세공사라고 한다. 가장 단단한 광석으로서 인기 있는 보석 중의 하나인 다이아몬드는 색상, 투명도, 무게, 연마의 4가지 요인에 의해 가치가 결정되므로 세공사의 창조력과 예술적인 감각, 정교한 기술이 필요하다.

중 / 단 / 원 기초

> 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체를 각뿔대라고 한다.

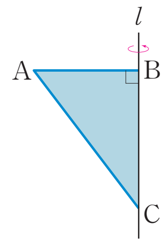
1 오른쪽 그림과 같은 각뿔대의 이름을 말하여라. 또 이 입체도형의 옆면의 모양을 말하여라.



2 한 면의 모양이 정삼각형인 정다면체를 모두 말하여라.

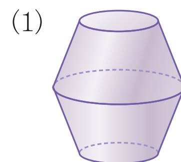
> 회전체에서 축이 되는 직선을 회전축이라고 한다.

3 오른쪽 도형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라. 또 이 입체도형의 모선이 되는 선분을 말하여라.

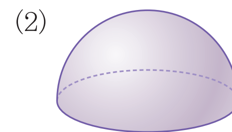


4 다음 입체도형은 어떤 평면도형을 1회전시킨 것인지 그려라.

(1)



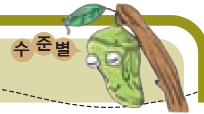
(2)



5 다음 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 각각 말하여라.

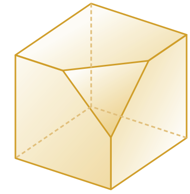
(1) 원기둥
(2) 원뿔
(3) 원뿔대
(4) 구

중/단/원 기본



다면체

1 오른쪽 입체도형은 몇 면체인지 말하여라.



다면체

2 다음 표를 완성하여라.

다면체의 이름	사각기둥	오각뿔	삼각뿔대
면의 개수	6		
모서리의 개수		10	
꼭짓점의 개수			6

정다면체

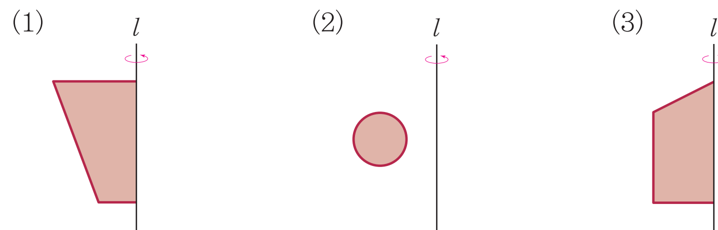
3 다음 물음에 답하여라.

(1) 한 면의 모양이 오각형인 정다면체를 말하여라.

(2) 꼭짓점의 개수가 8개 이하인 정다면체를 모두 말하여라.

회전체

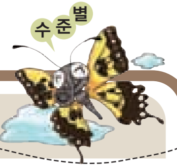
4 다음 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.



회전체의 단면

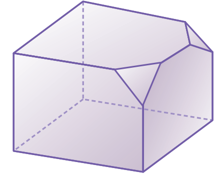
5 다음은 회전체와 그 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 짝지은 것이다. 옳지 않은 것을 찾아라.

㉠ 원기둥 – 직사각형	㉡ 원뿔 – 이등변삼각형
㉢ 원뿔대 – 사다리꼴	㉣ 반구 – 원



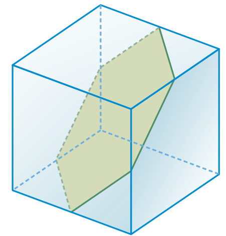
중/단/원 실력

1 오른쪽 입체도형에서 면의 개수를 a, 모서리의 개수를 b, 꼭짓점의 개수를 c라고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.



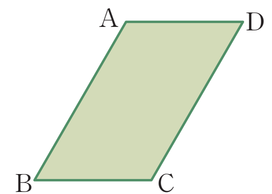
• 자르는 평면과 정육면체의 모서리가 만나는 점의 개수를 바꾸어 가며 그려 본다.

2 오른쪽 그림은 정육면체를 평면으로 잘랐을 때 단면의 모양이 육각형이 되도록 자른 것이다. 이와 같이 정육면체를 평면으로 자른 단면의 모양이 삼각형, 사각형, 오각형이 되도록 그려라.



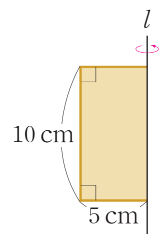
3 오른쪽 평행사변형 ABCD에서 다음 선분을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형을 그려라.

(1) 선분 AB (2) 선분 BD



• 회전체는 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때, 그 단면의 넓이가 최대가 된다.

4 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰다. 이때 생기는 입체도형을 축에 평행한 평면으로 잘랐을 때, 넓이가 최대가 되는 단면의 넓이를 구하여라.



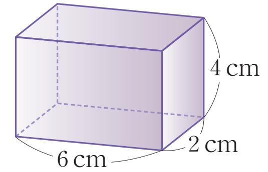
2 입체도형의 겉넓이와 부피

준 | 비 | 학 | 습

직육면체의 겉넓이와 부피

- (직육면체의 겉넓이)
  =(한 밑면의 넓이)×2
  +(옆넓이)
- (직육면체의 부피)
  =(한 밑면의 넓이)×(높이)
  =(가로의 길이)
  ×(세로의 길이)×(높이)

1 오른쪽 그림은 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 2 cm, 높이가 4 cm인 직육면체이다. 다음 물음에 답하여라.

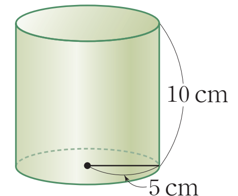


(1) 직육면체의 전개도를 그려라.
(2) 직육면체의 겉넓이를 구하여라.
(3) 직육면체의 부피를 구하여라.

원기둥의 겉넓이와 부피

- (원기둥의 겉넓이)
  =(한 밑면의 넓이)×2
  +(옆넓이)
- (원기둥의 부피)
  =(한 밑면의 넓이)×(높이)

2 오른쪽 그림은 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 높이가 10 cm인 원기둥이다. 다음 물음에 답하여라. (단, 원주율은 3.14로 계산한다.)

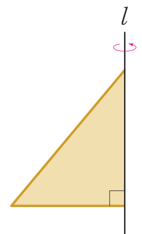


(1) 원기둥의 전개도를 그려라.
(2) 원기둥의 겉넓이를 구하여라.
(3) 원기둥의 부피를 구하여라.

회전체

평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시켜서 얻어지는 입체도형

3 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 이름을 말하여라.



2-1 기둥의 겉넓이와 부피

● 각기둥과 원기둥의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

기둥의 겉넓이를 어떻게 구하는가?

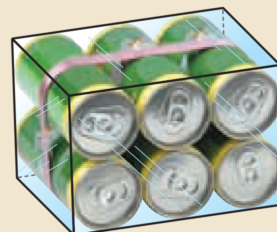
창의력 기르기

포장의 기능

물품의 가치를 높이거나 보호하기 위하여 시작된 포장은 산업이 발달하면서 그 중요성이 증가하였다. 최근에는 운반의 편리성과 홍보, 디자인, 기능 등을 고려하여 다양한 형태와 재료를 사용하여 포장을 하고 있다.

탐구 활동

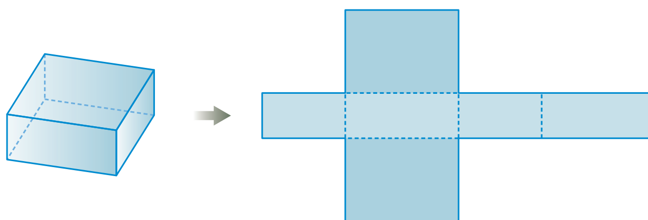
오른쪽 그림과 같이 6개의 음료수 캔을 직육면체 모양의 투명한 상자에 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 상자의 두 밑면의 넓이는 같은가?

2 상자를 포장하려고 할 때, 포장지가 겹쳐진 부분의 넓이는 생각하지 않는다면 필요한 포장지의 넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

각기둥의 겉넓이를 구할 때에는 전개도를 이용하면 편리하다.



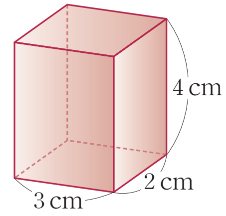
각기둥은 합동인 두 밑면과 직사각형 모양의 옆면으로 이루어져 있으므로 각기둥의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

각기둥의 겉넓이

(각기둥의 겉넓이)=(한 밑면의 넓이)×2+(옆넓이)

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 3 cm, 세로의 길이가 2 cm, 높이가 4 cm인 사각기둥의 겉넓이를 구하여라.



● 풀이 오른쪽 전개도에서

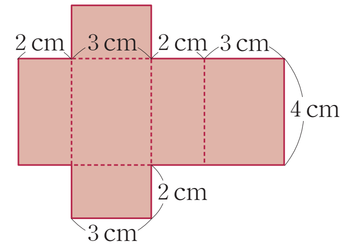
(한 밑면의 넓이)$=3\times2=6(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=(2+3+2+3)\times4$

$=40(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

(겉넓이)$=6\times2+40=52(\text{cm}^2)$

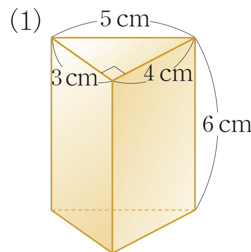


답 ● 52 cm^2

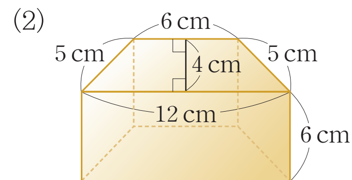
문 제 1

다음 각기둥의 겉넓이를 구하여라.

(1)

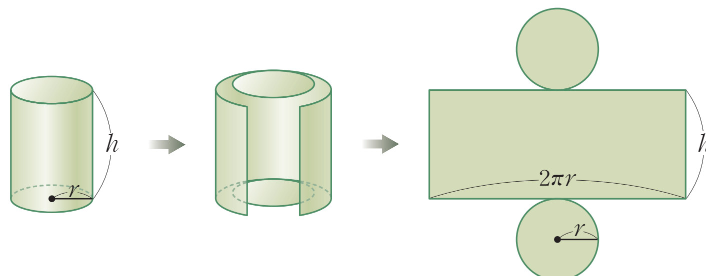


(2)



원기둥의 겉넓이도 각기둥의 겉넓이를 구하는 방법으로 구할 수 있다.

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.



밑면은 반지름의 길이가 r인 원이므로

$$(\text{한 밑면의 넓이})=\pi r^2$$

이고, 직사각형 모양인 옆면의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같으므로

$$(\text{옆넓이})=2\pi r\times h=2\pi rh$$

이다.

따라서 원기둥의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

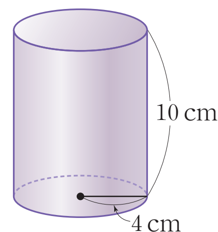
원기둥의 겉넓이

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이 S는

$$S=(\text{한 밑면의 넓이})\times 2+(\text{옆넓이})=2\pi r^2+2\pi rh$$

예 제 2

오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 4 cm이고, 높이가 10 cm인 원기둥의 겉넓이를 구하여라.



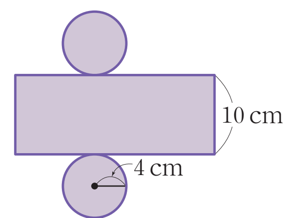
● 풀이 오른쪽 전개도에서

$(\text{한 밑면의 넓이})=\pi\times 4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=2\pi\times 4\times 10=80\pi(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

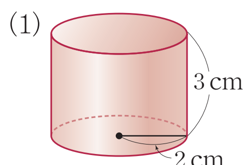
$(\text{겉넓이})=16\pi\times 2+80\pi=112\pi(\text{cm}^2)$



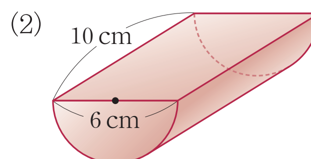
답 ● $112\pi\ \text{cm}^2$

문 제 2 다음 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

(1)



(2)



기둥의 부피를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

시루떡

시루떡은 쌀가루에 콩이나 팥 등을 섞어 시루에 켜켜로 안쳐서 찐 떡이다. 예로부터 우리 조상들은 각종 경조사에 시루떡을 만들어 나누어 먹었는데, 그중에서 붉은 팥떡은 액운을 막는다고 하여 지금도 이사나 개업 때 이웃과 나누어 먹는다.

탐 구 활 동

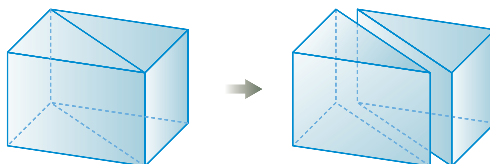
●준비물
시루떡, 과일칼

오른쪽 그림과 같이 직육면체 모양의 시루떡을 대각선 방향으로 썰어 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 원래 떡과 나뉜 떡의 한 쪽의 밑면의 넓이를 비교하여 보자.

2 원래 떡과 나뉜 떡의 한 쪽의 부피를 비교하여 보자.

탐구 활동처럼 직육면체를 다음 그림과 같이 반으로 자르면 똑같은 삼각기둥이 2개 만들어진다.



이때 직육면체의 부피는

(가로의 길이) × (세로의 길이) × (높이) = (한 밑면의 넓이) × (높이)

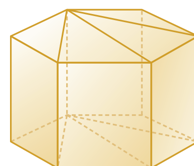
이므로 직육면체를 사각기둥으로 본다면 한 삼각기둥의 부피는 다음과 같다.

$$(\text{삼각기둥의 부피}) = \frac{1}{2} \times (\text{사각기둥의 부피})$$

$$= \frac{1}{2} \times (\text{사각기둥의 한 밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$$

$$= (\text{삼각기둥의 한 밑면의 넓이}) \times (\text{높이})$$

또 오각기둥, 육각기둥, …과 같은 각기둥은 오른쪽 그림과 같이 몇 개의 삼각기둥으로 나눌 수 있으므로 각기둥의 부피는 나누어진 삼각기둥의 부피의 합으로 구할 수 있다.



일반적으로 각기둥의 부피는 다음과 같이 구한다.

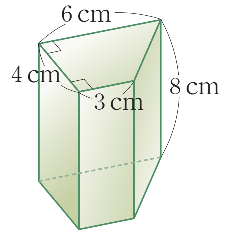
각기둥의 부피

한 밑면의 넓이가 S이고, 높이가 h인 각기둥의 부피 V는

$$V=(\text{한 밑면의 넓이})\times(\text{높이})=Sh$$

예제 3

오른쪽 각기둥의 부피를 구하여라.



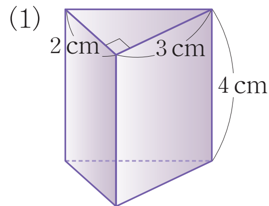
● 풀이 (한 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3+6)\times4=18(\text{cm}^2)$

(부피)=(한 밑면의 넓이)×(높이)$=18\times8=144(\text{cm}^3)$

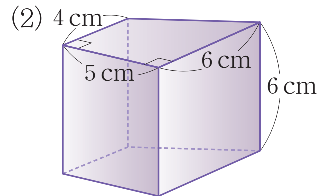
답 ● $144\ \text{cm}^3$

문제 3 다음 각기둥의 부피를 구하여라.

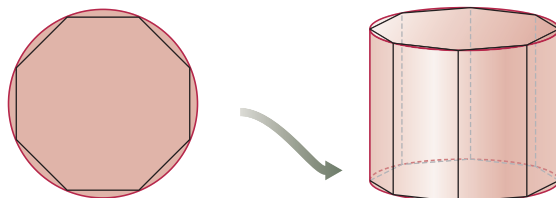
(1)



(2)



다음 그림과 같이 원기둥 속에 꼭 맞는 밑면이 정다각형인 각기둥에서 밑면의 변의 개수를 늘려감에 따라 각기둥은 원기둥에 가까워진다.



따라서 원기둥의 부피는 각기둥의 부피와 같은 방법으로 구할 수 있다. 즉,

(원기둥의 부피)=(한 밑면의 넓이)×(높이)

이다.

일반적으로 원기둥의 부피는 다음과 같이 구한다.

원기둥의 부피

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 부피 V는

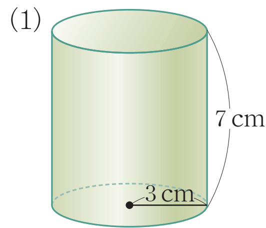
$$V=(\text{한 밑면의 넓이})\times(\text{높이})=\pi r^2 h$$

보기 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고 높이가 5 cm인 원기둥의 부피 V는

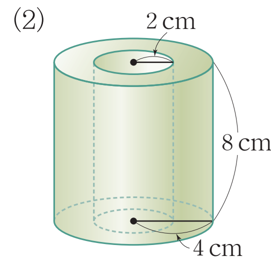
$$V=\pi\times2\times2\times5=20\pi(\text{cm}^3)$$

문제 4 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1)

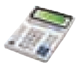


(2)



함께 만들어요 **문제 5** 문제 4와 같이 입체도형의 부피를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

실생활 **문제 6**



오른쪽 그림은 전라남도 해양수산과학관에 있는 원기둥 모양의 수조이다. 수조의 밑면인 원의 둘레의 길이가 4 m이고 높이가 5 m일 때, 다음 물음에 답하여라. (단, $\pi=3.14$, $1\text{ m}^3=1$톤이고, 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

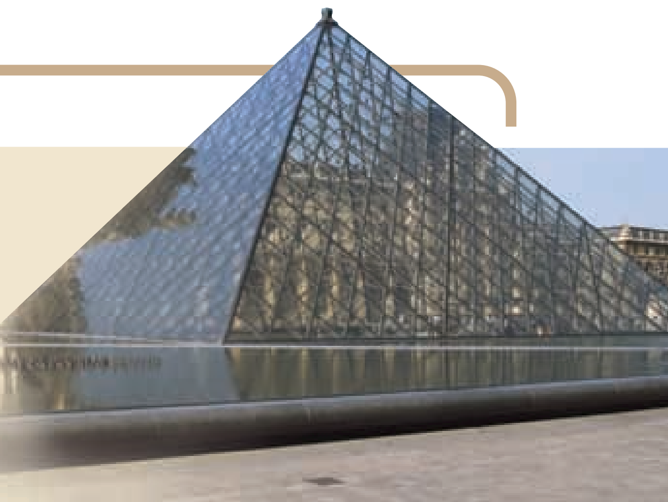
(1) 수조의 밑면인 원의 반지름의 길이는 몇 m인가?

(2) 수조에 들어갈 수 있는 물의 양은 몇 톤인가?

2-2 뿔의 겉넓이와 부피

● 각뿔과 원뿔의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

뿔의 겉넓이를 어떻게 구하는가?



창의력 기르기

루브르 박물관

프랑스 파리의 루브르 박물관 입구에는 피라미드 모양의 건축물이 있다. 건축가 이오 밍 페이(Ieoh Ming Pei ; 1917~)가 설계하여 1989년에 완성된 이 건축물은 현재 파리를 대표하는 상징물의 하나로 자리 잡고 있으며 옆면은 철골 구조와 유리로 덮여 있다.

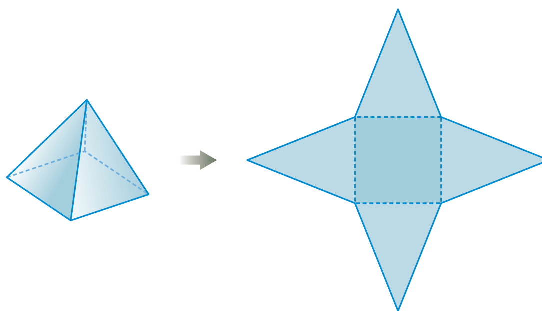
탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 피라미드 모양의 건축물의 각 면을 이루는 도형이 무엇인지 말하여 보자.

2 피라미드 모양의 건축물의 겉넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

각뿔의 겉넓이를 구할 때에는 전개도를 이용하면 편리하다.



각기둥의 밑면은 두 개이고, 각뿔의 밑면은 한 개이다.

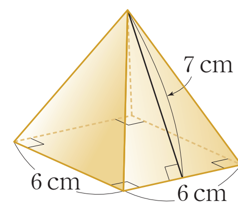
각뿔은 한 개의 밑면과 삼각형 모양의 옆면으로 이루어져 있으므로 각뿔의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

각뿔의 겉넓이

(각뿔의 겉넓이)=(밑면의 넓이)+(옆넓이)

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 밑면이 정사각형이고, 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



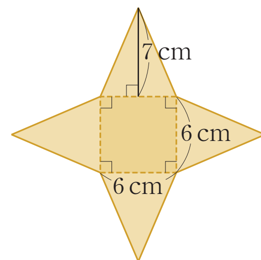
풀이 오른쪽 전개도에서

(밑면의 넓이) $=6\times6=36(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $=\left(\frac{1}{2}\times6\times7\right)\times4=84(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

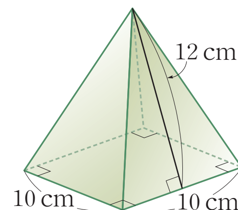
(겉넓이) $=36+84=120(\text{cm}^2)$



답 120 cm^2

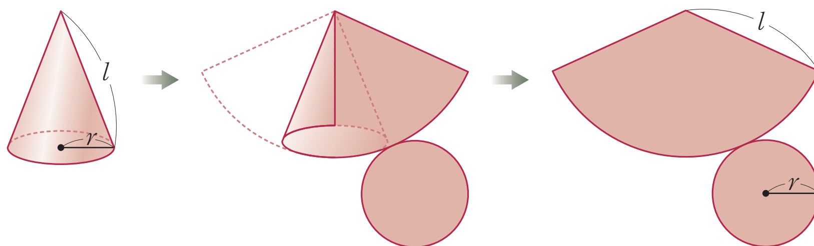
문 제 1

오른쪽 그림과 같이 밑면이 정사각형이고, 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



원뿔의 겉넓이를 구할 때에도 그 전개도를 이용하면 쉽게 구할 수 있다.

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 전개도를 그리면 다음과 같다.



(부채꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(호의 길이)
$\times$(반지름의 길이)

밑면은 반지름의 길이가 r인 원이므로 (밑면의 넓이)$=\pi r^2$이다. 또 옆면은 반지름의 길이가 모선의 길이 l과 같고, 호의 길이가 밑면인 원의 둘레의 길이 $2\pi r$와 같은 부채꼴이므로

$$(\text{옆넓이})=\frac{1}{2}\times 2\pi r\times l=\pi l r$$

이다.

따라서 원뿔의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

원뿔의 겉넓이

밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는

$$S=(\text{밑면의 넓이})+(\text{옆넓이})=\pi r^2+\pi l r$$

예제 2

밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고, 모선의 길이가 5 cm인 원뿔의 겉넓이를 구하여라.

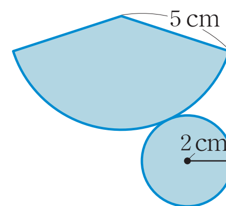
풀이 오른쪽 전개도에서

(밑면의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\frac{1}{2}\times 2\pi\times 2\times 5=10\pi(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 겉넓이는

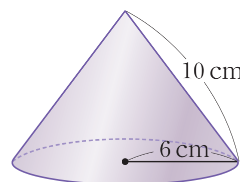
(겉넓이)$=4\pi+10\pi=14\pi(\text{cm}^2)$



답 $14\pi\ \text{cm}^2$

문제 2

오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm이고, 모선의 길이가 10 cm인 원뿔의 겉넓이를 구하여라.



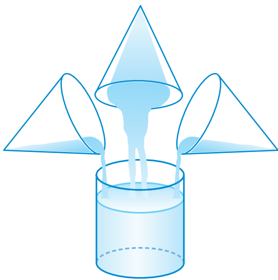
뿔의 부피를 어떻게 구하는가?

탐 구 활 동

● 준비물
밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇, 물

다음 그림과 같이 밑면이 합동이고 높이가 같은 사각뿔 모양의 그릇과 사각기둥 모양의 그릇을 준비하여 보자. 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 담아 사각기둥 모양의 그릇에 부어 가득 채우려고 한다. 물음에 답하여 보자.

1 사각기둥 모양의 그릇에 물이 가득 차려면, 사각뿔 모양의 그릇의 물을 몇 번 부어야 하는지 구하여 보자.



탐구 활동에서 사각뿔 모양의 그릇에 물을 가득 담아 3번 부으면 사각기둥 모양의 그릇을 가득 채울 수 있다. 따라서 사각뿔의 부피는 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 사각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$임을 알 수 있다.

일반적으로 각뿔의 부피는 밑면의 넓이와 높이가 각각 같은 각기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$이다. 원뿔의 부피도 각뿔의 경우와 마찬가지로 밑면인 원의 반지름의 길이와 높이가 각각 같은 원기둥의 부피의 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 각뿔과 원뿔의 부피는 다음과 같이 구한다.

각뿔과 원뿔의 부피

(1) 밑면의 넓이가 S이고, 높이가 h인 각뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times(\text{밑면의 넓이})\times(\text{높이})=\frac{1}{3}Sh$$

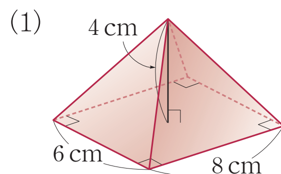
(2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원뿔의 부피 V는

$$V=\frac{1}{3}\times(\text{밑면의 넓이})\times(\text{높이})=\frac{1}{3}\pi r^2h$$

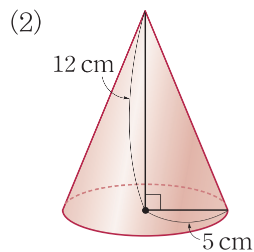
예제 3

다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1)



(2)



● 풀이 (1) (사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

$=\frac{1}{3}\times 6\times 8\times 4=64(\text{cm}^3)$

(2) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times$(높이)

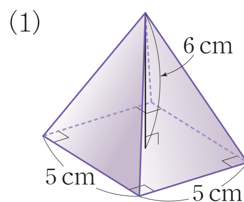
$=\frac{1}{3}\times \pi\times 5^2\times 12=100\pi(\text{cm}^3)$

답 ● (1) 64 cm^3 (2) $100\pi\text{ cm}^3$

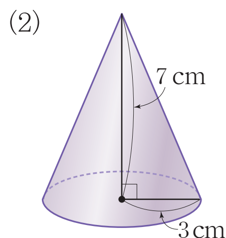
문제 3

다음 입체도형의 부피를 구하여라.

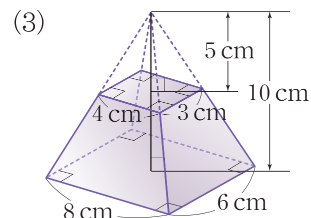
(1)



(2)

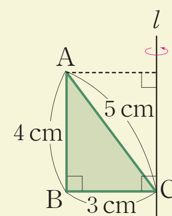


(3)



창의 UP

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



2-3 구의 겉넓이와 부피

● 구의 겉넓이와 부피를 구할 수 있다.

구의 겉넓이를 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

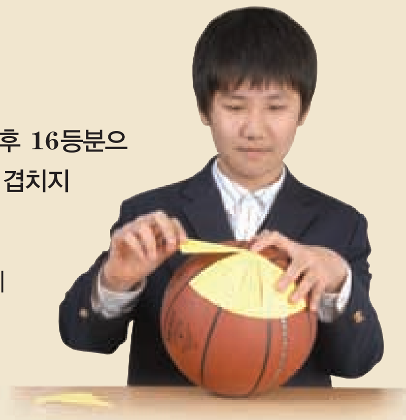
공의 지름의 길이

농구, 축구, 야구, 탁구 등은 모두 구 모양의 공을 사용하는 운동 경기이다. 공을 만들 때 필요한 재료의 양을 알려면 공의 겉넓이를 구해야 한다. 일반적으로 농구공의 지름의 길이는 24 cm, 축구공의 지름의 길이는 22.2 cm, 야구공의 지름의 길이는 7.23 cm, 탁구공의 지름의 길이는 4 cm이다.

탐 구 활 동

●준비물
농구공, 종이, 컴퍼스, 연필, 자, 가위, 접착제

종이 위에 반지름의 길이가 12 cm인 원을 그린 후 16등분으로 잘라서 오른쪽 그림과 같이 농구공 위에 서로 겹치지 않도록 붙여 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 농구공의 표면을 모두 덮으려면 원 모양의 종이는 몇 개 필요한가?

2 농구공의 겉넓이는 원의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 농구공의 표면을 모두 덮는 데에는 원 모양의 종이가 4개 필요하다. 따라서 농구공의 겉넓이는 원의 넓이의 4배가 됨을 알 수 있다.

일반적으로 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 반지름의 길이가 r인 원의 넓이의 4배이므로 구의 겉넓이는 다음과 같이 구한다.

구의 겉넓이

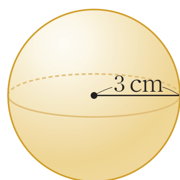
반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S는

$$S=4\pi r^2$$

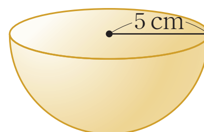
보기 반지름의 길이가 5 cm인 구의 겉넓이 S는 $S=4\pi\times5^2=100\pi(\text{cm}^2)$

문제 다음 입체도형의 겉넓이를 구하여라.

(1)



(2)



구의 부피를 어떻게 구하는가?

탐구 활동

●준비물
원기둥 모양의 그릇, 반지름의 길이가 원기둥 밑면인 원의 반지름의 길이와 같은 구, 물

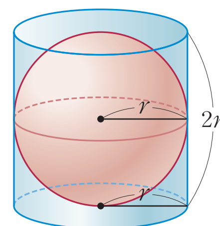
다음 그림과 같이 구에 꼭 들어맞는 원기둥 모양의 그릇이 있다. 이 그릇에 물을 가득 채운 후 구를 물속에 완전히 넣었다가 꺼내었다. 물음에 답하여 보자.

1 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥의 높이의 몇 배인가?

2 구의 부피는 원기둥의 부피의 몇 배인가?

탐구 활동에서 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥의 높이의 $\frac{1}{3}$이 됨을 알 수 있다.

이때 넘쳐흐른 물의 양은 구의 부피와 같으므로 구의 부피는 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$임을 알 수 있다.



일반적으로 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥의 부피의 $\frac{2}{3}$이다.

따라서 구의 부피는 다음과 같이 구한다.

$$(\text{구의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{원기둥의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{한 밑면의 넓이})\times(\text{높이})$$

$$=\frac{2}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{4}{3}\pi r^3$$

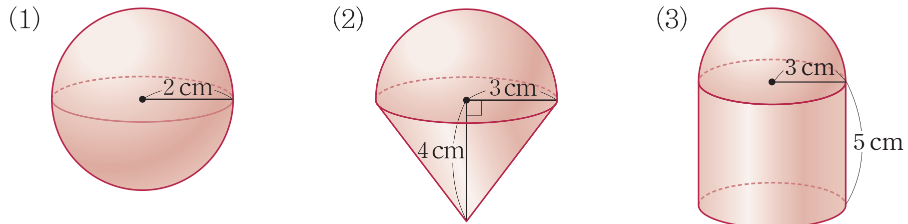
이상을 정리하면 다음과 같다.

구의 부피

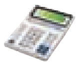
반지름의 길이가 r인 구의 부피 V는

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

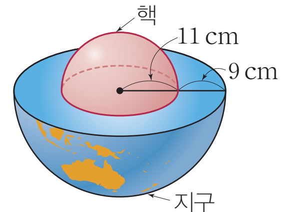
문제 2 다음 입체도형의 부피를 구하여라.



문제 3

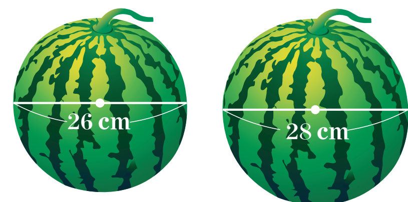


지구는 지각, 맨틀, 핵으로 구성되어 있다. 이러한 지구의 반지름의 길이가 20 cm가 되도록 지구를 축소하면 지구의 핵의 반지름의 길이는 11 cm가 된다. 이와 같이 축소된 지구 모형을 오른쪽 그림과 같이 잘라 내었을 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



문제해결

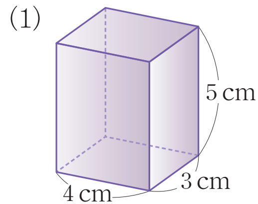
지름의 길이가 26 cm인 수박은 한 통에 9000원이고, 지름의 길이가 28 cm인 수박은 한 통에 10000원이라고 한다. 두 수박의 맛과 익은 정도가 똑같다고 할 때, 어떤 수박을 사는 것이 유리한지 말하여 보자. (단, $\pi=3.14$, 수박은 구 모양이고 껍질의 두께는 무시한다.)



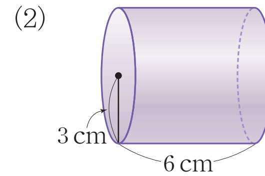
• (기둥의 겉넓이)
=(한 밑면의 넓이)×2
+(옆넓이)
• (기둥의 부피)
=(한 밑면의 넓이)
×(높이)

1 다음 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하여라.

(1)

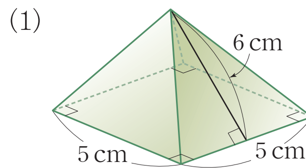


(2)

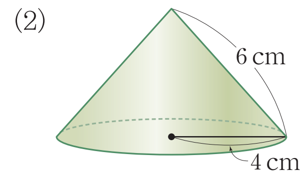


2 다음 그림과 같이 밑면이 정사각형이고 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형으로 이루어진 사각뿔과 원뿔의 겉넓이를 구하여라.

(1)



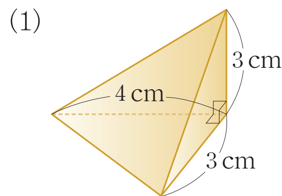
(2)



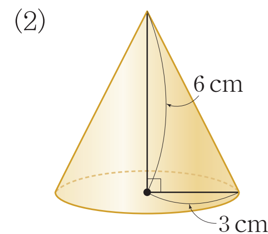
(뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)
$\times$(높이)

3 다음 삼각뿔과 원뿔의 부피를 구하여라.

(1)



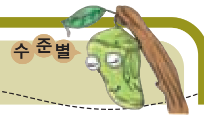
(2)



4 반지름의 길이가 다음과 같은 구의 겉넓이와 부피를 구하여라.

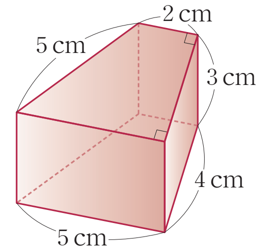
(1) 1 cm (2) 4 cm

기본



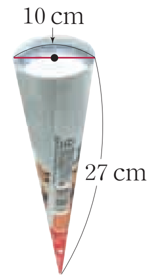
기둥의 겉넓이와 부피

1 오른쪽 그림과 같이 밑면이 사다리꼴인 사각기둥의 겉넓이와 부피를 구하여라.



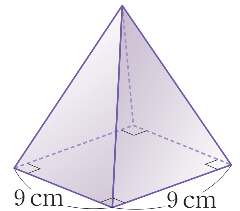
뿔의 겉넓이

2 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 지름의 길이가 10 cm이고, 모선의 길이가 27 cm인 원뿔 모양의 아이스크림이 있다. 이 아이스크림의 옆면을 둘러싼 포장지의 넓이를 구하여라. (단, 포장지가 겹쳐진 부분의 넓이는 무시한다.)



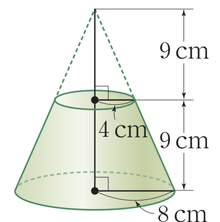
뿔의 부피

3 오른쪽 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 9 cm인 정사각형이고, 부피는 243 cm^3인 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 높이를 구하여라.



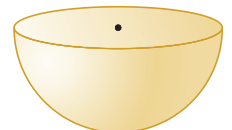
뿔의 부피

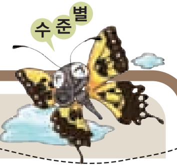
4 오른쪽 그림은 높이가 18 cm인 원뿔을 잘라서 만든 원뿔대이다. 이 원뿔대의 부피를 구하여라.



구의 부피

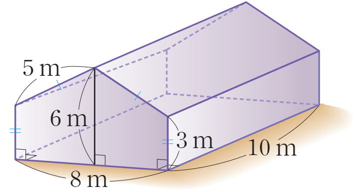
5 오른쪽 반구에서 단면의 모양인 원의 넓이가 9π cm^2일 때, 이 반구의 부피를 구하여라.





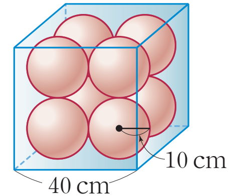
중 / 단 / 원 실력

1 오른쪽 그림은 오각기둥 모양의 창고이다. 이 창고의 겉면을 한 통에 6000원 하는 페인트로 칠하려고 한다. 페인트 한 통으로 8 m^2를 칠할 수 있다고 할 때, 창고의 겉면을 모두 칠하는 데 드는 비용을 구하여라. (단, 창고의 밑바닥에는 페인트를 칠하지 않는다.)



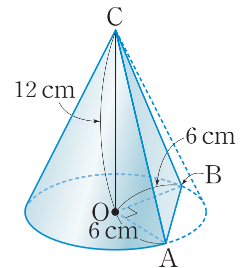
• 정육면체의 부피에서 구 8개의 부피를 뺀다.

2 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 40 cm인 정육면체 모양의 수조에 반지름의 길이가 10 cm인 구를 8개 넣었다. 여기에 물을 부어 수조가 넘치지 않게 가득 채우려고 한다. 이때 필요한 물의 양을 구하여라.

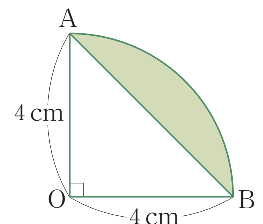


• 원뿔에서 $\frac{1}{4}$을 잘라 낸 입체도형과 삼각뿔로 나누어 생각한다.

3 오른쪽 그림은 원뿔을 밑면인 원의 둘레 위의 두 점 A, B와 꼭짓점 C를 지나는 평면으로 잘라서 만든 입체도형이다. $\angle AOB=90°$일 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



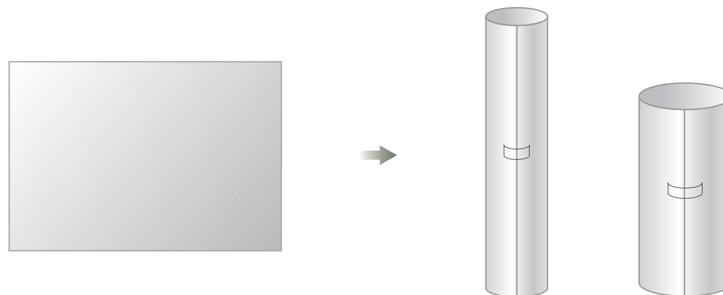
4 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 4 cm인 부채꼴에서 색칠한 부분을 직선 OA를 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



A4 용지로 만든 원기둥의 부피

준비물 • A4 용지, 투명 테이프

우리가 흔히 쓰는 A4 용지를 준비하여 두 가지 방법으로 원기둥을 만들어 보자. 다음 그림과 같이 첫 번째 원기둥은 길이가 긴 쪽을 맞붙여 만들고, 두 번째 원기둥은 길이가 짧은 쪽을 맞붙여 만든다.



과제 1 A4 용지의 가로, 세로의 길이를 자로 잰 후, 두 원기둥의 부피를 각각 구하여라. (단, $\pi=3$을 사용한다.)

과제 2 과제 1에서 구한 부피를 비교하여 보고, 원기둥의 옆넓이가 같은 경우 부피의 크기를 최대로 만들기 위해서 고려해야 할 점이 무엇인지 토의하여 보자.

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______________________ (_____학년 ____반 ____번)

점검 항목		도달 정도		
학습 내용	다면체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하였는가?			
	회전체의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하였는가?			
	입체도형의 겉넓이를 구할 수 있는가?			
	입체도형의 부피를 구할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

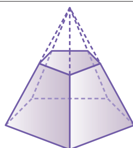
스스로 평가하기

선생님 의견

점선을 따라 자르세요.

대단원 핵심 한눈에 보기

1 다면체와 각뿔대

다면체	다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형
각뿔대	각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 각뿔이 아닌 쪽의 다면체  오각뿔대

2 정다면체

정다면체	각 면이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모여 있는 면의 개수가 같은 다면체
정다면체의 종류	정다면체에는 정사면체, 정육면체, 정팔면체, 정십이면체, 정이십면체의 다섯 종류만 있다.

3 회전체와 원뿔대

회전체	평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형
원뿔대	원뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이 아닌 쪽의 도형
회전체의 성질	(1) 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 항상 원이다. (2) 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양은 모두 합동이고 회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.

4 기둥의 겉넓이와 부피

기둥의 겉넓이	(1) (각기둥의 겉넓이) =(한 밑면의 넓이)×2+(옆넓이) (2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이 S는 $S=2\pi r^2+2\pi rh$
기둥의 부피	(1) 각기둥의 부피 h S $V=Sh$ (2) 원기둥의 부피 h S r $V=Sh=\pi r^2 h$

5 뿔의 겉넓이와 부피

뿔의 겉넓이	(1) (각뿔의 겉넓이)=(밑면의 넓이)+(옆넓이) (2) 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이 S는 $S=\pi r^2+\pi lr$
뿔의 부피	(1) 각뿔의 부피 h S $V=\frac{1}{3}Sh$ (2) 원뿔의 부피 h S r $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2 h$

6 구의 겉넓이와 부피

구의 겉넓이와 부피	반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 S와 부피 V는 $S=4\pi r^2$, $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ r

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 다면체, 각뿔대, 정다면체, 원뿔대

만화로 보는 수학 이야기

마법사의 고민

생각 키/우/기 원이 아닌 어떤 도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때 구가 될 수 있는지 찾아보고, 그 도형을 그려 보자.

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 다면체인 것은?

① 구　② 원뿔대
③ 오각뿔　④ 원기둥
⑤ 원뿔

2 다음 중에서 사각뿔에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 밑면은 사각형이다.
② 옆면은 삼각형이다.
③ 면의 수가 4개이므로 사면체이다.
④ 모서리의 수는 8개이다.
⑤ 꼭짓점의 수는 5개이다.

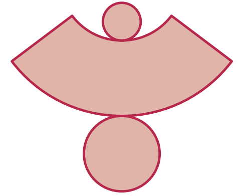
3 다음 중에서 육면체를 모두 찾으면? (정답 2개)

① 삼각기둥　② 사각기둥
③ 삼각뿔　④ 오각뿔대
⑤ 사각뿔대

4 다음은 정다면체에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 정사면체의 꼭짓점의 수는 4개이다.
② 정육각형을 한 면으로 하는 정다면체는 만들 수 없다.
③ 정사면체, 정팔면체, 정이십면체는 한 면의 모양이 모두 같다.
④ 정이십면체에서 한 꼭짓점에 모이는 면의 수는 4개이다.
⑤ 정다면체는 모두 다섯 종류뿐이다.

5 오른쪽 전개도로 만든 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면의 모양은?



① 원　② 직사각형
③ 정삼각형　④ 사다리꼴
⑤ 이등변삼각형

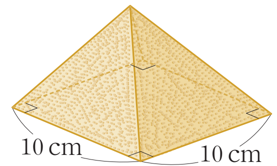
6 다음 중에서 서로 평행한 면이 세 쌍인 입체도형은?

① 정육면체　② 정사면체
③ 육각뿔　④ 원뿔대
⑤ 사각뿔대

7 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 모선의 길이가 12 cm인 원뿔의 겉넓이는?

① $145\pi\ \text{cm}^2$　② $85\pi\ \text{cm}^2$
③ $70\pi\ \text{cm}^2$　④ $60\pi\ \text{cm}^2$
⑤ $50\pi\ \text{cm}^2$

8 영은이는 정사각뿔 모양의 모래 피라미드를 만들었는데 밑면은 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형이고, 모래는 $200\ \text{cm}^3$가 사용되었다. 이때 영은이가 만든 모래 피라미드의 높이는?



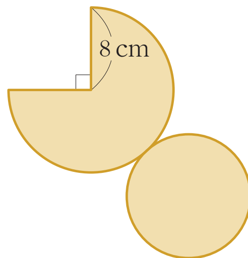
① 4 cm　② 5 cm　③ 6 cm
④ 7 cm　⑤ 8 cm

9 반지름의 길이가 2 cm인 반구의 겉넓이와 부피는?

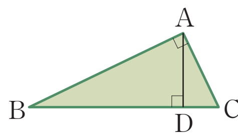
① 겉넓이: 8π cm², 부피: $\frac{64}{3}\pi$ cm³
② 겉넓이: 8π cm², 부피: 12π cm³
③ 겉넓이: 12π cm², 부피: $\frac{32}{3}\pi$ cm³
④ 겉넓이: 12π cm², 부피: 10π cm³
⑤ 겉넓이: 12π cm², 부피: $\frac{16}{3}\pi$ cm³

서/답/형

10 오른쪽 전개도로 만든 입체도형의 밑면의 넓이를 구하여라.

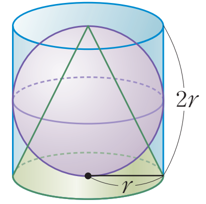


11 오른쪽 직각삼각형 ABC를 보기의 직선을 축으로 하여 1회전시켰을 때, 원뿔이 되는 것을 모두 찾아라.



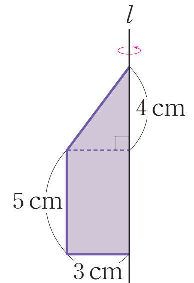
보기
㉠ 직선 AB ㉡ 직선 AC
㉢ 직선 BC ㉣ 직선 AD

12 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 $2r$인 원기둥에 구와 원뿔이 꼭 맞게 들어가 있을 때, 원뿔과 구와 원기둥의 부피의 비를 구하여라.



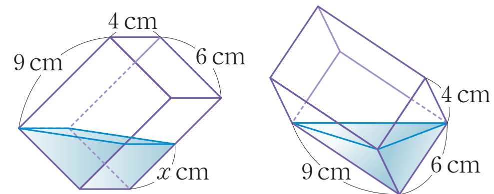
|서술형|

13 오른쪽 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

14 다음 그림과 같이 두 직육면체 모양의 그릇에 같은 양의 물이 들어 있다. 이때 x의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



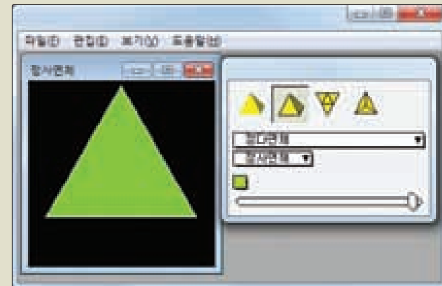
컴퓨터의 활용

컴퓨터로 입체도형을 그려 보자.

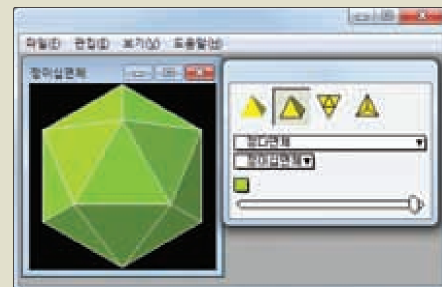
컴퓨터를 이용하면 그리기 힘든 입체도형도 쉽게 그릴 수 있다. 컴퓨터로 입체도형을 그려 보자.

1 정다면체 그리기

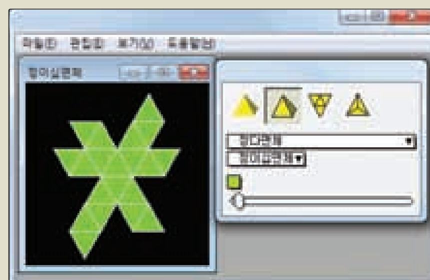
1. 프로그램을 실행하면 오른쪽과 같은 초기 화면이 나타난다.

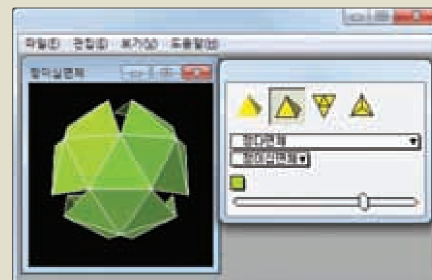


2. 오른쪽 선택 창에서 입체도형을 나타내는 방법을 선택하고, 그리려고 하는 입체도형을 선택한다.



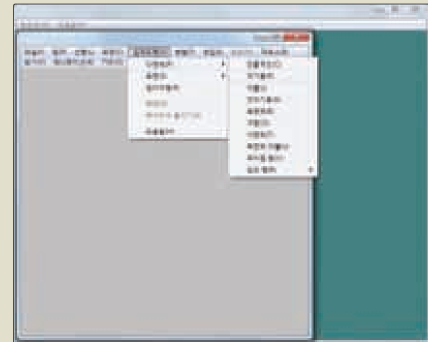
3. 선택 창의 조정 버튼을 마우스로 누른 상태에서 좌우로 움직이면 도형이 변화하는 모습을 볼 수 있다.



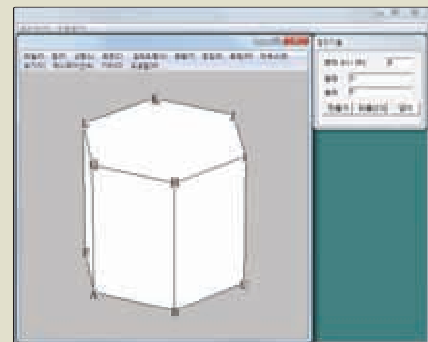


2 각기둥 그리기

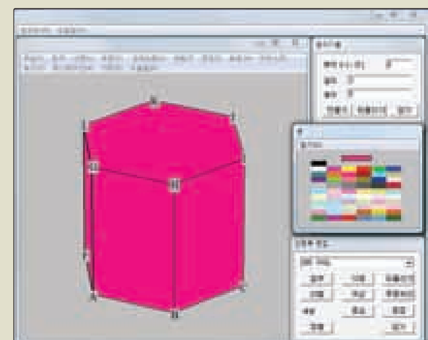
1. 초기 화면에서 [윈도(W)]를 클릭한 후 [3차원 기하]를 클릭하여 [입체도형] – [다면체] – [각기둥]을 선택한다.



2. 입력 창에 그리려고 하는 각기둥의 밑면을 이루는 변의 수와 길이, 높이를 입력하고 [만들기]를 클릭하면 오른쪽과 같은 입체도형이 화면에 나타난다.



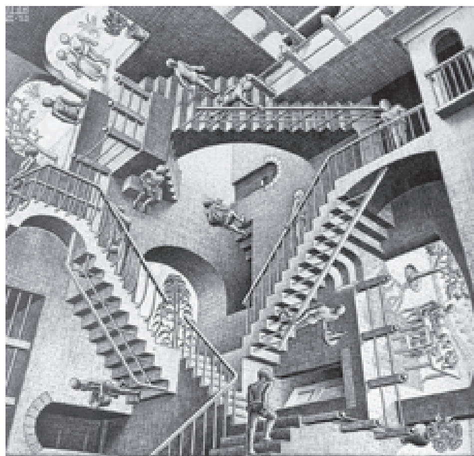
3. 2의 화면에서 [편집]을 클릭하여 [선형 요소]를 선택하면 면의 색과 꼭짓점을 다양하게 꾸밀 수도 있다.



판화가 에스허르에 관하여

판화가인 마우리츠 코르넬리스 에스허르(M.C. Escher ; 1898~1972)는 건축과 장식 디자인 학교에서 판화 제작의 기술을 배운 후 이탈리아, 스위스, 벨기에 등을 다니며 작품 활동을 했다. 그의 작품의 대부분은 우리에게 친숙한 대상, 일상적으로 마주치는 공간과 매우 근사한 모습의 이미지로 이루어져 있지만 그것들은 보이는 것과는 달리 실제로 존재할 수 없는 세계를 표현하고 있다.

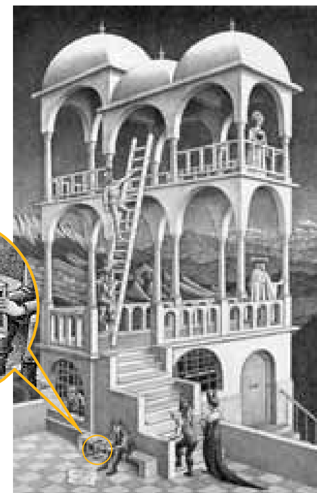
가짜가 진짜보다 더 그럴듯하게 보이게 하는 색다른 세계를 창조해 낸 그의 작품들은 묘하게 착시 현상을 일으킨다. 그곳에서는 반복과 순환, 변형, 무한한 공간 등의 주제가 가상과 현실의 벽을 무너뜨리며 끊임없이 변화한다.


상대성(1953)

전혀 의도하지 않은 것 같지만 완벽하게 의도된 세계를 수학과 과학 교육을 거의 받지 않은 한 예술가의 작품 속에서 발견한 학자들은 정확하고 분석적인 시각 세계의 접근에 놀라 시각적 인식에 대해 새로운 관심을 갖게 되었다.

에스허르는 물리적 대상 사이에서 지켜야 할 공간의 논리가 깨어질 때 일어나는 시각적 착시를 이용하였다. '상대성'(1953) 작품에서 볼 수 있듯이 계단 위에서 사람이 오르내리는 것이 그럴듯해 보이지만 사람들이 가까이 있어도 서로 다른 세계에 존재하기 때문에 만날 수 없다.

이처럼 에스허르는 수학적으로나 물리적으로는 불가능한 세계를 표현하고 있다. 또 '전망대'(1958) 작품 속에 있는 정육면체는 모호하게 그려져 있어 보는 이에게는 자연스러운 입체도형처럼 받아들여지지만 두 모서리가 서로 교차하고 있어 실제로는 불가능한 정육면체이다. 또한 사다리에 있는 사람들은 밖에 있으면서 동시에 안에 있다.

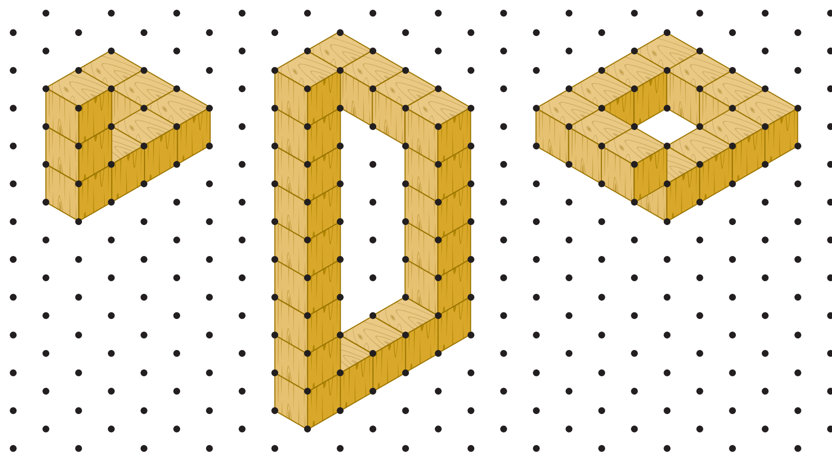

전망대(1958)

뫼비우스의 띠 Ⅱ(1963)

'뫼비우스의 띠 Ⅱ'(1963) 작품에서도 에스허르의 탐구는 계속되고 있는데 작품 속에서 띠 위에 있는 개미는 어디가 안이고 어디가 밖인지 모른 채 끊임없이 순환할 수밖에 없다.

이러한 수학적 문제 제기를 통해 에스허르는 인간의 시지각과 착각, 사람들이 진실이라고 믿는 것에 대해 화두를 던진다.

공간의 입체도형을 평면에 그릴 때 착시 현상을 이용하는 방법이 있다. 같은 간격으로 찍혀 있는 점을 이용하여 입체도형의 위, 오른쪽, 왼쪽 부분이 보여지도록 그린다. 실제로는 불가능하지만 보는 이에게는 가능해 보이는 도형을 디자인할 때 에스허르도 이 방법을 사용했다고 한다. 다음은 이 방법을 사용하여 실제로는 불가능하지만 실제처럼 보이는 도형을 디자인한 그림이다.



부록

I 수와 연산

1 자연수의 성질

준 | 비 | 학 | 습 p.12

1 10000, 100

2 (1) 1, 2, 3, 6, 9, 18
(2) 1, 3, 9, 27
(3) 1, 3, 9
(4) 9

3 (1) 4, 8, 12, 16, 20, 24, ⋯
(2) 6, 12, 18, 24, ⋯
(3) 12, 24, ⋯
(4) 12

4 (1) 2, 9
최대공약수: 4, 최소공배수: 72
(2) 3, 5, 8
최대공약수: 6, 최소공배수: 240

1-1 소인수분해 [p.13~p.19]

1 (1) $3^2\times5^3$ (2) $2^2\times5\times7^4$

2 (1) 10^3 (2) 10^4

의사소통

3×10^{23}은 300000000000000000000000를 10의 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것이다.
이와 같이 큰 수를 거듭제곱을 사용하여 나타내면 여러 개의 0을 쓰지 않아도 되고, 몇 자리의 수인지 한눈에 알기가 쉽다.

3 (1) 합성수 (2) 소수
(3) 합성수 (4) 소수

4 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

추론

2의 배수는 2를 약수로 가지게 되므로 2를 제외한 2의 배수는 모두 소수가 아니다. 따라서 에라토스테네스의 체에서 2는 남기고 2의 배수를 모두 지운 것이다.

5 2, 3, 5

6 (1) 2×3^3 (2) 2×7^2
(3) $3\times5\times7$ (4) $2^2\times5\times11$

7 (1) $24=2^3\times3$
24의 소인수는 2, 3이다.
(2) $84=2^2\times3\times7$
84의 소인수는 2, 3, 7이다.
(3) $210=2\times3\times5\times7$
210의 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

8 (1) 1, 3, 9, 11, 33, 99
(2) 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100
(3) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40
(4) 1, 5, 7, 25, 35, 175

추론

혜수의 생각은 옳지 않다.
예를 들어 7과 4를 비교하여 보자. 7은 4보다 크지만 7의 약수는 1과 7로 2개이고, 4의 약수는 1, 2, 4로 3개이므로 7의 약수의 개수는 4의 약수의 개수보다 더 적다.

1-2 최대공약수와 최소공배수 [p.20~p.26]

1 (1) 최대공약수: 6, 공약수: 1, 2, 3, 6
(2) 최대공약수: 25, 공약수: 1, 5, 25

2 ㉠, ㉢

의사소통

두 합성수 24와 25의 최대공약수는 1이므로 서로소이다. 따라서 서로소인 두 수 중에서 하나가 반드시 소수일 필요는 없다.

3 (1) 4　(2) 25
(3) 18　(4) 6

4 a와 b의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12
b와 c의 공약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18
따라서 a, b, c의 최대공약수는 6이다.

창의 UP

a와 15의 최대공약수가 5이므로 $a=5\times\square$로 놓을 수 있다. 이때 a는 5의 배수이지만 3의 배수는 아니다. 만일 a가 5와 3의 배수이면 a는 15의 배수가 되므로 a와 15의 최대공약수가 15가 되기 때문이다. 따라서 50보다 큰 두 자리의 자연수 중에서 5의 배수는 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95이고, 60, 75, 90은 3의 배수이므로 a가 될 수 있는 수는 55, 65, 70, 80, 85, 95이다.

5 (1) 최소공배수: 12
공배수: 12, 24, 36, ⋯
(2) 최소공배수: 60
공배수: 60, 120, 180, ⋯

6 (1) 378　(2) 900
(3) 144　(4) 240

의사소통

서로소인 두 수는 공약수가 1뿐이므로 두 수의 공통인 소인수는 없다. 그러므로 최소공배수는 공통이 아닌 각각의 소인수를 모두 곱하여 구하게 되고, 이것은 소인수분해하기 전의 두 수를 곱한 것과 같다.

7 12

8 (1) 20개
(2) 20개의 상자에 똑같이 나누어 담으면 한 상자에 비누는 $140\div20=7$(개), 치약은 $180\div20=9$(개), 칫솔은 $240\div20=12$(개)씩 담게 된다.

9 121

10 예시
4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 세 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.
답 119

11 8과 12의 최소공배수는 24이므로 24분마다 동시에 도착한다.
따라서 오후 3시 30분 이후 처음으로 동시에 도착하는 시각은 오후 3시 54분이다.

중/단/원 기초 p. 27

1 (1) 2^4, 밑: 2, 지수: 4
(2) 5^3, 밑: 5, 지수: 3

2 ㉡, ㉢

3 (1) $2^2\times5$　(2) $2\times3\times5$
(3) $2^2\times17$　(4) $2^5\times3$

4 (1) 10　(2) 9

5 (1) 30　(2) 84

중/단/원 기본 p. 28

1 소수: 4개, 합성수: 5개

2 (1) $27=3^3$이므로 약수는 1, 3, 9, 27
(2) $32=2^5$이므로 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
(3) $48=2^4\times3$이므로 약수는
1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
(4) $250=2\times5^3$이므로 약수는
1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250

3 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수이므로 a와 b의 공약수는 10의 약수인 1, 2, 5, 10이다.

4 (1) 최대공약수: 15, 최소공배수: 450
(2) 최대공약수: 3, 최소공배수: 630

5 정사각형 모양의 타일을 가능한 가장 크게 하려면 타일의 한 변의 길이를 135와 75의 최대공약수가 되도록 해야 한다.
$135=3^3\times5$, $75=3\times5^2$이므로 최대공약수는
$3\times5=15$이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 15 cm이고
$135\div15=9$, $75\div15=5$이므로 필요한 타일의 개수는
$9\times5=45$(개)이다.

중/단/원 실력 p. 29

1 3의 거듭제곱에서 일의 자리 숫자만을 구하면 다음과 같다.

수	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	…
일의 자리 숫자	3	9	7	1	3	9	7	1	…

즉, 지수를 4로 나누었을 때 나머지가 1, 2, 3, 0이면 일의 자리 숫자는 차례로 3, 9, 7, 1이다.
따라서 지수 99를 4로 나누면 나머지가 3이므로 일의 자리 숫자는 7이다.

2 $2^3\times\square$는 약수의 개수가 12개이므로 $\square$ 안의 수를 a^2이라고 하면 a는 2가 아닌 가장 작은 소수이어야 한다. 따라서 $\square$ 안의 수는 3^2이다.

3 $28=2^2\times7$이므로 a가 될 수 있는 가장 작은 수는 7이다. 또 a는 7에 자연수의 제곱이 되는 수를 곱하여 구할 수 있다.
즉, a는 7, 7×2^2, 7×3^2, 7×4^2, 7×5^2, …이므로 이 중에서 100 이하의 수는 7, 28, 63이다.

4 $81=3^4$이므로 3의 배수는 81과 서로소가 될 수 없다. 따라서 1에서 80까지의 자연수 중에서 3의 배수는 26개이므로 구하는 자연수의 개수는
$80-26=54$(개)이다.

5 (1) 생선전 970개와 호박전 650개를 똑같이 나누어 줄 때 10개씩 남으므로 학생 수는 960과 640의 공약수가 된다.
960과 640의 최대공약수는 320이므로 구하는 학생 수는 320명이다.
(2) 한 학생에게 나누어 준 생선전의 개수는
$960\div320=3$(개)
이고, 한 학생에게 나누어 준 호박전의 개수는
$640\div320=2$(개)
이다.

2 정수와 유리수

준 | 비 | 학 | 습 p. 30

1 (1) 25 (2) 28
(3) 70 (4) 9

2 (1) $\frac{3}{4}>0.7$ (2) $2.6<\frac{8}{3}$
(3) $2>\frac{8}{5}$ (4) $\frac{5}{4}<\frac{3}{2}$

3 (1) $\frac{5}{4}$ (2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{7}{10}$

4 (1) 11 (2) 11

2-1 정수와 유리수 [p. 31~p. 35]

1 (1) 지상 6 m: +6 m, 지하 4 m: −4 m
(2) 수입 7000원: +7000원, 지출 4000원: −4000원
(3) 50명 증가: +50명, 30명 감소: −30명

2 (1) +4 (2) −5 (3) $+\frac{3}{4}$ (4) −2.6

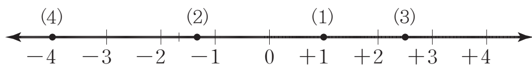
문제해결

예 서로 반대되는 성질을 가지는 수량을 양의 부호 +와 음의 부호 −를 사용하여 나타낸다.
- A 지역의 인구 증가: +100명
  A 지역의 인구 감소: −100명
- 지난달 우리 집의 총수입: +500만 원
  지난달 우리 집의 총지출: −250만 원
- 주식 거래량의 증가: +9321주
  주식 거래량의 감소: −7652주

3 양수: ㉠, ㉤
음수: ㉢, ㉣, ㉥

4 $-\frac{3}{2}$, +1.2

5



의사소통

예 '일본, 사상 최대 규모의 강진'
어제 오후 2시 46분쯤 일본 도호쿠 지역 인근 바다 밑에서 규모 8.8의 지진이 일어났다. 이 지진의 영향으로 높이 10 m의 쓰나미가 태평양과 인접한 내륙을 덮쳐 엄청난 피해가 발생했다.
진원지는 도쿄 북동쪽 373 km, 센다이 동쪽 130 km 해상의 지하 24.4 km 지점이다. 일본 기상청은 지진의 규모를 처음에 7.9로 발표했다가 8.8까지 올렸다. 이번 지진은 일본 역사상 가장 큰 규모로 1923년 14만 명이 사망한 관동 대지진(규모 7.8)보다 크고, 1945년 히로시마에 떨어진 원자 폭탄의 5만 배에 해당한다.

〈○○일보 2011년 3월 12일〉

2-2 정수와 유리수의 대소 관계 [p. 36~p. 39]

1 (1) 7 (2) 9
(3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{2}{5}$

의사소통

$|0|=0$이다.
왜냐하면 절댓값은 수직선에서 원점과 그 수를 나타내는 점 사이의 거리를 말하는데 0을 나타내는 점이 바로 원점이기 때문이다.

2 (1) $<$ (2) $>$
(3) $>$ (4) $<$

3 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 절댓값을 구하여 비교하면 다음과 같이 큰 것부터 차례로 나열할 수 있다.

$+8.3,\ +4,\ +2,\ 0,\ -\frac{9}{2},\ -11$

4 (1) $a \geq \frac{2}{3}$
(2) $-4 \leq a < 2$

창의 UP

두 수 a, b에 대하여 $a<b$일 때
- a, b 모두 양수이면 $|a|<|b|$이다.
- a, b 모두 음수이면 $|a|>|b|$이다.
- a는 0, b는 양수이면 $|a|<|b|$이다.
- a는 음수, b는 0이면 $|a|>|b|$이다.
- a는 음수, b는 양수이면 $|a|<|b|$ 또는 $|a|>|b|$ 또는 $|a|=|b|$일 수 있다.

따라서 두 수 a, b의 대소 관계가 정해졌다고 하여도 $|a|$와 $|b|$의 대소 관계를 알 수 있는 것은 아니다.

의사소통

'a는 3보다 작지 않다.'는 'a는 3보다 크거나 같다.' 또는 'a는 3 이상이다.'와 같은 뜻이다.
즉, '크거나 같다.', '~ 이상이다.', '작지 않다.'는 같은 뜻이므로 $a \geq 3$과 같이 나타낼 수 있다.

2-3 정수와 유리수의 덧셈과 뺄셈 [p. 40~p. 47]

1 (1) $+11$ (2) -9 (3) -1.1 (4) $-\frac{7}{12}$

2 (1) 19명의 학생이 전학을 감: -19
15명의 학생이 전학을 옴: $+15$
(2) 학생 수는 1학기 동안에 모두 4명이 줄었다.

3 (1) -13 (2) -2.3 (3) $+\frac{2}{3}$ (4) -9

창의 UP

$(-9)+(-4)+1+6=-6$이므로 가로, 세로, 대각선의 칸에 쓰여진 수의 합이 -6이 되도록 마방진을 완성하면 다음과 같다.

−9	2	−2	3
5	−4	0	−7
4	−3	1	−8
−6	−1	−5	6

의사소통

예 준수는 주어진 식을 앞에서부터 차례대로 계산하였고, 미소는 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 절댓값이 비슷한 두 수 -734와 $+733$의 합을 먼저 계산한 후 -17을 더하였다.
준수의 방법은 앞에서부터 차례대로 계산하므로 순서를 정할 필요는 없지만 수가 복잡해져서 계산 과정에서 틀릴 우려가 있다. 반면 미소의 방법은 풀이 과정은 길지만 계산이 쉬우므로 미소의 방법이 편리하다고 할 수 있겠다.

4 (1) -1 (2) -12
(3) -6 (4) $+6$
(5) $+1.2$ (6) $+\frac{7}{10}$

추론

a와 b를 예를 들어 알아보면
- $a=-2$, $b=+3$인 경우
$(-2)+(+3)>(-2)-(+3)$
- $a=-2$, $b=0$인 경우
$(-2)+0=(-2)-0$
- $a=-2$, $b=-3$인 경우
$(-2)+(-3)<(-2)-(-3)$

따라서 두 유리수 a, b에 대하여 $a+b$가 항상 $a-b$보다 크다고 할 수 없다.

5 (1) $+4$ (2) -11
(3) -0.7 (4) $-\frac{1}{12}$

6 (1) $+5$ (2) -6
(3) $+3$ (4) $-\frac{7}{12}$

2-4 정수와 유리수의 곱셈과 나눗셈 [p. 48~p. 58]

1 (1) $+18$ (2) $+16$
(3) -27 (4) -35

2 (1) $+1.5$ (2) $+\frac{1}{3}$
(3) -5 (4) -36

의사소통

$(-1)\times3=-(1\times3)=-3$이므로 -3과 $(-1)\times3$은 같은 수이다.

3 (1) -1100 (2) $+1.8$

4 (1) $+60$ (2) -4

5 (1) -18 (2) $-\frac{4}{3}$
(3) $+8000$ (4) -784

6 (1) $+2$ (2) $+3$ (3) -0.6 (4) -1.4

7 (1) $-\frac{1}{4}$ (2) $\frac{7}{2}$ (3) $-\frac{4}{3}$ (4) $+\frac{2}{3}$

8 (1) $+10$ (2) $-\frac{3}{8}$ (3) $-\frac{10}{9}$ (4) $-\frac{10}{3}$

9 (1) -1 (2) $-\frac{80}{3}$

창의 UP

(1) 두 수 모두 양수이거나 음수이다.
(2) 하나의 수는 양수, 다른 수는 음수이다.

10 (1) $+3$ (2) -7

문제해결

$\underbrace{-0.5^2}_{①}\times4-\underbrace{4+2}_{②}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=0.25\times4\underbrace{-6\times\left(-\frac{1}{2}\right)}_{③}$

① $-0.5^2=-0.25$인데 $-0.5^2=0.25$로 잘못 계산하였다.
② $2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$을 먼저 계산한 다음 덧셈을 해야 하는데 $4+2$를 먼저 계산한 다음 곱셈을 하였다.
③ $-(+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$로 계산해야 하는데 $-(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$로 계산하였다.

따라서 바르게 풀면 다음과 같다.

$$-0.5^2\times4-4+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-0.25\times4-4+(-1)$$
$$=(-1)-(+4)+(-1)$$
$$=-6$$

11 (1) -90 (2) $+30$
(3) $+7$ (4) -175

12 예시
분배법칙을 이용하여 다음을 계산하여라.

$$\left(-\frac{19}{12}\right)\times\frac{1}{3}+\left(+\frac{55}{12}\right)\times\frac{1}{3}$$

답 1

의사소통

$4\times(3+5)=4\times8=32$ ……①

$4\times3+4\times5=12+20=32$ ……②

①과 ②에서 $4\times(3+5)=4\times3+4\times5$이므로 분배법칙이 성립함을 알 수 있다.

중/단/원 기초 p.59

1 (1) $+1,\ \frac{11}{6}$

(2) $-\frac{2}{3},\ -9.8,\ -5$

(3) $-\frac{2}{3},\ \frac{11}{6},\ -9.8$

(4) $+1,\ -5$

2 A: $-2\frac{2}{3}$ 또는 $-\frac{8}{3}$

B: $-\frac{1}{3}$

C: $+1\frac{2}{3}$ 또는 $+\frac{5}{3}$

D: $+3$

3 (1) $+7$ (2) -1

(3) $+\frac{2}{3}$ (4) -7

4 (1) -14 (2) $+27$
(3) -5 (4) 0

5 $(-2)\times\{3+(-4)\}$

$=(-2)\times\boxed{3}+(-2)\times(-4)$

$=\boxed{-6}+(+8)=\boxed{+2}$

중/단/원 기본 p.60

1 (1) $+4$ (2) -6 (3) -6 (4) 0

2 -21

3 $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-0.63)\times\frac{5}{2}$

$=(\boxed{-0.63})\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}$

$=(\boxed{-0.63})\times\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{5}{2}\right\}$

$=(\boxed{-0.63})\times(\boxed{-1})=\boxed{+0.63}$

4 (1) $+1$ (2) -4 (3) -7 (4) $-\frac{13}{5}$

중/단/원 실력 p.61

1 $a>0$이고 $a\times b<0$이므로 $b<0$

$b<0$이고 $b\div c>0$이므로 $c<0$

두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작으므로

$|b|<|c|$에서 $c<b$

따라서 $a>0$, $b<0$, $c<0$, $c<b$이므로 가장 작은 수는 c이다.

2 $+\frac{6}{5}$

3 $-\frac{5}{3}=-1\frac{2}{3}$이므로 $a=-2$

$\frac{19}{6}=3\frac{1}{6}$이므로 $b=3$

따라서 $|a|+|b|=|-2|+|3|=5$이다.

4 주어진 수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 큰 값이 되려면 음수 2개와 양수 1개를 곱해서 그 결과가 양수가 되도록 해야 한다.

$\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-5)\times\frac{1}{10}=+\frac{5}{4}$

5 (1) 가장 높은 기온은 -2.4 ℃이고, 가장 낮은 기온은 -5.2 ℃이므로 기온의 차는 $+2.8$ ℃이다.

(2) $(-5.2)+(-2.8)+(-4.1)+(-4.1)+(-2.4)$
$=-18.6$(℃)

따라서 평균 기온은 $\frac{-18.6}{5}=-3.72$(℃)이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 66~p. 67]

1 ①	2 ②, ④	3 ③	4 ③, ④	5 ②, ④
6 ③	7 ⑤	8 ②	9 ④	10 ①
11 ②	12 -6	13 -25	14 $-\frac{7}{2}$	
15 풀이 참조		16 풀이 참조		

3 $36=2^2\times3^2$, $54=2\times3^3$이고, 세 수의 최소공배수는 $540=2^2\times3^3\times5$이므로 A는 5의 배수이다. 또 세 수의 최대공약수는 18이므로 A는 18의 배수이기도 하다. 따라서 A는 90의 배수이므로 216은 A의 값이 될 수 없다.

5 ⑤ $a=-5$, $b=-1$로 놓으면 $|a|=5$, $|b|=1$이므로 $a<b$이지만 $|a|>|b|$이다.

13 절댓값이 같고 차가 10인 두 정수는 수직선에서 원점으로부터 같은 거리에 있고, 부호가 다르다. 즉, 구하는 두 수는 원점으로부터 오른쪽으로 10의 반인 5만큼 떨어진 수인 $+5$와 원점으로부터 왼쪽으로 10의 반인 5만큼 떨어진 수인 -5이다.
따라서 두 정수 $+5$와 -5의 곱은
$(+5)\times(-5)=-25$
이다.

15 톱니바퀴 A, B가 같은 톱니에서 다시 맞물리려면 각각 24와 30의 공배수의 개수만큼 톱니를 지나야 한다. 즉, 같은 톱니에서 다시 맞물리려면 최소한 24와 30의 최소공배수인 120개의 톱니 수만큼 지나야 한다. 따라서 톱니바퀴 A는 최소한 $120\div24=5$(바퀴)를 회전한 후에 같은 톱니에서 다시 맞물릴 수 있다.

16 승수가 이긴 횟수를 □라고 하면
$(+3)\times□+(-1)\times4=+5$
$(+3)\times□+(-4)=+5$, $(+3)\times□=+9$
$□=3$
따라서 승수는 3번 이겼다.

Ⅱ 방정식

1 문자와 식

준|비|학|습 p. 72

1 (1) $(37-21)-5$ (2) $(34-23)+17$
(3) $(49\div7)\times5$ (4) $(16\times4)\div8$

2 (1) $2\times5^3\times7^2$ (2) $2^2\times3^2\times7^3$

3 (1) -8 (2) 1
(3) $\frac{2}{3}$ (4) 4

4 (1) 5 (2) 10

1-1 문자의 사용 [p. 73~p. 77]

1 (1) $(70\times x)$ km
(2) $(800-100\times y)$ mL
(3) $(150\times x+200\times y)$ g

의사소통

예 • 지도에서 나타내는 기호

⇨ 비행장

⇨ 광산

• 교통 표지판

⇨ 어린이 보호

⇨ 일시 정지

2 (1) $3ab$ (2) $-2(a+b)$
(3) $10x+y^2$ (4) $3x^2-y$

3 (1) $\frac{x}{7}$ (2) $\frac{x+1}{y}$
(3) $-\frac{8}{a+b}$ (4) $\frac{a}{4}-\frac{b}{6}$

4 (1) $x+\frac{a}{y}$ (2) $\frac{1}{2}x^2-3y$

(3) $\frac{ab}{a+1}$ (4) $3(a+b)+\frac{1}{2}ab$

5 (1) $\frac{1}{2}ab\text{ cm}^2$ (2) $(3x+5y)$원

의사소통

예 • $x\times x\times y\div 2\div a\div b$

• $(x\times x\times y)\div(2\times a\times b)$

• $\frac{1}{2}\times x\div a\div b\times x\times y$

1-2 식의 값 [p. 78~p. 79]

1 (1) 11 (2) -1

2 148회

3 (1) -17 (2) 12

(3) $-\frac{3}{2}$ (4) $-\frac{13}{2}$

4 예시

$a=-1$, $b=2$일 때, 식 $\frac{2}{a}-\frac{4}{b}$의 값을 구하여라.

답 -4

창의 UP

y분 동안 타는 양초의 길이는 $(x\times y)$ cm이므로 남은 양초의 길이는 $30-x\times y=30-xy$(cm)
$30-xy$에 $x=0.5$, $y=20$을 대입하면
$30-xy=30-0.5\times 20=20$(cm)

1-3 일차식의 계산 [p. 80~p. 88]

1 (1) 항: $-5x$, $3y$

x의 계수: -5, y의 계수: 3

(2) 항: $2a$, $\frac{1}{3}b$, $-c$

a의 계수: 2, b의 계수: $\frac{1}{3}$, c의 계수: -1

(3) 항: $-\frac{p}{2}$, q, 7

p의 계수: $-\frac{1}{2}$, q의 계수: 1

상수항: 7

(4) 항: 3, $-y$, $\frac{3z}{4}$

y의 계수: -1, z의 계수: $\frac{3}{4}$

상수항: 3

2 ㉠, ㉡, ㉢

3 (1) $-6x$ (2) $\frac{6}{5}x$

4 (1) $16x-6$ (2) $4x-2$

5 (1) $-\frac{8}{7}x$ (2) $-4x$

6 (1) $3y-1$ (2) $-5y+7$

7 (1) $3x$와 $-x$ (2) $5y$와 $2y$, 8과 -3

(3) $2a$와 $\frac{a}{3}$ (4) $4a$와 $-a$, $-3b$와 $2b$

8 (1) $-2y-5$ (2) $-\frac{1}{4}x$

(3) $9a-7$ (4) $3b+1$

9 (1) $3x+2$ (2) $2x-3$

(3) $8a$ (4) -2

10 (1) $2x+5$ (2) $-3x+5$

(3) $-4a-9$ (4) $8a-7$

11 (1) $7a-19$ (2) $-y-26$

(3) $-2b+2$ (4) $\frac{7}{6}x+\frac{11}{6}$

12 (1) 누나가 딴 사과의 개수: $(x+6)$개

어머니가 딴 사과의 개수: $5\times x=5x$(개)

아버지가 딴 사과의 개수:

$(x+6)+5x-3=6x+3$(개)

(2) 현수네 가족이 딴 사과의 개수는

$x+(x+6)+5x+(6x+3)=13x+9$(개)

따라서 $x=3$이므로 구하는 사과의 개수의 합은

$13\times 3+9=48$(개)

추론

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 ㉮의 한 변의 길이의 절반이므로 $\frac{1}{2}a$이다.

따라서 ㉯의 한 변의 길이는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이의 3배이므로 $\frac{1}{2}a\times3=\frac{3}{2}a$이다.

중/단/원 기초 p.89

1 (1) $(1000-a)$원
(2) $4b$ cm
(3) $\frac{x}{3}$ m

2 (1) $-5x$ (2) x^2y
(3) $\frac{x}{4}$ (4) $\frac{2}{x-y}$

3 (1) 35 (2) 24
(3) -26 (4) -25

4 각 다항식의 차수는 다음과 같다.
㉠ 1 ㉡ 1 ㉢ 2 ㉣ 1
따라서 일차식인 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

5 (1) $-8x$ (2) $-2x+3$
(3) $7x$ (4) $3x-8$

중/단/원 기본 p.90

1 (1) abc cm^3 (2) $(2ab+2bc+2ac)$ cm^2

2 $-\frac{5}{6}$

3 (1) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$
(2) 16

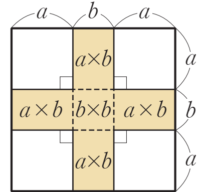
4 (1) ㉡, ㉢, ㉣ (2) ㉠
(3) ㉢ (4) ㉠

5 (1) $12x-9$ (2) $-15+5y$
(3) $-7a+6$ (4) $\frac{b-6}{6}$

중/단/원 실력 p.91

1 남은 줄의 길이는
$x-4\times y=x-4y$(m)
남은 줄을 삼등분하였으므로 한 조각의 길이는
$(x-4y)\div3=\frac{x-4y}{3}$(m)

2 색칠한 부분을 오른쪽 그림과 같이 나누면 구하는 넓이는
$a\times b\times4+b\times b=4ab+b^2$



3 $$\frac{2x^2-5y^2}{x^2y}=\frac{2\times(-2)^2-5\times\left(\frac{1}{2}\right)^2}{(-2)^2\times\frac{1}{2}}$$
$$=\frac{2\times4-\left\{(+5)\times\frac{1}{4}\right\}}{4\times\frac{1}{2}}$$
$$=\frac{8-\left(+\frac{5}{4}\right)}{2}$$
$$=\frac{27}{4}\div2=\frac{27}{8}$$

4 $\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\div\frac{1}{6}$
$=\left(\frac{x+2}{3}-\frac{5x-7}{2}\right)\times6$
$=2(x+2)-3(5x-7)$
$=2x+4-15x+21$
$=-13x+25$
따라서 $a=-13$, $b=25$이므로
$a+b=12$

5 (색칠한 부분의 넓이)
=(사다리꼴의 넓이)−(직사각형의 넓이)
$=(x+2x)\times8\div2-(x-3)\times4$
$=3x\times8\times\frac{1}{2}-4x+12$
$=8x+12$

2 일차방정식

준|비|학|습 p.92

1 (1) -6 (2) 0
(3) 3 (4) -4

2 (1) $2x+2$ (2) $3x-6$
(3) $-4x+8$ (4) $5x-20$

3 (1) $2x$ (2) $2x$
(3) 0 (4) $-2x$

4 (1) $6a-7$ (2) $3a-14$

2-1 방정식과 항등식 [p.93~p.95]

1 (1) $2x+4=12$
(2) $\frac{x}{5}-2=6$
(3) $3x=1500$
(4) $6x+10=100$

2 ㄷ

3 (1) $x=2$ (2) $x=-1$

4 ㄷ, ㄹ

5 예시
다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 찾아라.
ㄱ $x-x=5-7$
ㄴ $-(3x-1)=-3x-1$
ㄷ $2(9x-4)=-8+7x$
ㄹ $6-3x=x-4x+6$
답 ㄹ

2-2 일차방정식의 풀이 [p.96~p.104]

1 (1) $x=1$ (2) $x=5$

2 (1) $2x-1=4 \Rightarrow 2x=4+1$
(2) $7x+15=17 \Rightarrow 7x=17-15$
(3) $-3x=x+20 \Rightarrow -3x-x=20$
(4) $5x+3=4x-6 \Rightarrow 5x-4x=-6-3$

3 ㄱ, ㄹ

4 (1) $x=4$ (2) $x=-3$

5 (1) $x=5$ (2) $x=7$

6 (1) $x=-2$ (2) $x=40$

문제해결

$14-0.4x=0.3x$에서
양변에 10을 곱하면 $140-4x=3x$
140과 $3x$를 각각 이항하면 $-4x-3x=-140$
$-7x=-140$
양변을 -7로 나누면 $x=20$

7 (1) $x=10$ (2) $x=-6$

의사소통

민정이는 등식의 성질을 이용하였고, 현수는 거꾸로 풀기를 이용하여 방정식을 풀었다.

8 192 km

9 연주 시간이 6분인 것이 x곡 있다고 하면 연주 시간이 8분인 것은 $(8-x)$곡이 있다. 곡과 곡 사이에 15초씩 쉬므로 쉬는 시간은 $15\times8=120$(초), 즉 2분이고 총 57분이 소요되므로
$6x+8(8-x)+5+2=57$
$6x+64-8x+5+2=57$
$6x-8x=57-71$, $-2x=-14$
$x=7$
따라서 CD에 수록된 음악 중에서 6분인 것은 7곡, 8분인 것은 1곡이다.

중/단/원 기초 p.105

1 ㄴ, ㄷ

2 ㄱ, ㄹ

3 ㄱ

4 (1) $x=6$ (2) $x=-2$

(3) $x=8$ (4) $x=\frac{3}{2}$

5 (1) $300x+500(10-x)=4000$

(2) $x=5$

(3) 연필과 지우개 모두 5개씩 샀다.

중/단/원 기본 p.106

1 (1) $x=1$ (2) $x=0$

2 (1) $x=-3$ (2) $x=-1$

(3) $x=4$ (4) $x=-20$

3 (1) $x=5$ (2) $x=10$

4 책 한 권의 값을 x원이라고 하면

지은이가 책을 사고 남은 돈은 $(11000-x)$원

승재가 책을 사고 남은 돈은 $(9000-x)$원

지은이의 남은 돈은 승재의 남은 돈의 2배이므로

$11000-x=2(9000-x)$

$11000-x=18000-2x$

$-x+2x=18000-11000$

$x=7000$

따라서 책 한 권의 값은 7000원이다.

5 집에서 도서관까지의 거리를 x km라고 하면

민재가 도서관까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{4}$시간

동생이 도서관까지 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{8}$시간

동생이 민재보다 15분, 즉 $\frac{1}{4}$시간 먼저 도착하였으므로

$\frac{x}{4}-\frac{x}{8}=\frac{1}{4}$

$2x-x=2$

$x=2$

따라서 집에서 도서관까지의 거리는 2 km이다.

중/단/원 실력 p.107

1

$x+2$	-3	$5x-2$
$6x-5$	$2x-1$	$-2x+3$
$-x$	$4x+1$	$3x-4$

2 $\frac{1}{2}x-0.7x=-\frac{x+a}{6}$에 $x=5$를 대입하면

$\frac{5}{2}-3.5=-\frac{5+a}{6}$

양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하면

$15-21=-(5+a)$

$a=-5+6=1$

3 $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}=\frac{x-3}{3}$

$3x-8=2(x-3)$

$x=2$

$x=2$를 $2(x+a)=5x-a$에 대입하면

$2(2+a)=10-a$

$a=2$

4 지희가 처음에 가지고 있던 구슬의 개수를 x개라고 하면 성원이가 받게 되는 구슬은 $\left(\frac{1}{2}x-15\right)$개이고, 효진이가 받게 되는 구슬은 $\left(\frac{3}{4}x+10\right)$개이므로

$\frac{3}{4}x+10=2\left(\frac{1}{2}x-15\right)$

$\frac{3}{4}x+10=x-30$

$-\frac{1}{4}x=-40$

$x=160$

따라서 구하는 구슬의 개수는 160개이다.

5 이 상품의 원가를 x원이라고 하면

(정가)=(원가)+(이익)$=x+0.2x=1.2x$(원)

정가에서 600원을 할인하여 팔았더니 10 %의 이익을 얻었고, (판매가)−(원가)=(이익)이므로

$(1.2x-600)-x=0.1x$

$0.2x-0.1x=600$, $0.1x=600$

$x=6000$

따라서 원가는 6000원이다.

대/단/원 평가 문제 [p.112~p.113]

1 ③ **2** ① **3** ⑤ **4** ①, ⑤ **5** ②
6 ④ **7** ① **8** ② **9** ③ **10** ⑤
11 ③ **12** $\frac{a+b}{2}$ 점 **13** $5x+3$ **14** $x=1$
15 풀이 참조 **16** 풀이 참조

10 x년 후에 아버지의 나이가 아들의 나이의 두 배가 된다고 하면
$45+x=2(15+x)$, $45+x=30+2x$
$-x=-15$, $x=15$
따라서 구하는 해는 2013년의 15년 후이므로
$2013+15=2028$(년)

11 두 지점 사이의 거리를 x km라고 하면
$\frac{x}{30}+\frac{x}{50}=2$
양변에 150을 곱하면
$5x+3x=300$, $8x=300$
$x=\frac{300}{8}=37.5$(km)
따라서 갈 때 걸린 시간은
$\frac{300}{8}\div 30=\frac{10}{8}=\frac{5}{4}$(시간)
즉, 75분이 걸렸다.

15 방정식 $\frac{2x-1}{4}-\frac{ax+5}{2}=a$에 $x=2$를 대입하면
$\frac{2\times 2-1}{4}-\frac{2a+5}{2}=a$, $\frac{3}{4}-\frac{2a+5}{2}=a$
양변에 4를 곱하면
$3-2(2a+5)=4a$, $3-4a-10=4a$
$-8a=7$, $a=-\frac{7}{8}$

16 일의 자리 숫자를 a라고 하면 처음 수는 십의 자리 숫자가 7이므로 $7\times 10+a$이다.
십의 자리와 일의 자리를 바꾼 수는 $a\times 10+7$이므로
$10a+7=(70+a)-27$
$10a+7=a+43$, $9a=36$
$a=4$
따라서 처음 수는 $7\times 10+4=74$

III 함수

1 함수와 그래프

준|비|학|습 p.118

1 한 층씩 올라갈 때마다 쌓기 나무가 2개씩 줄어들면서 엇갈리지 않게 쌓았다.

2 △$=500\times$□

3

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

4

x	1	2	3	4	5
y	6	3	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{6}{5}$

1-1 함수 [p.119~p.123]

1 (1)

x(개)	1	2	3	4	5
y(원)	700	1400	2100	2800	3500

(2) 함수이다.

2 (1) $y=6000x$
(2) $y=6.28x$
(3) $y=60x$

문제해결

사람은 평소에 걸을 때 각자 일정한 보폭으로 걷는다. 그래서 걸음 수를 알면 얼마만큼 이동했는지를 알 수 있다.
이를테면 보폭이 30 cm인 사람이 20걸음을 걸었다면 이 사람은 $30\times 20=600$(cm)를 이동했다. 즉, 보폭을 30 cm, 걸음 수를 x걸음이라고 할 때, 이동한 거리를 y cm라고 하면 $y=30x$인 관계가 있다.
따라서 걸음 수와 이동한 거리는 함수 관계이다.

3 (1) 7　　(2) 4
(3) 1　　(4) 0

4 (1) $f(1)=5000$　　(2) $f(5.5)=7000$
(3) $f(20)=8000$

창의 UP

(1) 종이컵 1개의 높이는 73 mm이고, 2개를 포개어 놓았을 때의 높이는 $6\times(2-1)+73=79$(mm), 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는
$6\times(3-1)+73=85$(mm), …이다.
따라서 종이컵의 개수를 x개, 포개어 놓았을 때의 높이를 y mm라고 하면 x와 y 사이의 관계식은 다음과 같다.
$y=6(x-1)+73$ 또는 $y=6x+67$
(2) $y=6(x-1)+73$에 $x=10$을 대입하면
$y=6\times(10-1)+73=127$
따라서 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이는 127 mm이다.

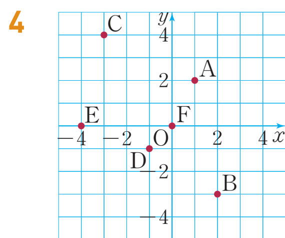
1-2 순서쌍과 좌표 [p. 124~p. 129]

1 A(-4), B(1), C(5)

2 (1) $(a,\ 1)$, $(a,\ 3)$, $(b,\ 1)$, $(b,\ 3)$, $(c,\ 1)$, $(c,\ 3)$
(2) $(1,\ a)$, $(1,\ b)$, $(1,\ c)$, $(3,\ a)$, $(3,\ b)$, $(3,\ c)$

3 A$(2, 2)$, B$(-2, 4)$, C$(-3, -1)$, D$(3, -4)$

4



의사소통

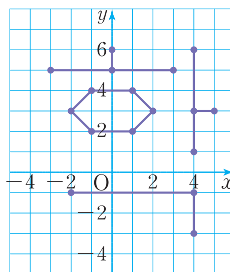
예 • 아파트의 동과 호수: 102동 703호 ⇨ 102-703
• 극장의 좌석 번호: K열 13번 ⇨ K-13

5 제1사분면: 2개, 제2사분면: 3개
제3사분면: 3개, 제4사분면: 1개

6 (1) 제1사분면　　(2) 제4사분면
(3) 제2사분면　　(4) 제3사분면

7 점 P(x, y)가 제2사분면 위의 점이면 x좌표의 부호는 $-$, y좌표의 부호는 $+$이다.
따라서 점 Q$(x,\ -y)$는 x좌표와 y좌표의 부호가 각각 $-$, $-$이므로 제3사분면 위의 점이다.

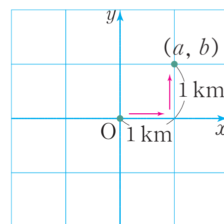
8 예시
좌표평면 위에 글자 '학'이 나타나도록 순서쌍을 정하여라.



답 $(0,\ 6)$, $(0,\ 5)$, $(-3,\ 5)$, $(3,\ 5)$, $(4,\ 6)$, $(4,\ 3)$, $(4,\ 1)$, $(5,\ 3)$, $(-1,\ 4)$, $(1,\ 4)$, $(-2,\ 3)$, $(2,\ 3)$, $(-1,\ 2)$, $(1,\ 2)$, $(-2,\ -1)$, $(4,\ -1)$, $(4,\ -3)$

창의 UP

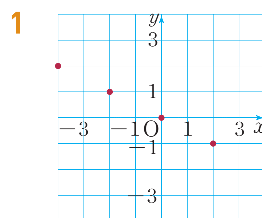
오른쪽 그림과 같이 자동차가 정지해 있는 P 지점을 원점 O로 하는 좌표평면을 생각하면, 구하는 지점은 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $|a|+|b|=2$인 점이다.



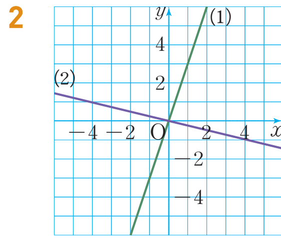
따라서 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(-1,\ -1)$, $(0,\ -2)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$, $(0,\ 2)$, $(-1,\ 1)$인 8개의 지점을 찾으면 된다.

1-3 함수의 그래프 [p. 130~p. 138]

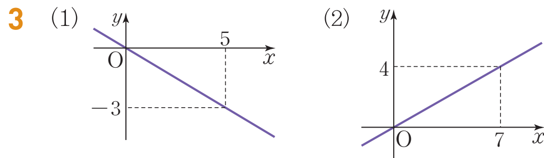
1



2



3 (1) (2)



4 $\frac{1}{2}$

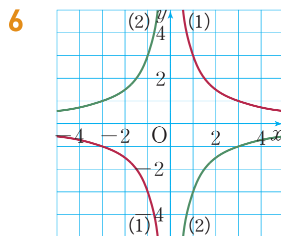
5 (1) – ④, (2) – ②, (3) – ③, (4) – ①

의사소통

예 • 한 개에 500원 하는 아이스크림을 x개 샀을 때의 값 y원은 $y=500x$인 관계가 있다.

• 시계의 분침이 x분 동안 움직인 각도를 $y°$라고 할 때, 분침은 1분에 6°씩 회전하므로 $y=6x$인 관계가 있다.

6

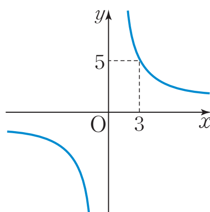


7 −8

8 예시

오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프이다. 점 (3, 5)가 이 그래프 위의 점일 때, a의 값을 구하여라.

답 15



1-4 함수의 활용

[p. 139~p. 142]

1 (1)

x(m)	3	6	9
y(m)	1	2	3

(2) $y=\frac{1}{3}x$ (3) 5 m

2 (1) $y=340x$ (2) 1700 m

창의 UP

흙 x포대에서 나오는 금의 값을 y원이라고 할 때, x와 y 사이의 관계를 표로 나타내면 다음과 같다.

x(포대)	1	2	3	4
y(원)	50	100	150	200

따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=50x$이다.
소 100마리의 값은 3000원이므로 $y=50x$에 $y=3000$을 대입하여 풀면 $x=60$이다. 따라서 소 100마리를 사기 위해서는 흙 60포대가 필요하였다.

3 (1) $y=\frac{2000}{x}$ (2) 500 cm^3

문제해결

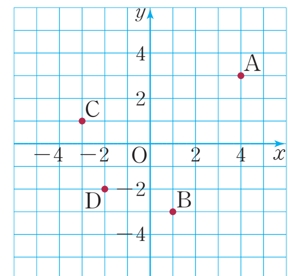
A: $y=100x$, B: $y=250x$
A에서 5분 동안 걸어서 이동한 거리가 500 m임을 알 수 있고, B에서 자전거를 타고 500 m를 가는 데 2분이 걸린 것을 알 수 있다. 따라서 3분이 절약된다.

중/단/원 기초

p. 143

1 ㄱ, ㄷ

2 (1) A: 제1사분면
(2) B: 제4사분면
(3) C: 제2사분면
(4) D: 제3사분면



3 ① – (1), ② – (3), ③ – (4), ④ – (2)

4 (1) $y=\frac{1}{5}x$ (2) 8 km

중/단/원 기본 p.144

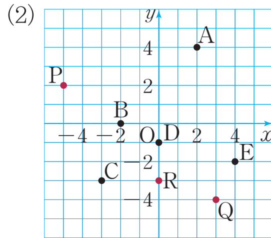
1 (1) 함수이고, 관계식은 $y=400x$이다.

(2) 함수이고, 관계식은 $y=\frac{36}{x}$이다.

(3) 함수가 아니다.

2 (1) A$(2,\ 4)$, B$(-2,\ 0)$, C$(-3,\ -3)$, D$(0,\ -1)$, E$(4,\ -2)$

(2)



3 ① − (3), ② − (2), ③ − (4), ④ − (1)

4 (1) 2000 km (2) $xy=2000$이므로 $y=\frac{2000}{x}$이다.

(3) 대략 21시간

중/단/원 실력 p.145

1 $f\left(\frac{a}{3}\right)=4a$이므로 $-4\times\frac{a}{3}+6=4a$

$-\frac{16}{3}a=-6$, $a=-6\times\left(-\frac{3}{16}\right)=\frac{9}{8}$

2 원점을 지나는 직선 $y=ax$가 점 A$(2,\ 3)$을 지나므로

$3=2a$, $a=\frac{3}{2}$

또 $y=\frac{3}{2}x$가 점 B$(p,\ q)$를 지나므로

$q=\frac{3}{2}p$, $2q=3p$, $3p-2q=0$

3 y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$의 꼴이며, $f(3)=-4$이므로 $x=3$, $y=-4$를 $y=\frac{a}{x}$에 대입하면 $a=-12$

따라서 $y=-\frac{12}{x}$이므로 $f(2)=-6$, $f(-2)=6$이고, $f(2)-f(-2)=-6-6=-12$이다.

4 시계에서 시간을 가리키는 눈금 하나 사이의 각도는 $\frac{360°}{12}=30°$이다. 즉, 1시간 동안 작은바늘은 30°, 큰바늘은 360° 움직이므로 작은바늘이 1° 움직이는 동안 큰바늘은 12° 움직인다.

따라서 구하는 관계식은 $y=12x$이다.

5 함수 $y=\frac{1}{2}x$에서 $x=6$일 때 $y=3$이므로 A$(6,\ 3)$이고, $y=-2x$에서 $x=6$일 때 $y=-12$이므로 B$(6,\ -12)$이다. 따라서 삼각형 AOB의 밑변의 길이는 15이고, 높이는 6이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 15\times 6=45$

대/단/원 평가 문제 [p.150~p.151]

1 ⑤	**2** ②	**3** ⑤	**4** ④	**5** ⑤
6 ②	**7** ⑤	**8** ①	**9** ①, ④	**10** ②
11 4	**12** 3개	**13** -2	**14** 풀이 참조	
15 풀이 참조				

6 점 P$(a,\ b)$가 제2사분면 위의 점이므로 $a<0$, $b>0$이다. 따라서 $a-b<0$, $b-a>0$이므로 점 Q$(a-b,\ b-a)$는 제2사분면 위의 점이다.

13 점 $(a,\ -4)$가 제3사분면 위의 점이므로 $a<0$이다. 또한 $|a|=2$이므로 $a=-2$이다.

14 함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나므로

$5=3a$, $a=\frac{5}{3}$

따라서 $f(x)=\frac{5}{3}x$이므로

$f(-6)=\frac{5}{3}\times(-6)=-10$

15 (1) 시속 x km로 220 km를 가면 y시간이 걸리므로

$y=\frac{220}{x}$

(2) $y=\frac{220}{x}$에 $x=80$을 대입하면 $y=\frac{220}{80}=2.75$

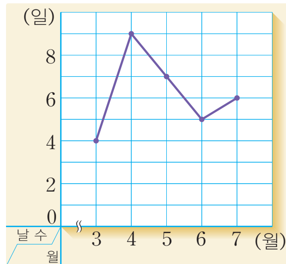
따라서 2.75시간, 즉 2시간 45분이 걸린다.

IV 통계

1 도수분포와 상대도수

준|비|학|습 p. 156

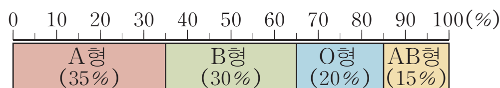
1



2 6.2일

3 (1) 25 % (2) 40 %
(3) 60 % (4) 82 %

4 • A형: 35 %
• B형: 30 %
• O형: 20 %
• AB형: 15 %



1-1 줄기와 잎 그림 [p. 157~p. 160]

1 헌혈한 사람의 나이 (2|3은 23세)

줄기	잎
1	7 7 8 8 9 9 9
2	0 2 3 3 4 7 7 7 8 9 9
3	2 2 5 6 6 6
4	1 4 5 6
5	2 6

2 (1) 30명
(2) 4
(3) 몸무게가 가장 무거운 학생은 64 kg이고, 가장 가벼운 학생은 25 kg이다.
(4) 무거운 편이다.

3 (1) 남학생: 11명
여학생: 10명
(2) 6명
(3) 줄기가 2인 학생 수가 여학생이 남학생보다 더 많으므로 여학생이 책을 더 많이 읽었다고 할 수 있다.
(4) 남학생: $176 \div 11 = 16$(권)
여학생: $162 \div 10 = 16.2$(권)
이므로 여학생이 읽은 책 수의 평균이 더 높다.
또한 (3)과 같은 결과를 얻었다.

의사소통

줄기와 잎 그림은 주어진 자료를 그대로 줄기와 잎으로 나누어서 그림으로 표현하기 때문에 이 그림으로부터 원자료를 언제든지 얻을 수 있다. 또한 모든 자료들이 크기순으로 나열되어 있기 때문에 특정한 자룟값의 상대적인 위치 등을 쉽게 파악할 수 있다. 그러나 자료의 개수가 많으면 부적합하다는 것이 단점이다.

1-2 도수분포표 [p. 161~p. 167]

1 (1) 60건 이상 70건 미만
(2) 50건 이상 60건 미만
(3) 13명
(4) 55건

의사소통

예 1. 주제: 다양한 매체들로 인해 학생들의 독서량이 줄어들고 있다. 우리 반 친구들의 독서량은 어느 정도인지 알아보자.
2. 조사 대상: 우리 반 학생 30명
3. 조사 계획 및 방법: 설문지를 통해 하루 평균 독서 시간을 조사한다.

4. 도수분포표

하루 평균 독서 시간

독서 시간(분)	학생 수(명)
20 이상 ~ 30 미만	1
30 ~ 40	3
40 ~ 50	5
50 ~ 60	11
60 ~ 70	5
70 ~ 80	3
80 ~ 90	2
합계	30

5. 느낀 점: 독서 시간이 50분 이상 60분 미만인 학생들이 가장 많았다. 더 많은 독서 시간을 가질 수 있도록 다양한 독서 관련 프로그램이 만들어졌으면 좋겠다.

2 (1)

훌라후프를 돌린 횟수

훌라후프 기록(회)	학생 수(명)
90 이상 ~ 110 미만	4
110 ~ 130	5
130 ~ 150	8
150 ~ 170	9
170 ~ 190	7
190 ~ 210	5
210 ~ 230	2
합계	40

(2) 150회 이상 170회 미만

(3) 140회

(4) 35 %

3 78.75 $\mu g/m^3$

문제해결

예

K-리그 축구팀들의 득점수

득점수(골)	도수(팀)
10 이상 ~ 20 미만	1
20 ~ 30	0
30 ~ 40	7
40 ~ 50	4
50 ~ 60	3
60 ~ 70	1
합계	16

앞의 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

K-리그 축구팀들의 득점수

계급(골)	계급값(골)	도수(팀)	(계급값) × (도수)
10 이상 ~ 20 미만	15	1	15
20 ~ 30	25	0	0
30 ~ 40	35	7	245
40 ~ 50	45	4	180
50 ~ 60	55	3	165
60 ~ 70	65	1	65
합계		16	670

따라서 구하는 평균은

$\frac{670}{16} = 41.875$(골)

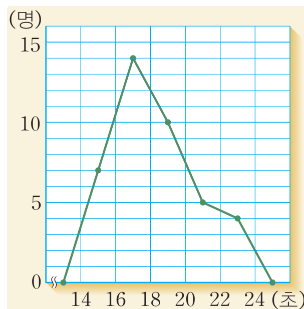
1-3 히스토그램과 도수분포다각형 [p. 168~p. 172]

1 (1) 9년

(2) 320종 이상 360종 미만

(3) 285.9종

2 **100 m 달리기 기록**



3 (1) 6개월

(2) 4.25 pH

(3) 85 %

4 예시

1. 책가방의 무게가 가벼운 쪽에서 7번째인 학생이 속하는 계급의 계급값을 구하여라.
2. 도수가 가장 큰 계급과 도수가 가장 작은 계급의 계급값의 차를 구하여라.
3. 도수분포다각형을 보고, 진희네 반 학생들의 책가방의 평균 무게를 구하여라.

창의 UP

도수분포표는 자료의 평균을 구하기 쉽지만 자료 전체의 분포 상태를 파악하기가 쉽지 않다. 반면 도수분포다각형은 도수가 가장 큰 계급, 도수가 가장 작은 계급 등을 찾기 쉽다. 즉, 도수의 분포 상태를 쉽게 파악할 수 있다. 그러나 평균을 구하는 것은 도수분포표보다 쉽지 않다.

의사소통

도수분포다각형은 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 가운데 점을 차례로 선분으로 연결한 것이다. 그러나 지윤이가 그린 그림은 히스토그램의 윗변의 오른쪽 점을 연결한 것이므로 옳지 않다.

1-4 상대도수와 그래프 [p.173~p.176]

1 수학 성적

성적(점)	학생 수(명)		상대도수	
	1반	2반	1반	2반
50 이상 ~ 60 미만	5	2	0.125	0.0625
60 ~ 70	8	6	0.2	0.1875
70 ~ 80	14	12	0.35	0.375
80 ~ 90	7	8	0.175	0.25
90 ~ 100	6	4	0.15	0.125
합계	40	32	1	1

1반과 2반에서 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수가 각각 0.35와 0.375이므로 2반의 비율이 더 높다고 할 수 있다.

2 영어 동아리 학생들

중/단/원 기초 p.177

1 (1) 윗몸일으키기 기록 (3|2는 32회)

줄기	잎
1	4 7 8 9 9
2	2 4 7 7
3	1 2 3 5 5 7 9
4	0 1 3 8

(2) 3 (3) 100회

2 (1) 버스를 기다린 시간

시간(분)	승객 수(명)	상대도수
0 이상 ~ 3 미만	3	0.1
3 ~ 6	6	0.2
6 ~ 9	10	0.33
9 ~ 12	5	0.17
12 ~ 15	4	0.13
15 ~ 18	2	0.07
합계	30	1

(2) 3분 (3) 12분 이상 15분 미만

(4) 7.5분

중/단/원 기본 p.178

1 11개 반

2 (1) 40명 (2) 37.5 % (3) 6.05시간

3 (1) 상대도수와 도수는 비례하므로 상대도수가 가장 큰 계급이 도수가 가장 큰 계급이다.
따라서 1학년은 7시간 이상 8시간 미만인 계급이고, 3학년은 6시간 이상 7시간 미만인 계급이다.

(2) 3학년의 그래프가 1학년의 그래프에 비하여 왼쪽에 치우쳐 있으므로 3학년이 1학년보다 상대적으로 수면 시간이 적다고 말할 수 있다.

중/단/원 실력 p.179

1 (1) 대여 기간이 8일 이상 12일 미만인 책을 a권이라 고 하면

$$\frac{(\text{대여 기간이 12일 미만인 책 수})}{(\text{조사한 전체 책 수})}\times 100=45(\%)$$

이므로 $\frac{4+6+a}{40}\times 100=45$

$a+10=18$, $a=8$(권)

(2) 대여 기간이 12일 이상 16일 미만인 책을 b권이라고 하면

$4+6+8+b+7+3=40$, $b=12$(권)

(3) (평균)

$$=\frac{2\times4+6\times6+10\times8+14\times12+18\times7+22\times3}{40}$$

$$=\frac{484}{40}=12.1(\text{일})$$

2 (1) 주어진 히스토그램에서 무게가 250 g 미만인 사과는 6+10=16(개)이고, 250 g 이상 300 g 미만인 계급의 도수는 10개 이상이다.
따라서 무게가 가벼운 쪽에서 20번째인 사과가 속하는 계급은 250 g 이상 300 g 미만이므로 구하는 계급값은

$$\frac{250+300}{2}=275(\text{g})$$

(2) 무게가 250 g 이상 300 g 미만인 사과의 개수를 a개라고 하면

$$\frac{6+10+a}{40}\times100=75$$

$a+16=30$, $a=14$(개)

(3) 무게가 300 g 이상 350 g 미만인 사과의 개수를 b개라고 하면 전체 사과는 40개이므로
$6+10+14+b+2=40$, $b=8$(개)

3 상대도수는 도수의 합이 다른 두 집단의 분포 상태를 비교하는 데 쓰인다. 즉, 변량의 개수가 다른 두 자료를 비교할 때, 도수를 그대로 비교하는 것은 의미가 없으므로 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율을 비교하는 것이 편리하다.
상대도수의 그래프에서 B 지역의 그래프가 A 지역의 그래프에 비하여 전체적으로 시청 시간이 긴 오른쪽으로 치우쳐 있다. 따라서 B 지역이 A 지역보다 하루 평균 텔레비전 시청 시간이 더 길다고 할 수 있다.

대/단/원 평가 문제 [p.184~p.185]

1 ① **2** ④ **3** ③ **4** ② **5** ⑤
6 ④ **7** ④ **8** 40명 **9** 15명
10 풀이 참조 **11** 풀이 참조

4 (평균)

$$=\frac{2\times1+6\times3+10\times5+14\times8+18\times2+22\times1}{20}$$

$$=\frac{240}{20}=12(\text{편})$$

5 1분당 타 수가 200타 이상 300타 미만인 계급의 도수가 A이고, 상대도수가 0.3이므로

$\frac{A}{40}=0.3$, $A=40\times0.3=12$

또한 학생 수의 총합이 40명이므로
$3+6+12+16+B+C=40$
$B+C=40-37=3$

10 가족끼리 대화한 시간

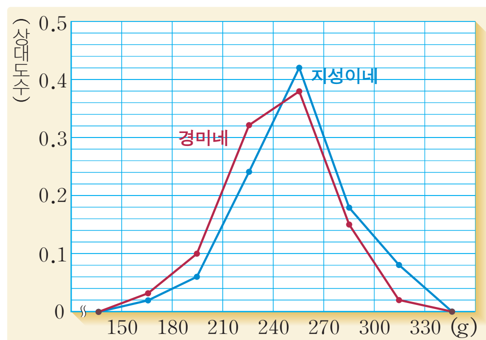
계급(분)	도수(명)	계급값(분)	(계급값)×(도수)
10 이상 ~ 30 미만	2	20	40
30 ~ 50	8	40	320
50 ~ 70	15	60	900
70 ~ 90	10	80	800
90 ~110	4	100	400
110 ~130	1	120	120
합계	40		2580

$$(\text{평균})=\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수의 총합})}$$

$$=\frac{2580}{40}=64.5(\text{분})$$

11 상대도수의 총합은 1이므로 지성이네 밭의 경우 180 g 이상 210 g 미만인 계급의 상대도수는 0.06이고, 경미네 밭의 경우 150 g 이상 180 g 미만인 계급의 상대도수는 0.03이다. 따라서 두 밭의 자료에 대한 상대도수를 그래프로 나타내면 다음과 같다.

하루 동안 수확한 토마토의 무게



위의 그래프를 보면 210 g 미만인 경우 경미네 밭에서 수확한 토마토가 지성이네 밭에서 수확한 토마토보다 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 경미네 밭이 상품성이 없는 토마토의 비율이 더 높다고 할 수 있다.

V 기본 도형과 작도

1 기본 도형

준 | 비 | 학 | 습 p. 192

1 (1) 선분 ㄱㄴ (2) 직선 ㄷㄹ
(3) 반직선 ㅁㅂ

2 예각: ㉢, 둔각: ㉡

3 (1) 직선 가와 라, 직선 나와 라
(2) 직선 가와 나

4 (1) 면 ㅁㅂㅅㅇ (2) 4개

1-1 점, 선, 면 [p. 193~p. 196]

1 (1) 8개 (2) 12개

의사소통

예 • 점: 모눈종이의 가로선과 세로선이 만나는 점, 거미줄의 선과 선이 만나는 점, 바둑판의 가로선과 세로선이 만나는 점 등
• 선: 수평선, 철도 선로, 전깃줄, 도로의 차선 등
• 면: 모니터 화면, 책상, 책, 책받침, 칠판, 벽, 천장 등

2 (1) 3개
(2) $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{AC}$

3 직선 l 위에 있는 점: 점 A, 점 B
직선 l 위에 있지 않은 점: 점 C, 점 D

4 (1) 같은 직선: $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{BC}$
같은 반직선: $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{CB}$
(2) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$

의사소통

반직선 $\overrightarrow{AB}$는 점 A를 시작점으로 하고 점 B 쪽을 향하지만, 반직선 $\overrightarrow{BA}$는 점 B를 시작점으로 하고 점 A 쪽으로 향하고 있어 두 점의 순서가 바뀌면 방향이 반대인 반직선이 된다.

5 (1) $\overline{AB}=\boxed{2}\,\overline{AM}$
(2) $\overline{AB}=\boxed{4}\,\overline{NB}$
(3) $\overline{MN}=\boxed{3}$ cm

1-2 각과 평행선 [p. 197~p. 203]

1 $\angle ABC$(또는 $\angle CBA$ 또는 $\angle B$),
$\angle MON$(또는 $\angle NOM$ 또는 $\angle O$)

2 (1) 평각 (2) 예각
(3) 둔각 (4) 직각

3 (1) $\angle DOE$ (2) $\angle DOF$
(3) $\angle EOA$ (4) $\angle BOC$

4 $\angle a=60°$, $\angle b=120°$

5 (1) 변 CD (2) 점 C
(3) 4 cm

6 (1) $\angle a$의 동위각: $\angle f$
$\angle b$의 동위각: $\angle d$
(2) $\angle d$
(3) $\angle d=70°$, $\angle e=110°$, $\angle f=110°$

7 $\angle a=55°$, $\angle b=55°$, $\angle c=125°$

8 직선 l과 n

창의 UP

수직추는 공중에서 늘어뜨린 가는 줄에 매단 작은 추로 중력에 의하여 줄이 바닥과 수직을 이룬다.
그림에서 수직추를 매단 줄과 지붕이 이루는 각과 지붕과 벽이 이루는 각은 동위각이다. 동위각의 크기가 같으므로 수직추의 줄과 벽은 평행하고, 수직추의 줄이 바닥과 수직이므로 선분 AB와 선분 BC가 수직임을 알 수 있다.

1-3 위치 관계 [p. 204~p. 208]

1 (1) 변 CD (2) 변 AB, 변 CD

2 (1) 모서리 AD, 모서리 AE, 모서리 BC, 모서리 BF
(2) 모서리 BC, 모서리 FG, 모서리 EH
(3) 모서리 AD, 모서리 CD, 모서리 EH, 모서리 GH

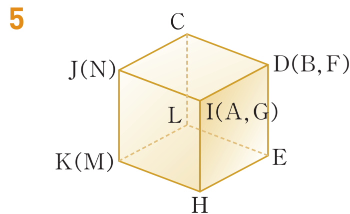
의사소통

예 • 두 직선이 한 점에서 만나는 경우: 그물의 씨실과 날실
• 두 직선이 평행한 경우: 이단 평행봉
• 두 직선이 꼬인 위치에 있는 경우: 에어쇼에서 교차하는 두 비행기의 직선 경로

3 (1) 모서리 AB, 모서리 BC, 모서리 CD, 모서리 AD
(2) 모서리 EF, 모서리 FG, 모서리 GH, 모서리 EH
(3) 면 ABCD, 면 EFGH

4 (1) 모서리 DE, 모서리 EF, 모서리 DF
(2) 모서리 AD
(3) 모서리 BC, 모서리 EF
(4) 면 ABC, 면 DEF

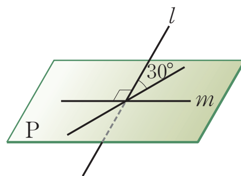
5



예
(1) 모서리 CD, 모서리 FG, 모서리 IJ, 모서리 NC
(2) 모서리 CL, 모서리 DE, 모서리 IH, 모서리 JK
(3) 모서리 CL, 모서리 JK, 모서리 KH, 모서리 LE

추론

수직이라고 할 수 없다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같이 직선 l과 직선 m은 수직이지만 직선 l과 평면 P는 수직이 아닙니다.



중/단/원 기초 p. 209

1 (1) 5 cm (2) 10 cm

2 (1) $\overline{PB}$ (2) 점 B (3) $\overline{PB}$

3 (1) $\angle a$의 동위각: $\angle e$
(2) $\angle c$의 엇각: $\angle e$
(3) $\angle f$의 맞꼭지각: $\angle h$

4 (1) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=70^\circ$
(2) $\angle x=120^\circ$, $\angle y=60^\circ$

5 (1) 모서리 CD, 모서리 EF, 모서리 GH
(2) 모서리 EH, 모서리 FG, 모서리 CG, 모서리 DH
(3) 면 ABCD, 면 ABFE

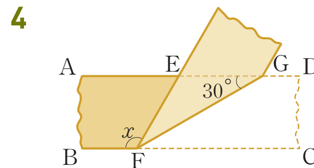
중/단/원 기본 p. 210

1 2

2 12 cm

3 (1) 100° (2) 40°

4



$\overleftrightarrow{AD} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로
$\angle GFC=\angle EGF=30^\circ$(엇각)
종이테이프를 선분 GF에서 접었으므로
$\angle EFG=\angle GFC=30^\circ$
평각의 크기는 180°이므로
$\angle x=180^\circ-30^\circ-30^\circ=120^\circ$

5 (1) 모서리 EF, 모서리 KL, 모서리 IH
(2) 모서리 AF, 모서리 CD, 모서리 IJ, 모서리 GL, 모서리 EF, 모서리 KL, 모서리 DE, 모서리 JK
(3) 면 ABCDEF, 면 GHIJKL
(4) 면 BHIC, 면 ABHG, 면 AGLF, 면 FLKE

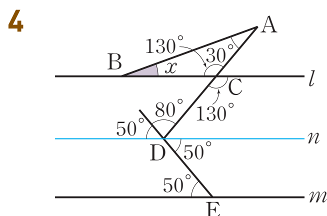
중/단/원 실력 p. 211

1 주어진 도형에서 교점은 10개이므로 $a=10$
교선은 15개이므로 $b=15$
면은 7개이므로 $c=7$
한 꼭짓점에서 만나는 교선은 3개이므로 $d=3$
따라서 $a-b+c-d=10-15+7-3=-1$이다.

2 점 C는 선분 AB를 삼등분하는 점이므로
$\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{BC}$
점 D, E, F는 선분 BC를 사등분하는 점이므로
$\overline{BC}=4\overline{EF}$, $\overline{DE}=\overline{EF}$
점 M은 선분 EF의 중점이므로 $\overline{EF}=2\overline{EM}$
$\overline{DM}=\overline{DE}+\overline{EM}=\overline{EF}+\overline{EM}$
$=2\overline{EM}+\overline{EM}=3\overline{EM}=3(\text{cm})$
$\overline{EM}=1\text{ cm}$
$\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{BC}=\frac{3}{2}\times4\overline{EF}=\frac{3}{2}\times4\times2\overline{EM}$
$=12\overline{EM}=12(\text{cm})$

3 점 A에서 $\overline{CD}$에 수선을 그으면 그 길이는 $\overline{CF}$의 길이와 같으므로 9 cm이다.

4



위의 그림과 같이 직선 l과 직선 m에 평행한 직선 n을 그으면 평행선의 성질에 의하여
$\angle C=50^\circ+80^\circ=130^\circ$
맞꼭지각의 성질에 의하여 $\angle ACB=130^\circ$
그런데 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x=180^\circ-(130^\circ+30^\circ)=20^\circ$

5 모서리 MN과 평행한 모서리는 모서리 AD, 모서리 EH, 모서리 FG이므로 $a=3$
모서리 MN과 꼬인 위치에 있는 모서리는 모서리 AE, 모서리 DH, 모서리 EF, 모서리 HG이므로
$b=4$, $a+b=7$

2 작도와 합동

준|비|학|습 p. 212

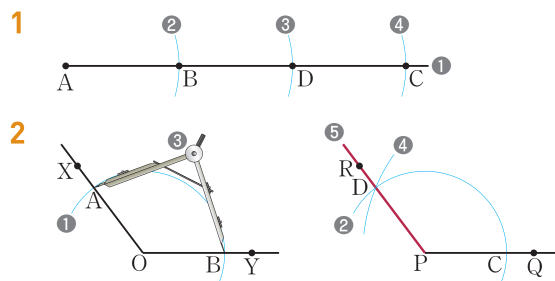
1 큰 원을 그리고, 그 원의 반지름의 길이를 반으로 나누어 큰 원 안에 작은 반원을 그린다.

2 잘린 두 도형은 완전히 포개어지므로 서로 합동이다.

3 (1) 꼭짓점 ㅁ (2) 변 ㅂㅅ (3) 각 ㅁㅇㅅ

2-1 간단한 도형의 작도 [p. 213~p. 215]

1



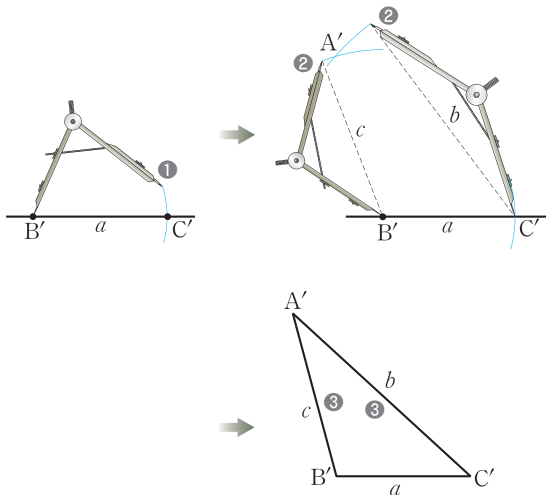
2

2-2 삼각형의 작도와 합동 [p. 216~p. 222]

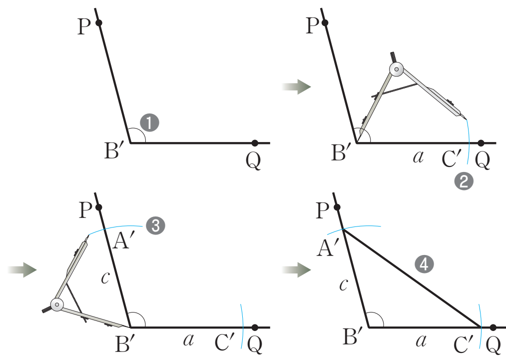
1 (1) 변 AC (2) 변 AB
(3) $\angle C$ (4) $\angle B$

2 (1) 점 E (2) $\angle F$ (3) 변 EF

3

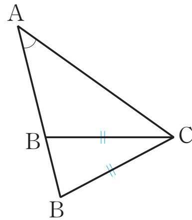


4



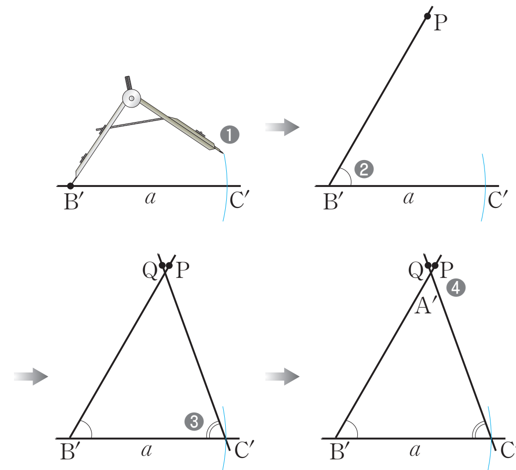
추론

삼각형 ABC에서 두 변 AC, BC의 길이와 그 끼인각이 아닌 ∠A의 크기를 이용하여 합동인 삼각형을 작도할 때, 삼각형 ABC는 다음 그림과 같이 두 가지로 작도될 수 있다.



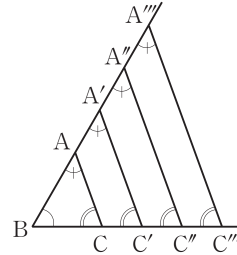
따라서 주어진 삼각형 ABC와 합동이 아닌 삼각형을 작도할 수도 있다.

5



추론

세 각의 크기를 이용할 때에는 다음 그림과 같이 모양은 같지만 크기가 다른 무수히 많은 삼각형을 작도할 수 있다.



따라서 주어진 삼각형 ABC와 합동이 아닌 삼각형을 작도할 수도 있다.

6 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.(ASA 합동)

7
- △ABC≡△OMN
  대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.(ASA 합동)
- △DEF≡△RQP
  대응하는 세 변의 길이가 각각 같다.(SSS 합동)

문제해결

- 나머지 한 변의 길이가 같은 경우 SSS 합동이다.
- 두 변 사이의 끼인각의 크기가 같은 경우 SAS 합동이다.

중/단/원 기초 p. 223

1 (1) $\overline{FD}$ (2) ∠E

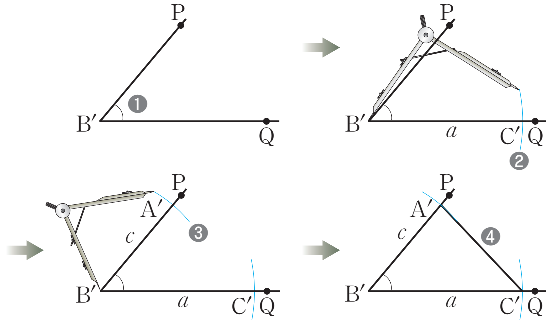
2 ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉤ → ㉣

3 ㉣

4 △ABC≡△CDA(SSS 합동)
또는 △ABC≡△CDA(SAS 합동)
또는 △ABC≡△CDA(ASA 합동)

중/단/원 기본 p. 224

1



2 ㉠, ㉣

3 $\overline{\mathrm{AB}}=$ $\boxed{\overline{\mathrm{CD}}}$, $\boxed{\overline{\mathrm{BC}}}=\overline{\mathrm{DA}}$, $\boxed{\overline{\mathrm{AC}}}$는 공통

4 정오각형은 각 변의 길이와 각의 크기가 모두 같다.
$\triangle$ABC와 $\triangle$AED에서
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{ED}}$, $\angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{E}$
따라서 $\triangle\mathrm{ABC}\equiv\triangle\mathrm{AED}$(SAS 합동)이다.
이때 합동인 두 삼각형의 대응하는 변의 길이는 같기 때문에 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AD}}$이다. 따라서 $\triangle$ACD는 이등변삼각형이다.

중/단/원 실력 p. 225

1
- $\triangle\mathrm{ABC}\equiv\triangle\mathrm{ADC}$ (SSS 합동)
  또는 $\triangle\mathrm{ABC}\equiv\triangle\mathrm{ADC}$ (SAS 합동)
  또는 $\triangle\mathrm{ABC}\equiv\triangle\mathrm{ADC}$ (ASA 합동)
- $\triangle\mathrm{ABP}\equiv\triangle\mathrm{ADP}$ (SAS 합동)
- $\triangle\mathrm{PBC}\equiv\triangle\mathrm{PDC}$ (SAS 합동)

2 $\triangle$ACE와 $\triangle$DCB에서
$\triangle$DAC는 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{DC}}$
$\triangle$ECB는 정삼각형이므로 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CB}}$
$\angle\mathrm{ACE}=60^\circ+\angle\mathrm{DCE}$, $\angle\mathrm{DCB}=60^\circ+\angle\mathrm{DCE}$
이므로 $\angle\mathrm{ACE}=\angle\mathrm{DCB}$
따라서 $\triangle\mathrm{ACE}\equiv\triangle\mathrm{DCB}$이다.
합동인 두 도형의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로
$\angle\mathrm{EAC}=\angle\mathrm{BDC}=a$, $\angle\mathrm{AEC}=\angle\mathrm{DBC}=b$라고 하면 $\triangle$ACE에서 $\angle\mathrm{ACE}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로
$\angle\mathrm{EAC}+\angle\mathrm{AEC}=a+b=60^\circ$
$\triangle$PAB에서 $\angle x=180^\circ-(a+b)=120^\circ$

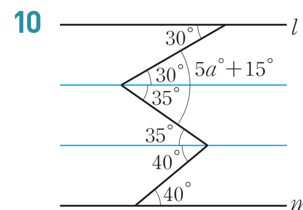
3 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CA}}$이고, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{AD}}$
이므로 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{CD}}$
$\triangle$ABC는 정삼각형이므로 $\angle\mathrm{A}=\angle\mathrm{B}=\angle\mathrm{C}$
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle\mathrm{AED}\equiv\triangle\mathrm{BFE}\equiv\triangle\mathrm{CDF}$
따라서 $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{FD}}$이므로 $\triangle$DEF는 정삼각형이다.

4 $\triangle$ABE와 $\triangle$BCF에서 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}$
사각형 ABCD는 정사각형이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$, $\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{BCF}$
따라서 $\triangle\mathrm{ABE}\equiv\triangle\mathrm{BCF}$이다.
$\angle\mathrm{BAE}=\angle\mathrm{CBF}=a$, $\angle\mathrm{AEB}=\angle\mathrm{BFC}=b$라고 하면
$\triangle$ABE에서 $\angle\mathrm{BAE}+\angle\mathrm{AEB}=a+b=90^\circ$
$\triangle$GBE에서 $\angle\mathrm{BGE}=180^\circ-(a+b)=90^\circ$
따라서 $\angle\mathrm{AGF}=\angle\mathrm{BGE}=90^\circ$이다.

대/단/원 평가 문제 [p. 230~p. 231]

1 ①	**2** ①	**3** ③	**4** ⑤	**5** ②
6 ⑤	**7** ①, ②	**8** ②, ③	**9** 12 cm	**10** 10
11 16 cm^2		**12** 풀이 참조		
13 풀이 참조				

10



위의 그림과 같이 꺾어진 부분에 두 직선 l, m과 평행한 직선을 그으면
$5a^\circ+15^\circ=30^\circ+35^\circ$, $5a^\circ=50^\circ$
$a=10$

11 △OBH와 △OCI에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$, ∠OBH=∠OCI

∠BOH=90°−∠HOC

=∠COI

△OBH≡△OCI

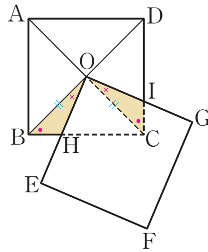
따라서 겹쳐진 부분의 넓이는

△OHC+△OCI

=△OHC+△OBH=△OBC

$=\frac{1}{4}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{4}\times 8\times 8=16(\text{cm}^2)$



12 △ABO와 △DCO에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, ∠ABO=∠DCO

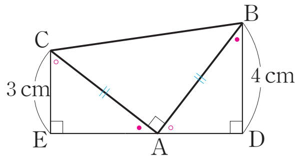
∠AOB=∠DOC(맞꼭지각)이므로

∠BAO=∠CDO

따라서 △ABO≡△DCO이므로

$\overline{CO}=\overline{BO}$=4 cm

13



△ACE에서

∠EAC+∠ECA=180°−90°=90°

∠EAC+∠DAB=180°−90°=90°

∠ECA=∠DAB

△BAD에서

∠ABD=180°−(90°+∠DAB)=∠CAE

△ACE와 △BAD에서 $\overline{AC}=\overline{BA}$

∠ECA=∠DAB, ∠CAE=∠ABD

따라서 △ACE≡△BAD이므로

$\overline{DE}=\overline{AE}+\overline{AD}=\overline{BD}+\overline{CE}$

=4+3

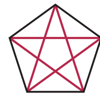
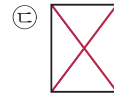
=7(cm)

VI 평면도형

1 다각형

준|비|학|습 p. 238

1 (1) ㉠, ㉢

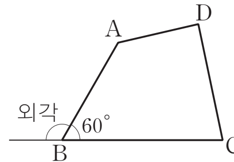
(2) ㉠  ㉢ 

2 (1) 80 (2) 130

3 ㉠ 정삼각형 ㉣ 정육각형

1-1 다각형의 성질 [p. 239~p. 242]

1



∠B의 외각의 크기는 120°이다.

의사소통

예 • 펜타곤: 미국 국방부 건물인 펜타곤은 정오각형 모양의 터에 세워져 있다.

• 축구 골네트: 최근 지어진 축구 골대의 그물은 대부분 정육각형으로 짜여 있다.

• 벌집: 벌집은 정육각형 모양의 방들로 이루어져 있다.

• 장기짝: 장기짝의 글자가 쓰여 있는 면은 정팔각형이다.

• 팔각정: 팔각정의 지붕은 정팔각형 모양이다.

• 구절판: 구절판의 테두리는 정팔각형 모양이다.

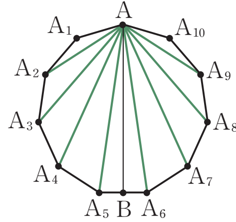
2 십각형

3 (1) 2개 (2) 9개

(3) 20개 (4) 54개

창의 UP

오른쪽 그림과 같이 정십일각형은 $\overline{AB}$를 기준으로 좌우대칭이다. 따라서 길이가 서로 다른 대각선은 $\overline{AA_2}(=\overline{AA_9})$, $\overline{AA_3}(=\overline{AA_8})$, $\overline{AA_4}(=\overline{AA_7})$, $\overline{AA_5}(=\overline{AA_6})$의 4개이다.



추론

다각형에서 대각선은 서로 이웃하지 않은 두 꼭짓점을 이은 선분이다. 따라서 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 꼭짓점 자기 자신과 그 꼭짓점에서 이웃하는 두 꼭짓점을 제외해야 하므로 $(n-3)$개이다.

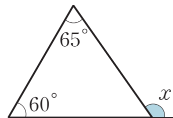
1-2 다각형의 내각과 외각 [p. 243~p. 250]

1 (1) $74°$ (2) $40°$

2 (1) $115°$ (2) $60°$ (3) $118°$

3 예시

오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



답 $125°$

4 (1) 90 (2) 15

5 (1) $900°$ (2) $1440°$

6 (1) $135°$ (2) $150°$

문제해결

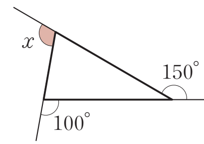
오각형에 대각선을 하나 그어서 오각형을 삼각형과 사각형으로 나누면 오각형의 내각의 크기의 합은 삼각형의 내각의 크기의 합과 사각형의 내각의 크기의 합을 더한 것이다.

즉, 오각형의 내각의 크기의 합은 $180°+360°=540°$이다.

7 (1) $100°$ (2) $70°$

8 예시

다음 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



답 $110°$

9 (1) $120°$ (2) $90°$ (3) $45°$ (4) $36°$

의사소통

다각형의 내각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 따라 다르지만 외각의 크기의 합은 꼭짓점의 개수에 관계없이 항상 $360°$이다. 따라서 외각의 크기의 합을 아는 것만으로는 다각형의 이름을 알 수 없다.

중/단/원 기초 p. 251

1 (1) 4개 (2) 14개

2 (1) $105°$ (2) $55°$

3 (1) $1260°$ (2) $144°$

4 $60°$

5 ⑤

중/단/원 기본 p. 252

1 44개

2 20개

3 (1) $45°$ (2) $110°$ (3) $58°$ (4) $95°$

4 $1800°$

5 한 외각의 크기가 $40°$인 정n각형에서

$\frac{360°}{n}=40°$, $n=9$

따라서 정구각형의 대각선의 총수는

$\frac{9\times(9-3)}{2}=27$(개)

중/단/원 실력 p. 253

1 십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$a=15-3=12$(개)

십오각형의 대각선의 총수는

$b=\dfrac{15\times(15-3)}{2}=90$(개)

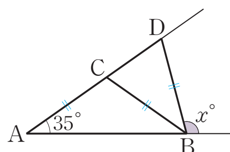
$3a-\dfrac{b}{3}=3\times12-\dfrac{90}{3}=6$

2 대각선의 총수가 20개인 다각형을 n각형($n>3$인 자연수)이라고 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2}=20$에서 $n(n-3)=2^3\times5$이므로 $n=8$

따라서 대각선의 총수가 20개인 다각형은 팔각형이다.

3 (1)



△ABC는 이등변삼각형이므로 $\angle CBA=35°$

$\angle DCB=35°+35°=70°$

△BCD는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\angle BCD=70°$

따라서 △ABD에서 $x°=35°+70°=105°$

$x=105$

(2) $2x°+(x°+5°)=4x°-35°$

$x°=40°$

$x=40$

4 △ABC에서

$\angle A=90°$이므로 $\angle B+\angle C=90°$

△DBC에서

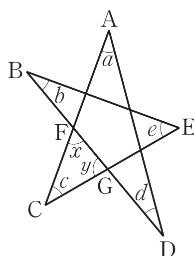
$\angle x+\dfrac{1}{2}\angle B+\dfrac{1}{2}\angle C=180°$

$\angle x=180°-\dfrac{1}{2}(\angle B+\angle C)$

$=180°-\dfrac{1}{2}\times90°$

$=135°$

5



△AFD에서 $\angle x=\angle a+\angle d$

△BGE에서 $\angle y=\angle b+\angle e$

△CFG에서 $\angle x+\angle y+\angle c=180°$

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

$=(\angle a+\angle d)+(\angle b+\angle e)+\angle c$

$=\angle x+\angle y+\angle c$

$=180°$

2 부채꼴

준|비|학|습 p. 254

1 (1) $5:4=10:$ $\boxed{8}$

(2) $\boxed{2}$ $:7=6:21$

2 (1) 31.4 cm

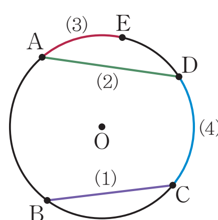
(2) 37.68 cm

3 (1) 28.26 cm²

(2) 50.24 cm²

2-1 부채꼴의 중심각과 호의 관계 [p. 255~p. 258]

1

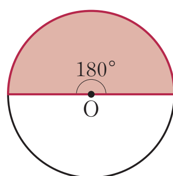


2 (1) 정삼각형
(2) 60°

3 $360^\circ \div 45^\circ = 8$이므로 피자는 모두 8조각으로 나누어진다.

문제해결

한 원에서 부채꼴이면서 활꼴이 되는 경우는 오른쪽 그림과 같이 중심각의 크기가 180°일 때, 즉 활꼴의 현이 원의 지름이 되는 경우(반원)이다.



4 (1) 4배
(2) 3배

5 (1) 6
(2) 90

2-2 부채꼴의 호의 길이와 넓이 [p. 259~p. 262]

1 $l = 6\pi$ cm
$S = 9\pi$ cm^2

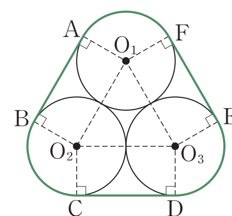
2 (1) (호의 길이)$= 5\pi$ cm
(넓이)$= \frac{25}{2}\pi$ cm^2
(2) (호의 길이)$= \frac{9}{2}\pi$ cm
(넓이)$= \frac{27}{2}\pi$ cm^2

3 예시
반지름의 길이가 5 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여라.

답 (호의 길이)$= \frac{5}{2}\pi$ cm
(넓이)$= \frac{25}{4}\pi$ cm^2

4 (1) 3π cm^2
(2) 10 cm^2

창의 UP



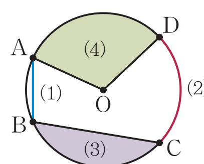
원기둥 모양의 음료수의 밑면인 원의 반지름의 길이가 3 cm이고 $\overline{AB} = \overline{O_1O_2}$, $\overline{CD} = \overline{O_2O_3}$, $\overline{EF} = \overline{O_3O_1}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{EF} = 6+6+6$
$= 18$(cm)

또한 $\widehat{AF} + \widehat{BC} + \widehat{DE}$의 길이는 반지름의 길이가 3 cm인 원의 원주와 같으므로
$2\pi \times 3 = 6\pi$(cm)
따라서 필요한 테이프의 최소 길이는 $(18+6\pi)$ cm이다.

중/단/원 기초 p. 263

1



2 (1) 25
(2) 3

3 $l = 8\pi$ cm
$S = 16\pi$ cm^2

4 (1) (호의 길이)$= \pi$ cm
(넓이)$= \pi$ cm^2
(2) (호의 길이)$= 4\pi$ cm
(넓이)$= 12\pi$ cm^2

5 (1) 6π cm^2
(2) 9π cm^2

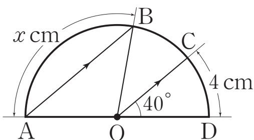
중/단/원 기본 p. 264

1 135°

2 $60\ \text{cm}^2$

3 (1) 2

(2)



$\overline{AB} /\!/ \overline{OC}$이므로

$\angle BAO = \angle COD = 40^\circ$(동위각)

$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로

$\angle OBA = \angle OAB = 40^\circ$

$\triangle OAB$에서

$\angle AOB = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ)$

$= 100^\circ$

따라서 $x : 4 = 100 : 40$이므로

$x = 10(\text{cm})$

4 정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

(부채꼴의 넓이)$= \pi \times 6^2 \times \dfrac{120}{360}$

$= 12\pi(\text{cm}^2)$

5 (1) (둘레의 길이)$= \left(\dfrac{9}{4}\pi + 6\right)\text{cm}$

(넓이)$= \dfrac{27}{8}\pi\ \text{cm}^2$

(2) (둘레의 길이)

$= 2\pi \times 4 \times \dfrac{90}{360} + 2\pi \times 2 \times \dfrac{180}{360} + 4$

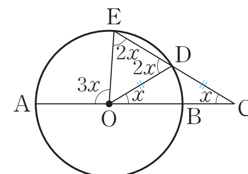
$= 4\pi + 4(\text{cm})$

(넓이)$= \pi \times 4^2 \times \dfrac{90}{360} - \pi \times 2^2 \times \dfrac{180}{360}$

$= 2\pi(\text{cm}^2)$

중/단/원 실력 p. 265

1 $\angle DCO = x$라고 하자.



$\triangle OCD$에서

$\angle EDO = x + x = 2x$

$\triangle ODE$에서 $\overline{OD} = \overline{OE}$

이므로

$\angle OED = \angle ODE = 2x$

$\triangle OCE$에서

$\angle AOE = x + 2x = 3x$

$\overset{\frown}{AE} : \overset{\frown}{BD} = 3 : 1$이므로 $\overset{\frown}{AE} : 4 = 3 : 1$

$\overset{\frown}{AE} = 12\ \text{cm}$

2 $\angle COD = 4\angle AOB = 4 \times 20^\circ = 80^\circ$

원 O의 넓이가 $36\ \text{cm}^2$이므로

부채꼴 AOB의 넓이를 $x\ \text{cm}^2$라고 하면

$x : 36 = 20 : 360$에서 $x = 2$

부채꼴 COD의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라고 하면

$y : 36 = 80 : 360$에서 $y = 8$

따라서 색칠한 두 부채꼴의 넓이의 합은

$2 + 8 = 10(\text{cm}^2)$

3 $\angle AOC = \angle BAO = 50^\circ$(엇각)

$\angle DOF = \angle AOC = 50^\circ$(맞꼭지각)

$\triangle AOB$에서

$\angle OBA = \angle OAB = 50^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 80^\circ$이므로

$\angle COE = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle BOD = \angle COE = 50^\circ$(맞꼭지각)

따라서 $\angle AOC = \angle DOF = \angle COE = \angle BOD$이므로

$\overset{\frown}{AC}$와 길이가 같은 호는

$\overset{\frown}{DF}$, $\overset{\frown}{CE}$, $\overset{\frown}{BD}$

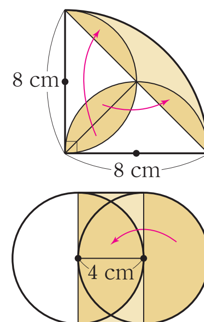
4 (1) 오른쪽 그림과 같이 생각하면 구하는 넓이는

$\pi \times 8^2 \times \dfrac{90}{360} - \dfrac{1}{2} \times 8 \times 8$

$= 16\pi - 32(\text{cm}^2)$

(2) 오른쪽 그림과 같이 생각하면 구하는 넓이는

$4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$



5 지름의 길이가 각각 8 cm, 6 cm인 두 반원의 넓이에 직각삼각형의 넓이를 더한 것에서 지름의 길이가 10 cm인 반원의 넓이를 빼면 된다.

(넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{180}{360}+\pi\times3^2\times\frac{180}{360}$

$+\frac{1}{2}\times8\times6-\pi\times5^2\times\frac{180}{360}$

$=24(\text{cm}^2)$

대/단/원 평가 문제 [p. 270~p. 271]

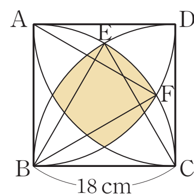
1 ③	**2** ①	**3** ③	**4** ④	**5** ④
6 ①	**7** ①	**8** ③	**9** ①	**10** ④
11 30°	**12** 144°, 36°	**13** 36°		
14 풀이 참조	**15** 풀이 참조			

9 $\overline{AF}=\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{BF}$

이므로 △ABF는 정삼각형이다. 또

$\overline{BE}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{CE}$

이므로 △BCE는 정삼각형이다.



$\angle EBF=60^\circ+60^\circ-90^\circ=30^\circ$

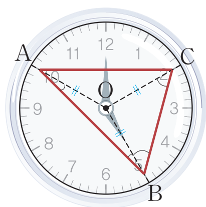
$\overset{\frown}{EF}=2\pi\times18\times\frac{30}{360}=3\pi(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$4\times\overset{\frown}{EF}=4\times3\pi=12\pi(\text{cm})$

10 시계에서 숫자와 숫자 사이의 호에 대한 중심각의 크기는

$\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$



$\angle AOB=5\times30^\circ=150^\circ$

$\angle BOC=3\times30^\circ=90^\circ$

△AOB는 이등변삼각형이므로 $\angle ABO=15^\circ$

△BOC는 이등변삼각형이므로 $\angle CBO=45^\circ$

$\angle ABC=\angle ABO+\angle CBO=15^\circ+45^\circ=60^\circ$

12 $\frac{n(n-3)}{2}=35$에서 $n=10$

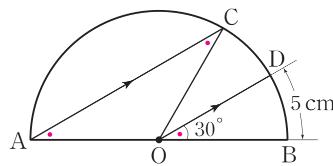
따라서 대각선의 총수가 35개인 정다각형은 정십각형이다.

(정십각형의 한 내각의 크기)

$=\frac{180^\circ\times(10-2)}{10}=144^\circ$

(정십각형의 한 외각의 크기)$=\frac{360^\circ}{10}=36^\circ$

14



$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OD}$이므로 동위각의 크기가 같다.

$\angle CAO=\angle DOB=30^\circ$

$\overline{AO}=\overline{CO}$(반지름)이므로

$\angle ACO=\angle CAO=30^\circ$

△AOC에서 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle AOC=180^\circ-(\angle CAO+\angle ACO)=120^\circ$

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$30:120=\overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{AC}$

$30:120=5:\overset{\frown}{AC}$

$\overset{\frown}{AC}=20$ cm

15 부채꼴 ABE는 반지름의 길이가 2 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 ECF는 반지름의 길이가 4 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 FDG는 반지름의 길이가 6 cm인 원의 $\frac{1}{4}$,

부채꼴 AGH는 반지름의 길이가 8 cm인 원의 $\frac{1}{4}$

이다.

(넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{1}{4}+\pi\times4^2\times\frac{1}{4}$

$+\pi\times6^2\times\frac{1}{4}+\pi\times8^2\times\frac{1}{4}$

$=\pi+4\pi+9\pi+16\pi$

$=30\pi(\text{cm}^2)$

VII 입체도형

1 다면체와 회전체

준 | 비 | 학 | 습 p. 276

1

설명	번호	이름
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 다각형이며 옆면이 모두 직사각형인 입체도형	②	사각기둥
밑면이 다각형이고 옆면이 모두 삼각형인 입체도형	④	사각뿔
두 밑면이 서로 평행하고 합동인 원으로 되어 있는 입체도형	①	원기둥

2 옆면의 전개도가 직사각형이 아니므로 원기둥의 전개도라고 할 수 없다.

3 (1) 원
(2) 선분 ㄱㄴ, 선분 ㄱㄷ, 선분 ㄱㄹ
(3) 선분 ㄱㅁ

1-1 다면체 [p. 277~p. 281]

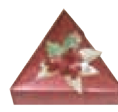
1 (1) 사면체 (2) 육면체
(3) 칠면체

2 (1) 오면체, 꼭짓점 6개, 모서리 9개
(2) 팔면체, 꼭짓점 12개, 모서리 18개
(3) 오면체, 꼭짓점 5개, 모서리 8개
(4) 팔면체, 꼭짓점 8개, 모서리 14개

의사소통

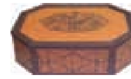
예

사면체


오면체

육면체

육면체


십면체

3 (1) 삼각뿔대, 오면체 (2) 오각뿔대, 칠면체
(3) 육각뿔대, 팔면체

추론

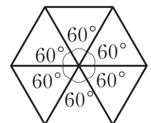
옆면이 삼각형인 각뿔을 그 밑면에 평행한 평면으로 자르면, 옆면은 삼각형의 밑변에 평행하게 잘리게 된다. 따라서 각뿔대의 옆면은 두 변이 서로 평행한 사각형이 되므로 항상 사다리꼴이다.

4

정다면체	면의 모양	한 꼭짓점에 모인 면의 개수
정사면체	정삼각형	3
정육면체	정사각형	3
정팔면체	정삼각형	4
정십이면체	정오각형	3
정이십면체	정삼각형	5

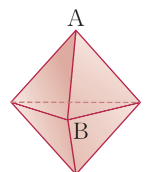
창의 UP

오른쪽 그림과 같이 정삼각형 6개가 한 꼭짓점에 모이면 정삼각형의 한 내각의 크기가 60°이므로 그 꼭짓점에 모이는 각의 크기의 합이 360°가 되어 평면을 이루게 되므로 입체도형을 만들 수 없다.



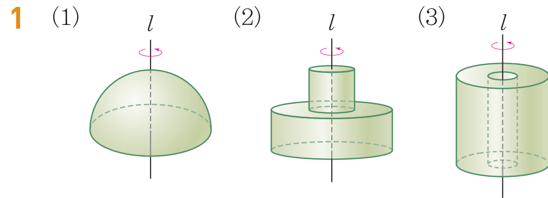
의사소통

주어진 입체도형의 각 면은 모두 합동인 정삼각형이지만 꼭짓점 A에 모인 면의 개수는 3개, 꼭짓점 B에 모인 면의 개수는 4개로 같지 않다. 즉, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다.

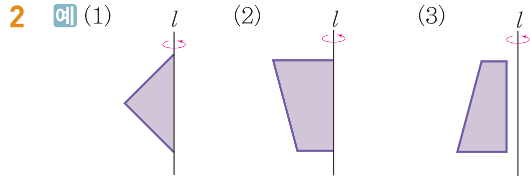


1-2 회전체 [p. 282~p. 286]

1 (1) (2) (3)



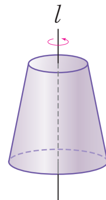
2 예 (1) (2) (3)



3 ㉣

4 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 항상 원이다.
또 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면의 모양은 각각 다음과 같다.
(1) 직사각형 (2) 원 (3) 사각형

5 예시
오른쪽 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양과 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양을 각각 말하여라.



답 원, 사다리꼴

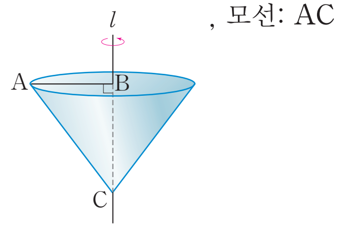
문제해결

구를 평면으로 잘랐을 때, 방향에 관계없이 그 단면의 모양은 원이다. 이때 단면의 넓이가 최대인 원은 평면이 구의 중심을 지날 때 생긴다.

중/단/원 기초 p. 287

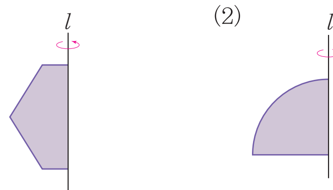
1 사각뿔대, 사다리꼴

2 정사면체, 정팔면체, 정이십면체

3 

, 모선: $\overline{AC}$

4 예 (1) (2)



5

회전체의 이름	회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양	회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 모양
(1) 원기둥	원	직사각형
(2) 원뿔	원	이등변삼각형
(3) 원뿔대	원	사다리꼴
(4) 구	원	원

중/단/원 기본 p. 288

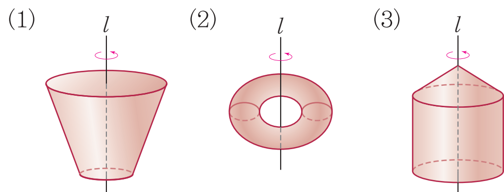
1 칠면체

2

다면체의 이름	사각기둥	오각뿔	삼각뿔대
면의 개수	6	6	5
모서리의 개수	12	10	9
꼭짓점의 개수	8	6	6

3 (1) 정십이면체
(2) 정사면체, 정육면체, 정팔면체

4 (1) (2) (3)



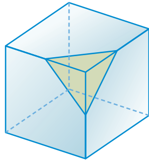
5 ㉠ 원기둥 – 직사각형 ㉡ 원뿔 – 이등변삼각형
㉢ 원뿔대 – 사다리꼴 ㉣ 반구 – 반원
따라서 옳지 않은 것은 ㉣이다.

중/단/원 실력 p. 289

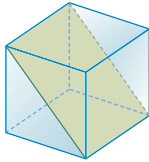
1 주어진 입체도형에서 면의 개수는 8개, 모서리의 개수는 18개, 꼭짓점의 개수는 12개이므로
$a+b+c=8+18+12=38$

2 자르는 평면과 정육면체가 만나는 모서리의 개수와 단면의 모양인 다각형의 꼭짓점의 개수가 같아야 한다.

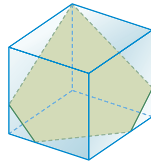
예



삼각형

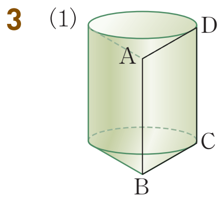


사각형

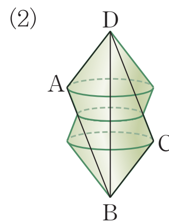


오각형

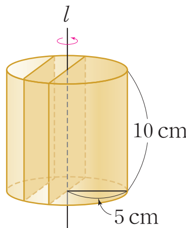
3 (1)



(2)



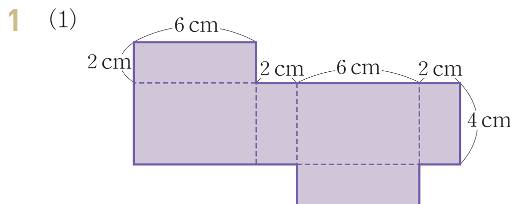
4 주어진 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시키면 원기둥이 된다. 여기서 단면의 넓이가 가장 클 때는 회전축을 포함하여 자른 경우이며, 그 단면의 모양은 가로, 세로의 길이가 모두 10 cm인 정사각형이므로 구하는 넓이는 100 cm^2이다.



2 입체도형의 겉넓이와 부피

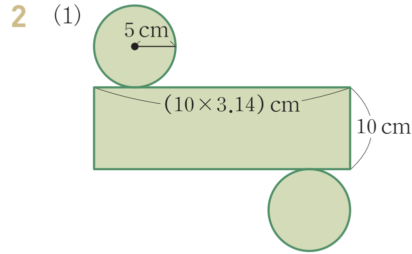
준 | 비 | 학 | 습 p. 290

1 (1)



(2) 88 cm^2　　(3) 48 cm^3

2 (1)



(2) 471 cm^2　　(3) 785 cm^3

3 원뿔

2-1 기둥의 겉넓이와 부피 [p. 291~p. 296]

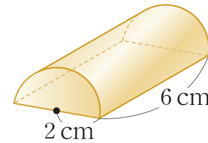
1 (1) 84 cm^2　　(2) 240 cm^2

2 (1) 20π cm^2　　(2) $(39\pi+60)$ cm^2

3 (1) 12 cm^3　　(2) 150 cm^3

4 (1) 63π cm^3　　(2) 96π cm^3

5 예시
다음 입체도형의 부피를 구하여라.



답 12π cm^3

6 (1) 원기둥 모양의 수조의 밑면인 원의 반지름의 길이는

$$\frac{(\text{둘레의 길이})}{2\pi}=\frac{4}{2\times3.14}=0.636\cdots(\text{m})$$

이므로 소수 셋째 자리에서 반올림하여 구하면 0.64 m이다.

(2) 수조의 부피는

$\pi\times(\text{반지름의 길이})\times(\text{반지름의 길이})\times5$

$=3.14\times0.64\times0.64\times5$

$=6.43072(\text{m}^3)$

따라서 소수 셋째 자리에서 반올림하면 수조에 들어갈 수 있는 물의 양은 6.43톤이다.

2-2 뿔의 겉넓이와 부피 [p. 297~p. 301]

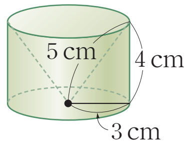
1 340 cm^2

2 $96\pi\ \text{cm}^2$

3 (1) 50 cm^3 (2) $21\pi\ \text{cm}^3$ (3) 140 cm^3

창의 UP

직각삼각형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



(부피)=(원기둥의 부피)−(원뿔의 부피)

$=\pi\times3^2\times4-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4$

$=36\pi-12\pi=24\pi(\text{cm}^3)$

2-3 구의 겉넓이와 부피 [p. 302~p. 304]

1 (1) $36\pi\ \text{cm}^2$ (2) $75\pi\ \text{cm}^2$

2 (1) $\frac{32}{3}\pi\ \text{cm}^3$ (2) $30\pi\ \text{cm}^3$ (3) $63\pi\ \text{cm}^3$

3 (부피)=(작은 반구의 부피)+(큰 반구의 부피)

$=\left(\frac{4}{3}\pi\times11^3\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{4}{3}\pi\times20^3\times\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{2662}{3}\pi+\frac{16000}{3}\pi=\frac{18662}{3}\pi(\text{cm}^3)$

문제해결

지름의 길이가 26 cm인 수박의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times13^3=\frac{8788}{3}\pi(\text{cm}^3)$

이 수박의 1 cm^3당 가격은

$9000\div\frac{8788}{3}\pi=$약 0.978(원)

지름의 길이가 28 cm인 수박의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times14^3=\frac{10976}{3}\pi(\text{cm}^3)$

이 수박의 1 cm^3당 가격은

$10000\div\frac{10976}{3}\pi=$약 0.870(원)

따라서 같은 부피에 대한 가격을 비교하였을 때, 지름의 길이가 28 cm인 수박의 가격이 더 저렴하므로 이 수박을 사는 것이 유리하다.

중/단/원 기초 p. 305

1 (1) 겉넓이: 94 cm^2, 부피: 60 cm^3
(2) 겉넓이: $54\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $54\pi\ \text{cm}^3$

2 (1) 85 cm^2 (2) $40\pi\ \text{cm}^2$

3 (1) 6 cm^3 (2) $18\pi\ \text{cm}^3$

4 (1) 겉넓이: $4\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $\frac{4}{3}\pi\ \text{cm}^3$
(2) 겉넓이: $64\pi\ \text{cm}^2$, 부피: $\frac{256}{3}\pi\ \text{cm}^3$

중/단/원 기본 p. 306

1 겉넓이: 76 cm^2, 부피: 42 cm^3

2 $135\pi\ \text{cm}^2$

3 9 cm

4 (부피)

=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times18-\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times9$

$=336\pi(\text{cm}^3)$

5 반구의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\pi r^2=9\pi,\ r=3$

따라서 구하는 반구의 부피는

(부피)$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}$

$=18\pi(\text{cm}^3)$

중/단/원 실력 p. 307

1 (밑바닥을 제외한 겉넓이)

$=$(오각형의 넓이)$\times 2+$(직사각형 네 개의 넓이)

$=\left(8\times 3+\frac{1}{2}\times 8\times 3\right)\times 2+(3+5+5+3)\times 10$

$=72+160=232(\mathrm{m}^2)$

밑바닥을 제외한 창고의 겉면을 모두 칠하는 데 드는 비용을 x원이라고 하면

$8:6000=232:x$, $x=174000$(원)

2 (물의 양)$=$(정육면체의 부피)$-$(구의 부피)$\times 8$

$=40\times 40\times 40-\frac{4}{3}\pi\times 10^3\times 8$

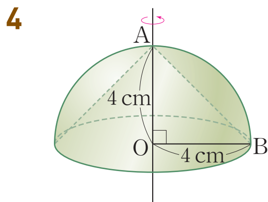
$=64000-\frac{32000}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

3 (부피)$=\frac{3}{4}\times$(원뿔의 부피)$+$(삼각뿔의 부피)

$=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 12+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 6\times 12$

$=108\pi+72(\mathrm{cm}^3)$

4



(부피)$=$(구의 부피)$\times\frac{1}{2}-$(원뿔의 부피)

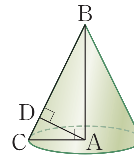
$=\frac{4}{3}\pi\times 4^3\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 4$

$=\frac{128}{3}\pi-\frac{64}{3}\pi=\frac{64}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

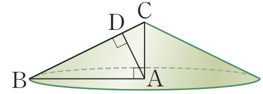
대/단/원 평가 문제 [p. 312~p. 313]

1 ③	**2** ③	**3** ②, ⑤	**4** ④	**5** ④
6 ①	**7** ②	**8** ③	**9** ⑤	**10** $36\pi\ \mathrm{cm}^2$
11 ㉠, ㉡, ㉣		**12** $1:2:3$		
13 풀이 참조		**14** 풀이 참조		

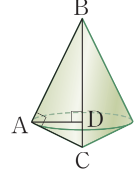
11 ㉠



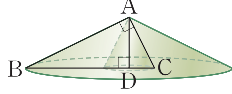
㉡



㉢



㉣



따라서 원뿔이 되는 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

12 (원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)

$=\frac{1}{3}\pi r^2\times 2r:\frac{4}{3}\pi r^3:\pi r^2\times 2r=1:2:3$

13 (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4$

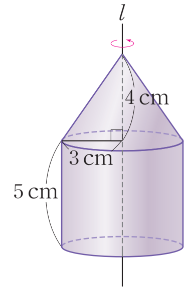
$=12\pi(\mathrm{cm}^3)$

(원기둥의 부피)$=\pi\times 3^2\times 5$

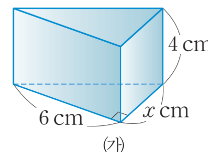
$=45\pi(\mathrm{cm}^3)$

(부피)$=12\pi+45\pi$

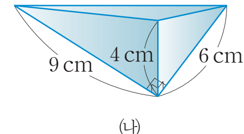
$=57\pi(\mathrm{cm}^3)$



14



(가)



(나)

왼쪽 그릇에 물이 들어 있는 부분을 (가)와 같이 삼각기둥으로 생각하면 물의 부피는

(부피)$=\frac{1}{2}\times 6\times x\times 4=12x(\mathrm{cm}^3)$

오른쪽 그릇에 물이 들어 있는 부분을 (나)와 같이 삼각뿔로 생각하면 물의 부피는

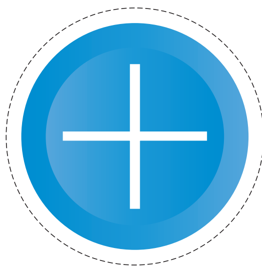
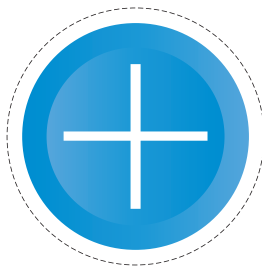
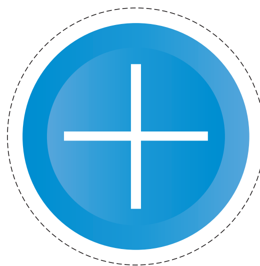
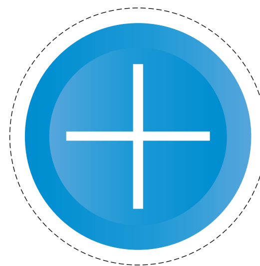
(부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 9\times 6\times 4=36(\mathrm{cm}^3)$

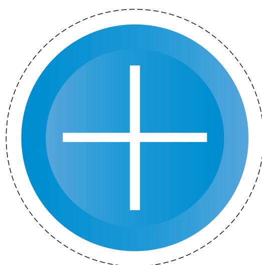
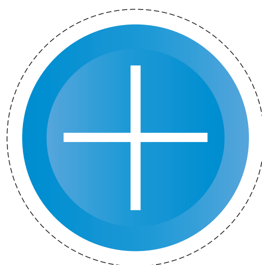
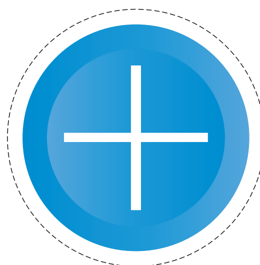
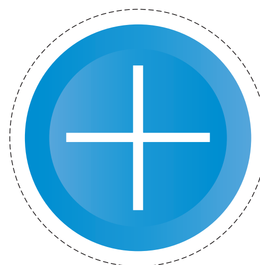
두 그릇에 들어 있는 물의 양이 같으므로

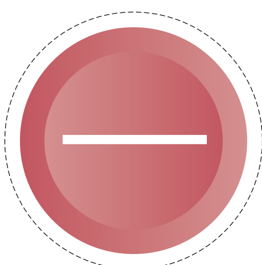
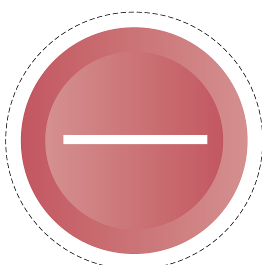
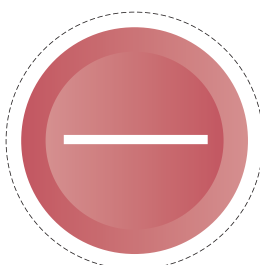
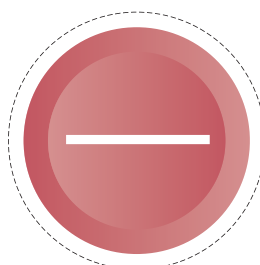
$12x=36$

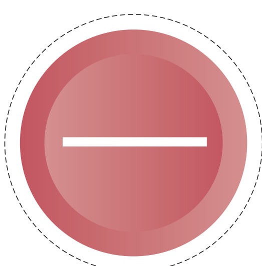
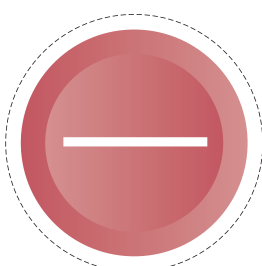
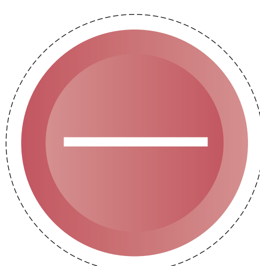
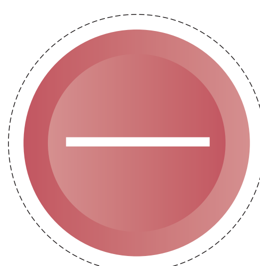
$x=3$

활동지 1 ⊕, ⊖ 부호(40, 45쪽)

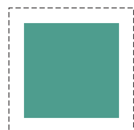
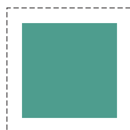
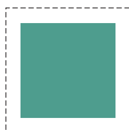
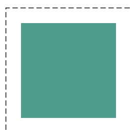
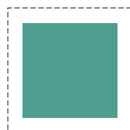
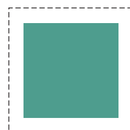
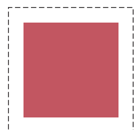
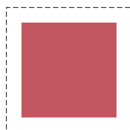
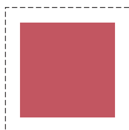
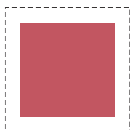
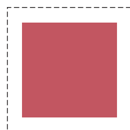
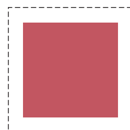





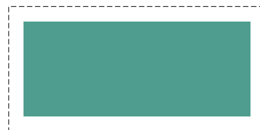





활동지 2

대수 타일(80쪽)



활동지 3 대수 타일(99쪽)

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

x	x	x
x	x	x
$-x$	$-x$	$-x$
$-x$	$-x$	$-x$

활동지 4

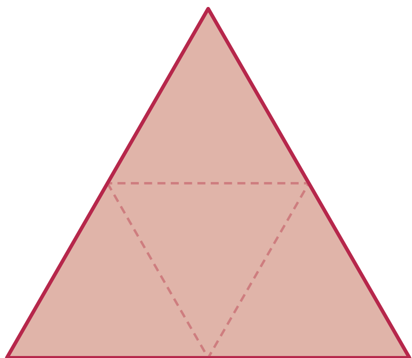
달력 만들기(108쪽)

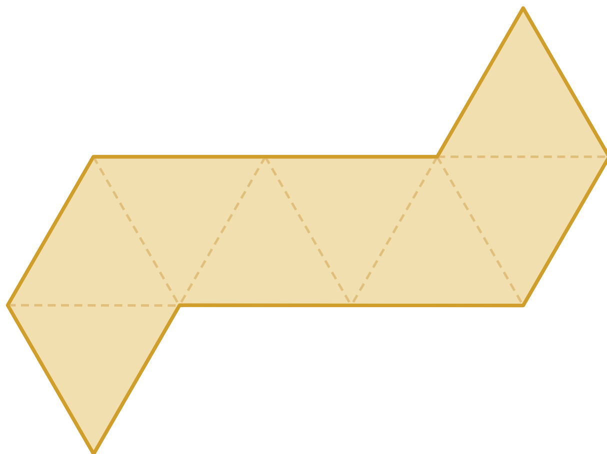
일 SUN	월 MON	화 TUE	수 WED	목 THU	금 FRI	토 SAT

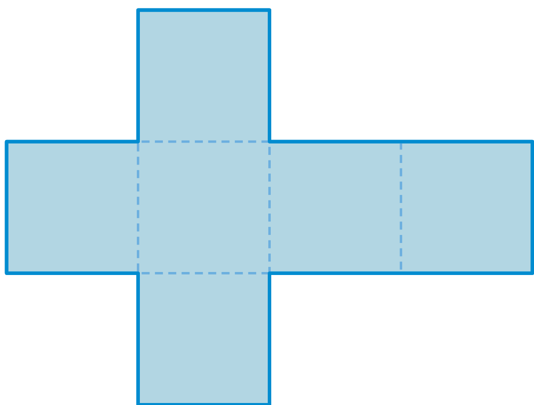
활동지 5

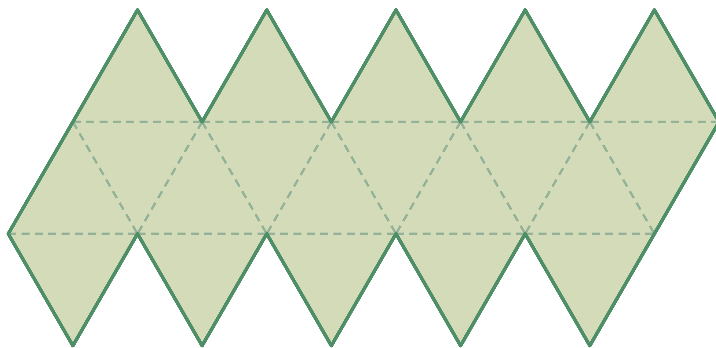
모눈종이(131쪽)

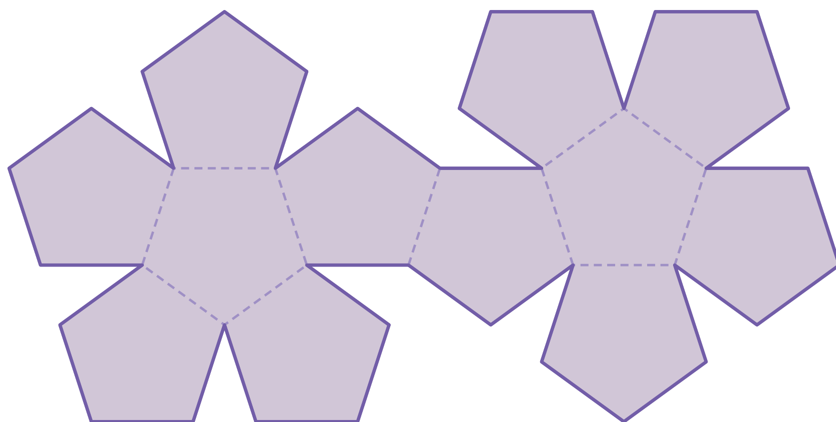
활동지 6 정다면체 전개도(280쪽)











용어

기호

사진 자료 출처

뉴스뱅크 이미지 • • 23쪽, 25쪽, 96쪽, 125쪽, 159쪽, 277쪽

셔터스톡 • • 75쪽, 79쪽, 104쪽, 154쪽, 158쪽, 159쪽, 163쪽, 168쪽, 180쪽, 206쪽, 260쪽, 280쪽

유로크레온 • • 33쪽, 71쪽

이미지클릭 • • 10쪽, 11쪽, 29쪽, 79쪽, 130쪽, 173쪽, 205쪽, 216쪽, 253쪽, 260쪽, 273쪽

토픽이미지 • • 14쪽, 33쪽, 36쪽, 52쪽, 61쪽, 70쪽, 73쪽, 84쪽, 116쪽, 121쪽, 122쪽, 124쪽, 130쪽, 139쪽, 157쪽, 164쪽, 190쪽, 193쪽, 194쪽, 198쪽, 203쪽, 204쪽, 205쪽, 215쪽, 217쪽, 222쪽, 235쪽, 236쪽, 241쪽, 246쪽, 251쪽, 255쪽, 257쪽, 268쪽, 272쪽, 273쪽, 274쪽, 278쪽, 282쪽, 284쪽, 286쪽, 297쪽

기타 • • 82쪽(http://www.nasa.gov), 296쪽(전라남도 해양수산과학관), 316쪽(http://www.mcescher.com)

인용 자료 출처

김화영, 교과서를 만든 수학자들, 글담, 2005, p. 94

박재영, 유엔과 국제기구, 법문사, 2007, p. 279

윤혜진, 이유진, 백정한, 체성분 분석과 골연령 측정을 통한 취학 전 아동의 성장에 대한 임상연구, 대한한방소아과학회지 제23권 제2호, 2009, p. 78

이광연, 수학 블로그, 살림Friends, 2008, p. 114, 115

이광연, 신화 속 수학이야기, 경문사, 2004, p. 5, 13, 68, 69

바실리 칸딘스키(차봉희 역), 점 · 선 · 면, 열화당, 2004, p. 191

조르주 이프라(김병욱 역), 숫자의 탄생, 부키, 2011, p. 114

Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상, 하), 경문사, 2000, p. 153, 272, 273

H. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 2005, p. 114, 115, 259, 272, 273

The Carnegie Library of Pittsburgh, The Handy Science Answer Book, Visible Ink Press, 2011, p. 11

국제수학자연맹(http://www.mathunion.org), p. 188, 189

기상청(http://www.kma.go.kr), p. 31

대한다트연맹(http://www.darts.or.kr), p. 260

두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr), p. 36, 71, 257

루브르박물관(http://www.louvre.fr), p. 297

브리태니커 백과사전(http://www.britannica.co.kr), p. 236

사이버 독도(http://www.dokdo.go.kr), p. 194

세계파이낸스(http://fn.segye.com), p. 155

연합뉴스(http://www.yonhapnews.co.kr), p. 155

전라남도 해양수산과학관(http://www.jmfsm.or.kr), p. 296

창덕궁(http://www.cdg.go.kr), p. 255

한겨레신문(http://www.hani.co.kr), p. 173

한국수자원공사(http://www.kwater.or.kr), p. 117

한국천문연구원(http://www.kasi.re.kr), p. 244

M. C. Escher(http://www.mcescher.com), p. 316, 317

N서울타워(http://www.nseoultower.com), p. 275

NASA(http://www.nasa.gov), p. 82